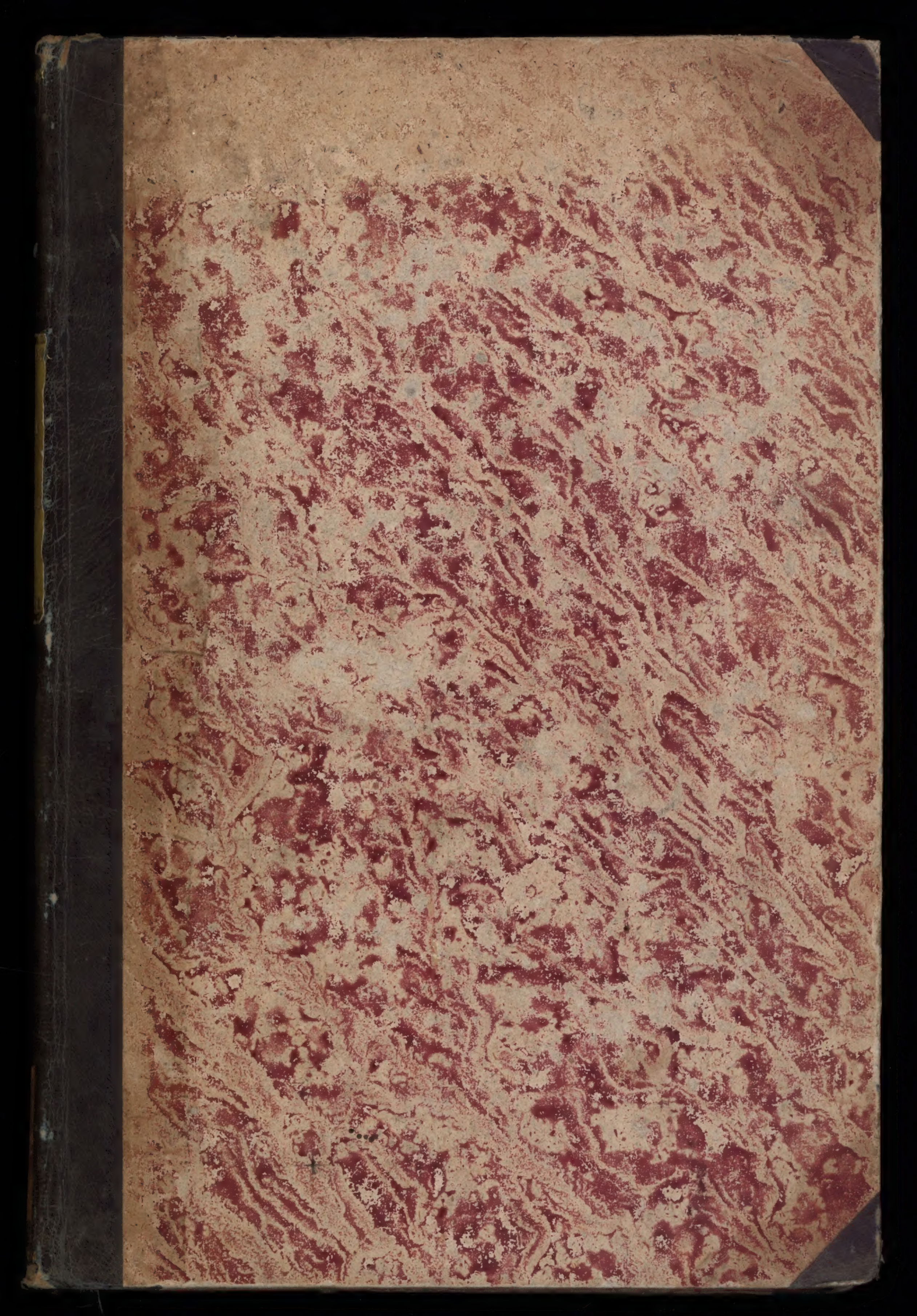
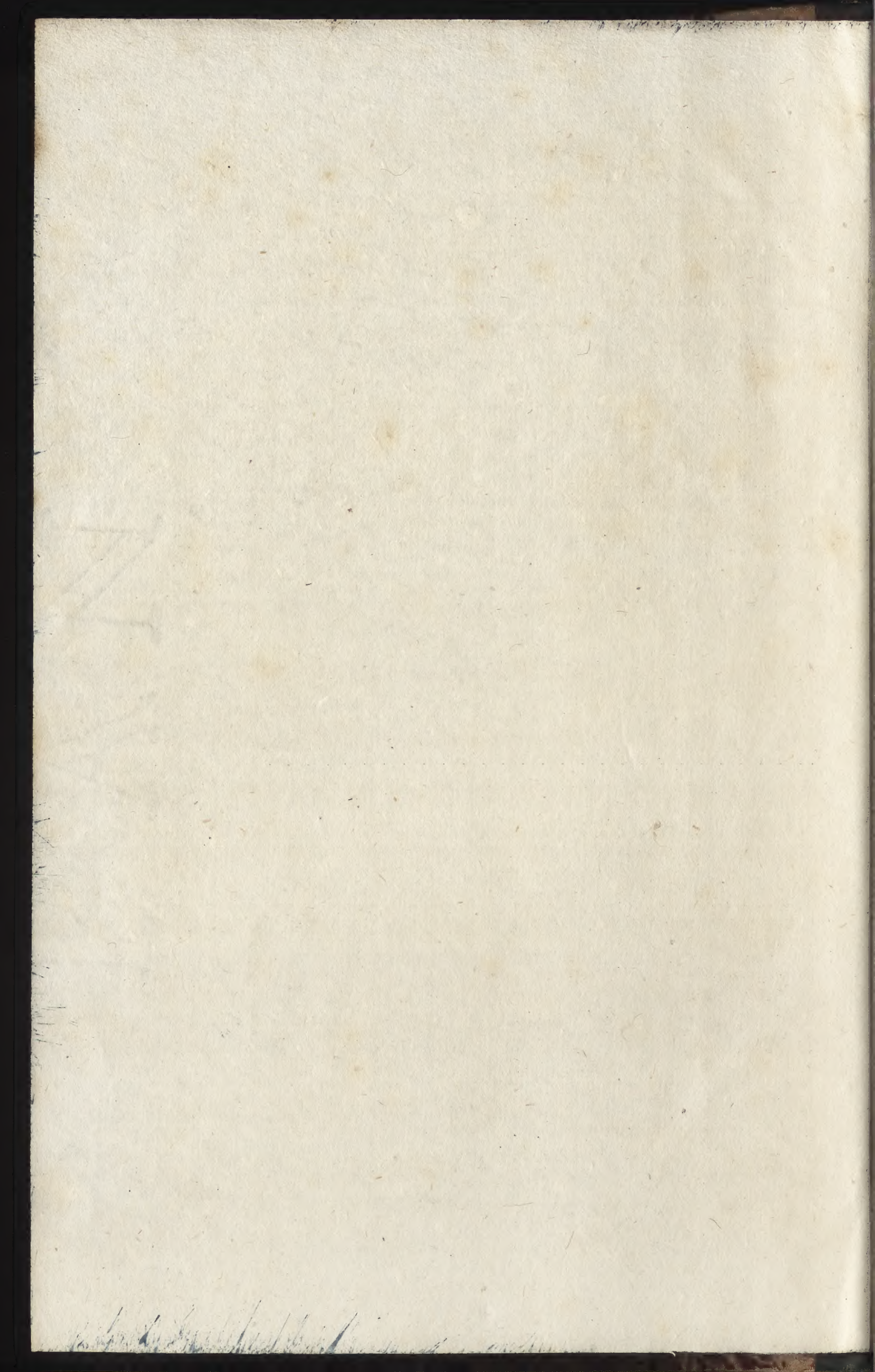




TRAITÉ D'ASTRONOMIE

DE SIR JOHN HERSCHEL FILS,

MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE LONDRES, CORRESPONDANT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE PARIS, ETC.

Traduit de l'anglais

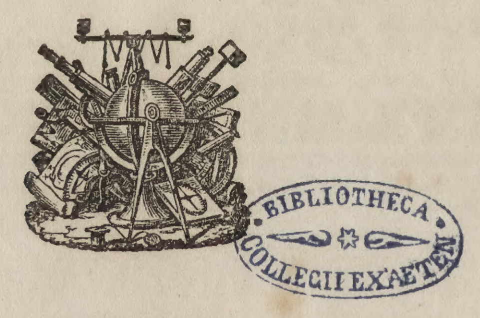
PAR M. PEYROT,

MEMBRE DE PLUSIEURS ACADÉMIES.

PRIX : 10 FRANCS.

Cet ouvrage fait partie de l'Encyclopédie de Cabinet sous la direction du docteur Lardner.

LES FIGURES SONT GRAVÉES PAR GALLÉ.



A PARIS,

CHEZ L'AUTEUR, PLACE DU PANTHÉON, N°. 3;

MANSUT FILS, LIBRAIRE, RUE DES MATHURINS-SAINT-JACQUES, N°. 17.

1834.

INTRODUCTION.

1. En abordant les études scientifiques, un des premiers efforts du candidat doit être de préparer son esprit à la réception de la vérité, et il ne le peut qu'autant qu'il se débarrasse des idées qui, admises trop légèrement et sans réflexion, seraient capables de l'entraver ou de l'égarer. Il doit encore se fortifier par la résolution ferme d'admettre, dans leur pureté, les conséquences qui paraîtraient découler d'observations faites avec soin et basées sur des argumens avoués par la logique, dussent ces conséquences heurter des notions qui lui appartiendraient ou qu'il aurait adoptées sans examen, sur l'autorité d'autrui. Un pareil effort est déjà un heureux pronostic de cette discipline intellectuelle, si nécessaire à l'étude des sciences; il est pour notre esprit, ce que sont pour nos yeux certaines plantes médicinales, qui servent à les purger pour les mettre en état de recevoir et contempler, tels qu'ils sont, les traits de la vérité et de la nature.

2. Il n'existe pas de science qui requière plus que l'astronomie une pareille préparation, ou qui entraîne avec autant d'ascendant cette libéralité intellectuelle, prête à adopter ce qui est démontré, ou à concéder tout ce qui porte un grand caractère de probabilité, quelque nouveaux et extraordinaires que soient les points de vue dans lesquels les objets les plus familiers peuvent par là se trouver placés. Presque toutes ses conclusions sont en contradiction ouverte et frappante, avec celles que fournissent les observations superficielles et vulgaires, et avec ce qui apparaît aux yeux de chacun de nous; jusqu'à ce que nous ayons compris et pesé les preuves du contraire, le témoignage le plus positif de nos sens. Ainsi, la terre sur laquelle nous sommes, et qui a servi pendant des siècles de fondement inébranlable aux plus solides constructions, soit de l'art, soit de la nature, est dépouillée par l'astronome de son attribut de fixité, et il la conçoit comme tournant rapidement sur son centre, et en même temps s'avançant dans l'espace avec une grande vitesse. Le soleil et la lune, qui, à des yeux ignorans, paraissent être des corps ronds, de fort petite grandeur, prennent dans son imagination la forme de vastes globes, l'un approchant en volume de la terre elle-même; l'autre la surpassant immensément. Les planètes, qui ne paraissent que comme des étoiles, un peu plus brillantes que les autres corps célestes, sont à ses yeux des mondes vastes et habitables; plusieurs d'entr'elles beaucoup plus grandes et beaucoup plus propres à exciter la curiosité que la terre qu'il habite, comme il en est d'autres aussi qui le sont moins; et les étoiles elles-mêmes, qui, à une conception ordinaire, ne présentent que des étincelles ou de brillans atomes, sont pour lui des soleils plus ou moins radieux, des centres brillans de vie et de lumière pour des myriades de mondes invisibles : en sorte que lorsqu'après avoir donné l'essor à ses pensées, pour comprendre la grandeur de ces idées que ses calculs ont mises en réveil, et avoir épuisé son imagination et les ressources du langage pour découvrir des comparaisons et des métaphores qui expliquent l'immensité de l'échelle sur laquelle son univers est construit, il se retire en tremblant dans sa sphère native, ne la trouve être, comparativement, qu'un point tellement absorbé, même dans le système exigu auquel il appartient, qu'il est invisible à quelques-uns de ses principaux membres plus éloignés qui ne le soupçonnent même pas.

3. Il serait difficile de trouver quelque chose qui mît dans un plus grand jour le pouvoir de la vérité, inhérent à l'esprit de l'homme (lorsqu'aucun motif d'intérêt ou de passion ne la met en jeu), que la facilité parfaite avec laquelle toutes ces conclusions sont accueillies, quand leur évidence est clairement constatée, et que cette tenacité qu'elles ont dans notre esprit, lorsqu'une fois elles sont admises. Aussi dans le cours de ce volume, regarderons-nous comme convenu, que notre lecteur est plus jaloux d'apprendre le système tel qu'il existe maintenant, que de lui susciter des objections ou d'en faire revivre, et qu'enfin il se met à la tâche avec un esprit bien disposé. Cela admis, non seulement nous nous épargnerons la peine d'entasser argumens sur argumens, pour convaincre l'incrédule ; mais en agissant ainsi, nous faciliterons puissamment ses progrès réels, comme de son côté, il trouvera à la fois plus aisé et plus satisfaisant de suivre, dès le début, un sentier droit et déterminé, que d'avoir continuellement à marcher à côté, en s'égarant dans des circuits inextricables, qui, après tout, ne peuvent aboutir qu'à le mettre dans la nécessité de suivre notre route.

4. La méthode que nous nous proposons donc de suivre, n'est proprement, ni analytique, ni synthétique ; mais plutôt une telle combinaison des deux, en y faisant prédominer la dernière, qu'elle entre mieux dans l'esprit d'une composition *didactique*. Notre objet n'est point de convaincre ou de réfuter les détracteurs, ni d'aller à la trace, sous un faux semblant d'ignorance, de principes dont nous sommes en pleine possession ; mais simplement *d'enseigner* ce que nous savons. Les bornes étroites d'un seul volume, et la nécessité, dans cette limite, de n'être pas trop sobre d'explications sur aucun des points à traiter, rendent cette marche à la fois praticable et utile. Praticable, parce qu'il n'y a aucun danger aujourd'hui qu'en astronomie il survienne de ces révolutions qui changent tous les jours les traits des sciences moins avancées, pour détruire toutes nos hypothèses, et jeter de la confusion dans nos argumens ; utile, parce que l'espace à consacrer, soit pour combattre des systèmes réfutés, soit pour faire avancer le lecteur, à pas lents et mesurés, du connu à l'inconnu, peut être plus avantageusement employé à des explications qui lui impriment un sentiment familier de l'enchaînement des phénomènes et de la manière dont ils sont produits. Nous ne rejetterons donc pas la marche analytique lorsqu'elle conduira plus aisément et plus directement dans nos voies ; en un mot, nous ne nous enchaînerons point par une rigoureuse pratique de la méthode. N'écrivant que pour être compris et pour communiquer le plus d'instruction dans le moindre espace possible, nous sommes en position de ne nous laisser maîtriser ni par le système, ni par la forme.

5. Avant de commencer, nous regarderons le système du monde selon Copernic, comme un point accordé, nous reposant sur l'explication aisée, frappante et naturelle qu'il offre de tous les phénomènes à mesure qu'ils sont décrits, pour entraîner la conviction du lecteur, sans recourir à la démonstration, ni pour cela nous abstenir de lui signaler, à mesure que l'occasion s'en offrira, le contraste que présente sa grande simplicité avec la complication des autres hypothèses.

6. Les connaissances préliminaires qu'il convient que le lecteur possède pour retirer un plus grand avantage des pages qui suivent, consistent dans la pratique familière de l'arithmétique décimale et sexagésimale, dans quelques notions de géométrie et de trigonométrie plane et sphérique ; dans les principes élémentaires de la mécanique, et dans ceux que fournit l'optique, pour comprendre la construction et l'usage du télescope, et de quelques autres instrumens plus simples. Il pourra se procurer ces lumières diverses, en consultant les autres ouvrages de cette encyclopédie, qui font de ces matières un objet spécial. Ainsi, plus ces livres lui fourniront de lumières, plus il lui sera facile de faire des progrès dans l'étude du nôtre ; mais nous tâcherons, dans tous les cas, autant que cela ne se fera point aux dépens de la clarté, et d'une indispensable concision, de rendre

ce que nous avons à dire aussi indépendant que possible des œuvres d'autrui.

7. Du reste, nous devons avertir expressément ceux de nos lecteurs qui commencent ou terminent leurs études astronomiques par le présent ouvrage (quoique nous pensions que le nombre en soit peu considérable, du moins dans la dernière catégorie), que notre prétention se borne à les placer sur le seuil de ce pavillon particulier du temple de la science, ou plutôt sur une éminence extérieure de cet édifice, d'où ils puissent obtenir un coup-d'œil général de sa structure. Leur succès sera d'autant mieux assuré, que leurs connaissances mathématiques seront plus étendues; car c'est là le réservoir où il faudrait sans cesse puiser.

Ce n'est pas sans efforts que ceux qui possèdent cette science, peuvent s'entretenir sur de pareils sujets avec ceux qui y sont étrangers, et adapter leur langage et leurs explications aux exigences de pareilles communications. Des propositions qui pour tel individu sont presque identiques, sont des théorèmes importans et difficiles pour tel autre, et leur évidence n'est pas présentée dans le même jour pour celui-ci que pour celui-là. En enseignant de pareilles propositions, dans de telles circonstances, l'appel doit être fait, non à la pure et abstraite raison, mais au sens et à l'analogie, à la pratique et à l'expérience; il faut établir des principes et des modes d'action, non par des argumens directs tirés d'axiômes reconnus, mais en produisant, et s'appuyant sur eux, des exemples simples et familiers dans lesquels se montrent les mêmes principes et les mêmes modes d'action; tirant ainsi, en quelque sorte, pour chaque cas particulier, une induction séparée, et construisant à chaque pas un petit corps de science pour en suivre les lois. Quant à la méthode *d'assertion*, qui exige la *foi* aveugle de l'étudiant (quoiqu'indispensable dans quelques cas complexes, où les explications en détruiraient le but, et deviendraient aussi ennuyeuses que pénibles pour le professeur comme pour l'auditeur) nous sommes également éloignés de l'adopter nous-mêmes et de la recommander aux autres.

8. D'un autre côté, quoique ce soit en quelque sorte une innovation que d'abandonner la route de la démonstration mathématique, en traitant des sujets qui en sont susceptibles, et d'enseigner une branche considérable de la science par la seule voie de l'explication et des comparaisons familières; il n'est pas pour cela impossible que ceux qui sont déjà instruits de notre sujet, et dont les lumières ont été puisées dans cette pratique, à la fois plus transcendante et meilleure, qui est incompatible avec le but avoué du présent ouvrage, il n'est pas impossible, disons-nous, que cette lecture leur soit de quelque utilité, par la raison qu'il est toujours avantageux de présenter à l'esprit un corps quelconque de science, dans une aussi grande variété de vues que possible. Les explications de ce genre ont cela de particulier, qu'elles ne frappent pas deux esprits de la même manière, ou avec la même force, parce qu'il n'y a pas deux esprits pourvus des mêmes images, ou dont les idées leur soient venues par les mêmes habitudes. Il peut donc très bien arriver qu'une proposition, même pour celui qui la connaît le mieux, soit placée non seulement sous un aspect nouveau et avec plus de relief, mais encore sous un jour plus frappant et plus persuasif en suivant cette marche; que telle obscurité soit dissipée, telle méprise intime redressée, et même qu'un chaînon soit ajouté pour compléter la chaîne des rapports et des déductions dont on ne se doutait pas auparavant. Cette probabilité acquiert une nouvelle sanction lorsque, comme dans le cas actuel, les explications n'ont pas été puisées dans les livres; mais sont telles qu'elles se sont présentées librement à l'esprit de l'auteur, comme étant le plus en harmonie avec ses propres vues; aussi ne prétend-il assigner à aucune d'elles d'autres titres à l'originalité, que ceux qui peuvent réellement leur appartenir.

9. Au reste, il est des cas où quelque instruit que soit l'étudiant dans les prin-

cipes de la mécanique, il ne laisse pas que d'y avoir quelque chose qui manque encore à son esprit, non sous le rapport de l'évidence, car il a examiné chaque chaînon, et il trouve que la chaîne est complète; non sous celui des principes, car ceux qu'il connaît très bien, sont trop solidement établis pour être ébranlés; mais c'est dans le *mode d'action*. Il a suivi un système de raisonnement d'après les règles de la logique et de l'art; mais les signes qu'il a employés ne sont pas les portraits de la nature, ou ils ont perdu à ses yeux leur sens primitif.

10. D'après ce qui a été dit, on comprendra de reste que notre but n'est pas d'offrir au public un traité technique, où celui qui se voue à l'étude de l'astronomie pratique ou théorique, puisse trouver une description détaillée des méthodes d'observation, ou les formules préparées pour ses calculs, ou leurs démonstrations conduites dans tous les détails.

MESURES DE LONGUEUR ANGLAISES,

Avec leurs noms correspondans en français, qui n'ont cependant pas la même valeur, transformées, pour l'uniformité, en mesures métriques.

Mesures anglaises.	Mesures métriques.
Inch (pouce), 1/36 du yard impérial.	0,$^{mt.}$ 025
Foot (pied), 1/3 du yard.	0, 305
Yard (mètre).	0, 914
Fathom (toise), 2 yards.	1, 829
Pole ou perch (perche), 5 yards 1/2.	5, 029
Furlong, 220 yards.	201, 164
Mile (mille), 1760 yards	1609, 315

Nota. Le pouce français vaut. 0 027

Ainsi il y a 2 millimètres de différence entre le pouce anglais et le pouce français, qui est le plus fort.

TRAITÉ
D'ASTRONOMIE.

CHAPITRE Ier.

Notions générales. — Forme et grandeur de la terre. — L'horizon et sa dépression. — L'atmosphère. — La réfraction. — Le crépuscule. — Apparences qui naissent du mouvement diurne. Parallaxe. — Premier pas pour se faire une idée de la distance des astres. — Définitions.

11. Les volumes, les distances, l'arrangement et les mouvemens des grands corps qui composent l'univers visible, leur constitution et leur condition physique, autant qu'ils peuvent nous être connus, les influences et les actions réciproques qu'ils subissent, si nous en jugeons par les effets produits, forment l'assemblage des objets qui captivent l'attention de l'astronome. Le mot même *d'astronomie*, qui indique *la loi* des astres (terme par lequel les anciens entendaient les étoiles, aussi bien que le soleil, la lune et toutes les autres parties visibles constitutives du ciel) le fait assez connaître; et quoique l'expression *astrologie* qui signifie *raison*, *théorie*, ou *interprétation des astres*, se soit corrompue dans son application, et n'ait plus désigné que des efforts superstitieux et chimériques pour scruter les événemens futurs par leur subordination à de prétendues influences planétaires, ce mot eut le même sens dans son origine.

12. Mais outre les étoiles et les autres corps célestes, la terre elle-même, considérée comme corps individuel, est un des principaux objets des méditations de l'astronome, ou, pour mieux dire, l'objet essentiel. Elle tire son importance, sous le rapport pratique aussi bien que théorique, non seulement de sa proximité et des liens qui nous attachent à elle comme êtres animés, puisque nous y puisons tout ce qui est nécessaire à nos besoins; mais encore comme point de station d'où nous voyons tous les autres corps, et comme le seul d'entr'eux auquel nous puissions rattacher nos idées pour assigner des limites et des mesures par lesquelles nous soyons en état de reconnaître leurs changemens de situation, ou de comparer leurs distances.

13. Le lecteur qui, aujourd'hui pour la première fois, ouvrira un livre d'astronomie, ne pourra sans doute s'empêcher de trouver bizarre que l'on classe la terre parmi les corps célestes, et que l'on suppose quelque communauté de nature parmi des choses en apparence si dissemblables. Car que peut-il, en effet, y avoir en apparence de plus hétérogène que cette vaste étendue de la terre qui s'offre à nous sous l'aspect de l'immensité, et les astres qui ne nous semblent être que comme des points? La terre est obscure et opaque, tandis que les corps célestes sont brillans. Nous n'apercevons en elle aucun mouvement, tandis que nous remarquons en eux un changement continuel de place, en les regardant à différentes heures du jour ou de la nuit, ou à diverses saisons de l'année. Aussi, les anciens, si nous en exceptons un, ou tout au plus deux des plus éclairés, n'admettaient-ils pas cette communauté de

nature, et en plaçant ainsi les corps célestes et leurs mouvemens en dehors du domaine de l'analogie et de l'expérience, ils ont réellement arrêté le progrès ouvert au raisonnement pour déduire de ce qui se passe ici bas, ce qui a lieu dans les régions où ils existent et se meuvent. Emprisonnée dans une pareille règle de conduite, l'astronomie, comme science de cause et d'effet, ne pourrait exister, et son rôle se bornerait à un simple catalogue d'apparences, qu'aucun effort ne se serait attaché à baser sur des principes raisonnables. Le premier pas pour se débarrasser de ce préjugé, consiste donc à chercher à acquérir la connaissance de ce qui se passe réellement : et le candidat a fait son premier effort pour arriver à la conquête de saines notions, lorsqu'il a appris à se familiariser avec l'idée que la terre, après tout, *pourrait bien* n'être qu'une grande étoile. Nous allons voir tout-à-l'heure jusqu'à quel point cette idée est correcte, et quelles sont les limites et les modifications qu'on doit lui assigner.

14. Il est évident que pour se faire de justes notions de l'arrangement, dans l'espace, d'un nombre d'objets dont nous ne pouvons approcher et qui se dérobent à notre examen, mais à la connaissance desquels nous pouvons arriver en nous tenant en repos et en épiant leurs évolutions, il est de la dernière importance pour nous de savoir, quant au premier point, si ce que nous appelons *être en repos* est *réellement* tel; si la station d'où nous voyons les astres en même temps que nous-mêmes, et tout ce qui nous entoure immédiatement, n'est pas elle-même en mouvement sans que nous nous en apercevions; et dans ce cas, de quelle nature est ce mouvement. Les lieux apparens d'un certain nombre d'objets, et la configuration qu'ils présentent à nos yeux, seront donc matériellement affectés par la situation du spectateur au milieu d'eux; et si cette situation est sujette à changement, sans qu'il s'en doute, il s'ensuivra parmi les objets un déplacement remarquable qui n'aura rien de réel. Si le cas et donc tel par le fait, il en résultera que tous les mouvemens que nous croyons remarquer dans les astres ne seront pas véritables, mais qu'une partie au moins des changemens relatifs que nous apercevons parmi eux sera seulement apparente, conséquence nécessaire du déplacement de notre point de vue, et que nous ne pourrions arriver à la connaissance de leurs mouvemens réels qu'en commençant par rechercher ceux que nous subissons pour leur assigner les effets qui leur appartiennent. Ainsi, la question de savoir si la terre est en mouvement ou en repos, et dans ce dernier cas, quel est ce mouvement, n'est pas une investigation oiseuse; c'est d'elle, au contraire, que dépend la seule chance que nous ayons de parvenir à une véritable solution de ce qui constitue l'univers.

15. Et qu'on ne s'étonne pas que nous parlions d'un mouvement existant dans la terre, inaperçu par ses habitans : il ne faut pas oublier que c'est de la terre *comme un tout*, tant ce qu'elle recèle dans son sein que ce qu'elle porte sur sa surface, que nous parlons; il s'agit d'un mouvement commun à la masse solide intérieure, à l'océan qui coule autour d'elle, à l'air qui l'entoure, et aux nuées qui circulent dans l'atmosphère. Il est incontestable qu'un mouvement qui ne ferait perdre à aucun objet terrestre sa position relative au milieu d'autres objets, qui ne gênerait en rien le jeu de la nature, et ne produirait aucune sensation de chocs ou de secousses, pourrait exister à notre insu. Il n'y a rien en nous qui nous avertisse que nous sommes *en mouvement*. Nous nous apercevons des secousses, des saccades, il est vrai, parce que ce sont des *changemens* soudains de mouvement, produits, comme les lois de la mécanique nous l'enseignent, par des forces subites et puissantes qui agissent dans des temps très courts; et ces forces, appliquées à nos corps, sont ce que nous éprouvons. Lorsque, par exemple, nous sommes conduits dans une voiture dont les stores sont baissés, ou que nous avons les yeux fermés (pour nous empêcher de voir les objets extérieurs), nous sentons un tremblement produit par les inégalités du chemin,

qui font tour-à-tour soulever ou baisser la voiture, mais nous n'avons aucune idée de *progrès*. A mesure que la route se présente plus unie, notre sensation de mouvement diminue, quoique notre course soit accélérée. Ceux qui ont voyagé sur le fameux chemin à *rails* de fer, entre Manchester et Liverpool, assurent qu'abstraction faite du bruit de la voiture et de la rapidité avec laquelle les objets extérieurs semblent fuir derrière eux, la *sensation* est, ou peu s'en faut, celle d'un repos absolu.

16. Mais c'est à bord d'un vaisseau, où un grand système est tenu en mouvement, et où nous sommes environnés d'une multitude d'objets qui participent comme nous au progrès commun de toute la masse, que nous sentons de la manière la plus satisfaisante l'identité de sensation entre l'état de mouvement et celui de repos. Dans la cabine d'un grand vaisseau bien lesté, qui s'avance tranquillement au milieu du calme de la mer à la faveur d'une brise, ou qui fait route le long d'un canal, il n'existe pas le moindre indice qui nous apprenne quel chemin il fait. Nous lisons, nous nous tenons assis, nous marchons, et nous nous livrons à toutes les occupations ordinaires qui se partagent notre vie. Si nous jetons une balle en l'air, elle nous retombe dans les mains: ou, si nous la laissons tomber, elle descend sur nos pieds. Les insectes bourdonnent autour de nous comme en plein air, et la fumée monte de la même manière qu'elle le ferait dans un appartement sur le rivage. Si, à la vérité, nous montons sur le tillac, le cas est, à quelques égards, différent; l'air, qui n'est point transporté avec nous, chasse en apparence la fumée et les autres corps légers, tels que les plumes qui lui sont abandonnées, dans la direction opposée à celle de la marche du vaisseau; mais dans le fait ces corps restent en repos, et nous les laissons derrière nous. L'illusion, en tant qu'il s'agit d'objets massifs et de nos propres mouvemens, n'en demeure pas moins complète; et, lorsque nous regardons le rivage, nous voyons alors l'effet de notre propre mouvement transporté, dans une direction contraire, à des objets extérieurs, j'entends *extérieurs au système dont nous formons une partie.*

17. Non seulement les objets extérieurs en repos paraissent en général en mouvement, par rapport à nous, lorsque nous le sommes parmi eux; mais ils semblent aussi se mouvoir entr'eux, et quitter leurs positions *relatives*. Je suppose un observateur courir rapidement le long d'une grande route et attacher des regards immobiles sur un objet quelconque, sans toutefois détourner entièrement son attention du point de vue général; il verra ou croira voir tout le paysage mis en rotation, et mu autour de l'objet comme centre, tous les objets interposés entre ce but et lui, semblant se mouvoir *en arrière*, ou en sens contraire à celui de son propre mouvement, et tous ceux au-delà de ce but paraissant se porter en avant, ou dans la direction qu'il suit lui-même; mais qu'il vienne ensuite à porter sa vue, de cet objet sur un autre plus rapproché, par exemple; aussitôt l'apparence de rotation se déplace aussi, et le centre apparent autour duquel s'opère cette circulation trompeuse est transporté au nouvel objet qui, pour le moment, semble en repos. Ce changement apparent de situation des objets, les uns à l'égard des autres, provenant du mouvement du spectateur, s'appelle mouvement *parallactique*. Il est donc évident qu'avant d'affirmer si des objets extérieurs sont réellement ou non en mouvement, ou ce que sont leurs mouvemens, nous devons nier ou admettre tout mouvement *parallactique* qui pourrait exister.

18. Afin cependant de concevoir la terre en mouvement, il faut que nous nous fassions une idée de sa figure et de sa grandeur. Mais un objet ne peut avoir ni figure ni grandeur, s'il n'est *limité* de tous côtés par quelque ligne de démarcation qui nous permette d'imaginer au moins qu'il est séparé des autres corps, et isolé dans l'espace. La première notion ébauchée que nous nous for-

mons de la terre est celle d'une surface plate, d'une étendue indéfinie dans toutes les directions, à partir du lieu où nous sommes, *au-dessus* de laquelle sont *l'air* et le *firmament*, et *au-dessous*, une profondeur infinie, une matière solide. C'est là un préjugé dont il faut se dépouiller, comme de celui de l'immobilité de la terre; mais il est beaucoup plus facile à secouer en ce qu'il ne tire son origine que de cette paresse d'esprit qui ne nous permet pas de nous demander *où* nous placerons une limite à une chose que nous sommes accoutumés dès notre enfance à regarder comme immensément étendue; et qu'il n'a pas, comme le premier, son siége dans le témoignage faussement interprété de nos sens. Bien loin de là, leur témoignage direct nous dit le contraire. Lorsque nous voyons le soleil se coucher le soir à l'occident, et se lever de nouveau à l'orient, comme nous ne pouvons douter que ce ne soit le même soleil que nous revoyons après une absence temporaire, il faut que nous fassions violence à toutes nos notions de matière solide, pour supposer qu'il s'est frayé un passage *à travers* la substance de la terre; qu'il est donc passé sous elle, et cela sans suivre un *canal* souterrain; car si nous faisons attention aux points où il se couche et se lève pendant plusieurs jours de suite, ou pendant une année entière, nous les trouverons constamment déplacés, autour d'une fort grande étendue de l'horizon. D'ailleurs, la lune elle-même et les étoiles se couchent et se lèvent aussi sur plusieurs points de l'horizon visible. La conclusion est simple: la terre ne saurait s'étendre indéfiniment ni en profondeur, ni en surface plane; il faut qu'elle ait nécessairement, non seulement des limites dans une direction horizontale, mais aussi un *côté inférieur* autour duquel le soleil, la lune et les autres astres puissent passer; et ce côté doit ressembler à celui que nous voyons, au moins jusqu'à jouir de l'aspect du ciel et du soleil, du jour quand nous avons la nuit, et *vice versâ*.

19. Aussitôt que nous nous sommes familiarisés avec l'idée d'une terre sans *fondemens* ou soutiens fixes, existant isolée dans l'espace loin du contact de tout objet externe, il devient aisé de l'imaginer en mouvement, ou plutôt difficile de ne pas la concevoir dans cet état; car, puisqu'il n'y a rien pour la *retenir* dans un lieu, s'il existe des causes de mouvement, ou si des *forces* quelconques agissent sur elle, il faut qu'elle obéisse à leur impulsion. Voyons maintenant quelles circonstances se présentent pour nous fournir des lumières sur la figure de la terre.

20. Examinons d'abord ce que nous pouvons réellement voir de sa figure. Or, ce n'est pas sur le sol (à moins que l'on ne se trouve dans des plaines extraordinairement unies et spacieuses) que nous pouvons voir quelque partie que ce soit de la figure *générale* de la terre; les collines, les arbres, et autres objets qui en rendent la surface raboteuse, qui interrompent et élèvent la ligne de l'horizon, quoiqu'ils ne soient évidemment que dans une proportion très minime avec *toute* la terre, n'en sont pas moins trop considérables, eu égard à nous-mêmes et à cette partie exiguë que nous voyons, pour nous permettre de porter un jugement sur la forme du tout, d'après celle d'une partie si défigurée. Mais si nous parlons de la surface de la mer, ou de quelque plaine unie d'une vaste étendue, le cas est bien différent. Quand nous faisons voile hors de la vue des rivages, soit que nous nous tenions sur le tillac du vaisseau, ou que nous grimpions sur le mât, nous voyons la surface de la mer, non se perdre dans le lointain et les nuages, mais se terminer par une ligne bien distincte, que forme un grand circuit autour de nous dont notre station est le centre. Ce qui nous fait conclure que cette ligne est réellement une circonférence, c'est, en premier lieu, la parfaite apparence de similitude de toutes ses parties; secondement, l'appréciation du coup-d'œil, qui nous dit en effet que toutes ses parties sont à la même distance de nous, distance, sans contredit, très médiocre; et, en troisième lieu, la mesure de son *diamètre apparent*, prise avec un instrument appelé *secteur*, qui accuse la même lon-

gueur (si l'on en excepte quelques circonstances particulières qui produisent une cambrure momentanée dans le contour), dans quelque sens que ce soit, propriétés qui n'appartiennent qu'à la circonférence. Si nous montons dans un lieu élevé au milieu d'une plaine (par exemple sur une des pyramides d'Egypte), on voit le même effet se produire.

21. Les mâts de vaisseaux, cependant, et les édifices élevés par la main de l'homme, ne sont rien auprès des hauteurs que fournit la nature elle-même; le Mont-Etna, le Pic de Ténériffe, *Mowna Roa*, sont des éminences d'où l'œil embrasse une notable quantité de la surface de la terre; et cependant, du haut de ces pics, dans ces rares circonstances où la transparence de l'air permet de voir le vrai horizon, les mêmes apparences se font remarquer, mais avec cette singulière modification, savoir : que le *diamètre* angulaire de l'aire visible, pris avec un secteur, est matériellement *moindre* qu'à une plus basse station, ou, en d'autres termes, que la *grandeur apparente* de la terre a sensiblement diminué à mesure que nous nous sommes éloignés de sa surface, tandis que la *quantité absolue* que nous en apercevons à-la-fois a été augmentée.

22. On remarque universellement les mêmes apparences dans toutes les parties de la surface de la terre visitées par l'homme. Or, la figure d'un corps qui, vu dans un sens quelconque, paraît toujours *circulaire*, ne saurait être autre chose qu'une sphère ou un globe.

23. Une figure éclaircira ceci. Supposons la terre représentée par la sphère LHNQ (fig. 1), dont le centre est C, et soient A,G,M, des stations à des élévations différentes au-dessus de divers points de sa surface représentés par a, g, m, respectivement. Que l'on mène de chacun de ces points, de M par exemple, une tangente MNn, à la surface en N, cette ligne représentera le rayon visuel par lequel le spectateur en M apercevra l'horizon visible; et comme cette tangente tourne autour de M, et prend successivement les positions MOo, MPp, MQq, le point de contact N décrira le cercle NOPQ. L'aire de ce cercle est la partie de la surface de la terre visible au spectateur en M, et l'angle NMQ compris entre les deux rayons visuels extrêmes est la mesure de son diamètre angulaire apparent. Mettant pour le moment de côté l'effet de la réfraction dans l'air au-dessous de M, dont nous parlerons davantage ci-après, réfraction qui tend toujours, jusqu'à un certain point, à *augmenter* cet angle, ou à le rendre plus *obtus*, c'est, à cette réfraction près, l'angle mesuré par le secteur. Or, il est évident, 1°. qu'à proportion que le point M est plus élevé au-dessus de m, point immédiatement au-dessous de celui-là sur la sphère, la surface visible, c'est-à-dire le segment sphérique NOPQ augmente; 2°. que la distance de l'horizon visible, c'est-à-dire la ligne MN est plus grande; enfin, 3°. que l'angle NMQ devient *moins obtus*, ou, en d'autres termes, que le diamètre angulaire apparent de la terre diminue, sa grandeur n'allant nulle part jusqu'à 180 degrés, ou deux angles droits, mais étant moindre d'une quantité assez sensible, qui augmente d'autant plus que nous montons davantage. La figure offre trois différentes élévations à chacune desquelles correspond un horizon; il suffira d'y jeter les yeux pour nous comprendre; mais, pour ne parler que de l'horizon le plus grand et le plus distinct, MNOPQ, que le lecteur s'imagine que nNM, MQq, sont les deux côtés d'une règle joints par une charnière au point M, et tenus écartés par le globe NmQ, qu'ils embrassent. Il est clair qu'à mesure que la charnière M sera poussée vers la surface, les côtés s'ouvriront, et que la règle tendra toujours à devenir plus *droite* jusqu'à ce qu'elle le soit à-peu-près, mais qu'elle ne pourra l'être *tout-à-fait* que lorsque M sera exactement en contact avec la surface en m, cas auquel toute sa longueur deviendra une *tangente* à la sphère en m, comme l'est la ligne xy.

24. Ceci explique ce que l'on entend par la *dépression de l'horizon*. Mm, qui est perpendiculaire à la surface générale de la sphère en m, est aussi la direction

que suivrait un *fil-à-plomb ;* car c'est un fait constaté par l'observation que, dans toutes les situations, sur tous les points de la terre, la direction d'un fil-à-plomb est rigoureusement perpendiculaire à la surface de l'eau tranquille, et, de plus, qu'il l'est aussi à une ligne ou surface sur laquelle un niveau étant posé, la bulle d'air se tiendrait au milieu (1). Supposons donc qu'à notre station M nous eussions à fixer une ligne (une règle de bois, par exemple) dans le plan d'un niveau, avec une parfaite exactitude ; en prolongeant indéfiniment la direction de cette ligne de part et d'autre, comme XMY, la ligne ainsi tirée sera à angles droits avec M*m*, et par conséquent parallèle à *xmy*, tangente à la sphère en *m*. Un spectateur placé en M verra donc non seulement la voûte des cieux *au-dessus* de cette ligne, comme XZY, mais aussi cette partie ou zône qui est située entre XN et YQ; en d'autres termes, son ciel surpassera un hémisphère de toute la zône YQXN. La hauteur angulaire de cette zône surabondante est la mesure de l'angle YMQ, quantité dont l'horizon *visible* semble abaissé au-dessous de la direction d'un niveau d'eau ; c'est ce que l'on appelle *la dépression de l'horizon.* Cette correction est d'un usage continuel dans l'astronomie nautique.

25. Les explications qui précèdent nous font voir, 1°. que la figure générale de la terre (autant qu'on peut le recueillir de cette espèce d'observation) est celle d'une sphère ou d'un globe. Nous y comprenons aussi celle de la mer, qui, partout où elle s'étend, couvre et comble ces inégalités et ces irrégularités locales qui existent sur terre, mais qui ne peuvent être regardées que comme de légères déviations de la grande ligne circulaire de toute la masse, une orange ne nous paraissant pas moins ronde pour avoir des aspérités sur son écorce ; 2°. que l'aspect d'un horizon *visible* est la conséquence de la convexité de la surface, et ne provient nullement de l'impuissance de l'œil à suivre des objets à une plus grande distance, ni du défaut de clarté de l'atmosphère. Il ne sera pas d'un médiocre intérêt de faire surgir de ces notions générales ainsi acquises quelques-unes de leurs conséquences, qui ne feront qu'ajouter une autorité irréfutable à des observations d'un autre genre faites sur une plus grande échelle ; il en jaillira aussi des notions claires sur la manière dont toutes les parties de la terre sont coordonnées entr'elles, et se tiennent comme un tout.

26. Et d'abord, il n'est personne qui, ayant passé quelques instans sur le rivage de la mer, ne se soit aperçu que des objets peuvent se voir très bien au-delà de l'horizon visible, mais non en *entier :* nous n'en voyons que les parties supérieures. Les bases sur lesquelles ces parties s'appuient, se dérobent à notre vue par la surface sphérique de la mer, qui s'interpose entre elles et nous. Supposons, par exemple, qu'un vaisseau quitte notre station ; au premier moment, lorsque la distance du vaisseau est peu considérable, un spectateur, S (fig. 2), placé à une certaine hauteur au-dessus de la mer, voit l'ensemble du navire à fleur de la *ligne d'eau* où il s'appuie sur la mer, comme en A. — A mesure que le navire s'éloigne, il diminue à la vérité en grandeur apparente, mais *l'ensemble* n'en continue pas moins à être vu, jusqu'à ce qu'il atteigne l'horizon visible en B ; mais aussitôt qu'il a dépassé cette distance, non seulement la partie visible continue à diminuer en *grandeur* apparente, mais la carène commence à disparaître, comme si elle s'enfonçait sous la surface. Lorsque le vaisseau est parvenu à une certaine distance, en C, par exemple, sa carène a entièrement disparu, mais les mâts et les voiles restent, présentant l'apparence *c*. Si, dans cet état de choses, le spectateur monte promptement à une station plus élevée, T, dont l'horizon visible est en D, la carène revient en vue, et quand il redescend, elle disparaît. Le navire continuant à s'éloigner, les voiles inférieures semblent s'enfoncer sous l'eau, comme en *d*, et à la fin le tout disparaît ; tandis que la netteté avec la-

(1) Cet instrument a été décrit au chapitre II, art. 142.

quelle on voit encore la dernière partie de la voile *d* est telle, que nous ne pouvons douter que sans le segment sphérique ABCDE de la mer, qui s'interpose, la distance TE n'est pas assez grande pour empêcher une vue également parfaite du tout.

27. Si nous pouvions donc mesurer les hauteurs et l'exacte distance de deux stations que l'on pourrait seulement distinguer l'une de l'autre par-dessus le bord de l'horizon, il nous serait facile d'assigner la grandeur réelle de la terre elle-même; et, en effet, sans la réfraction, par laquelle nous sommes en état de voir un peu *autour* du segment interposé (comme nous l'expliquerons ci-après), ce serait là un assez bon moyen de la constater. Supposons (fig. 3) que A et B soient deux éminences, dont les hauteurs perpendiculaires A*a* et B*b* (que, pour plus de simplicité, nous supposerons exactement égales) soient connues aussi bien que leur intervalle horizontal et exact *a*D*b*, que l'on aura mesuré, il est clair que D, horizon visible de l'un et de l'autre, ne sera qu'à moitié chemin entre eux; et si nous supposons qu'*a*D*b* soit la sphère de la terre et C le centre dans la figure CD*b*B, nous connaissons D*b*, grandeur de l'arc du cercle entre D et *b*, c'est-à-dire la moitié de l'intervalle mesuré, et *b*B l'excès de sa sécante sur son rayon, qui est la hauteur de B; données qui, par la solution d'un problème de géométrie aisé, nous fournissent le moyen de trouver la grandeur du rayon DC. Si, comme c'est le cas actuel, nous admettons que les hauteurs et la distance des deux stations soient peu considérables en comparaison de la grandeur de la terre, la solution dont il s'agit est renfermée dans le théorème suivant :

Le diamètre de la terre est à la distance de l'horizon d'un observateur comme cette distance est à la hauteur de son œil au-dessus du niveau de la mer.

Lorsque les stations sont de hauteurs inégales, la proposition est un peu plus compliquée.

28. Quoique, comme nous l'avons observé, l'effet de la réfraction ôte à cette méthode l'exactitude nécessaire pour assigner les dimensions de la terre, il suffira de lui donner une approximation qui, au point où nous en sommes, aidera le lecteur à se former de saines notions à cet égard, et, pour plus d'utilité, nous en ferons l'application à des nombres. Or, l'observation nous apprend que deux points, chacun de 10 pieds (1) (3 m. 048) au-dessus de la surface, cessent d'être visibles de l'un à l'autre au-dessus de l'eau tranquille, dans les situations atmosphériques moyennes, à une distance d'environ 8 milles (12,874 mètres 5). Mais 10 pieds font la 528e. partie d'un mille (art. 10), en sorte que la moitié de leur distance, ou 4 milles, est à la hauteur de chaque point, comme 4 × 528 ou 2,112 sont à 1, et par conséquent la grandeur du diamètre de la terre est dans la même proportion avec 4 milles. Ce diamètre doit donc être égal à 4 fois 2,112 = 8,448 milles, ou, en nombres ronds, 8,000 milles (12,874,520 mètres), ce qui n'est pas bien éloigné de la vérité.

29. Tel est le premier résultat ébauché que l'on a obtenu pour assigner la grandeur de la terre; et il ne sera pas hors de propos de nous en prévaloir pour la mettre en parallèle avec des objets que nous sommes accoutumés à réputer d'une grande dimension, afin de placer quelques jalons entre elle et nos idées ordinaires d'étendue. Nous avons assimilé précédemment les inégalités de la surface de la terre, provenant des montagnes, vallées, édifices, etc., aux aspérités de l'écorce d'une orange, comparées à sa masse totale. Cette comparaison n'a rien d'exagéré. La plus haute montagne connue n'a pas au-delà de 5 milles (8,477 mètres) de hauteur; ce n'est que la 1,600^e. partie du diamètre de la

(1) Pieds anglais.

terre. Ainsi, sur un globe de 16 pouces de diamètre, une pareille montagne serait représentée par une protubérance qui n'excéderait pas la centième partie d'un pouce, épaisseur environ du papier à dessiner ordinaire. Or, comme il n'existe aucun continent, ni même aucune partie de terre connue, quelque considérable qu'elle soit, dont l'élévation en général au-dessus de la mer approche seulement de la moitié de cette quantité, il s'ensuit que si nous voulions construire un modèle correct de notre terre, avec ses mers, ses continens et ses montagnes, sur un globe de 16 pouces de diamètre, toute cette étendue de pays, à l'exception de quelques points élevés, y serait nécessairement comprise sous l'épaisseur d'un papier à écrire bien mince; et les plus hautes collines seraient représentées par les plus petits grains de sable visibles.

30. La plus profonde mine qui existe ne pénètre pas jusqu'à la moitié d'un mille (800 mètres) au-dessous de la surface; une égratignure, un trou d'épingle, qui la représenterait fidèlement sur la surface d'un globe tel que notre modèle, serait imperceptible sans une loupe.

31. La plus grande profondeur de la mer ne surpasse probablement pas de beaucoup la plus grande élévation des continens, et serait par conséquent représentée par une excavation dans la surface du globe faite à-peu-près dans la même proportion; en sorte que l'Océan peut se concevoir comme une simple couche de liquide telle que la déposerait sur notre modèle une brosse plongée dans de la couleur et passée sur les parties destinées à représenter la mer: seulement, en concevant la chose ainsi, nous ne devons pas perdre de vue que la ressemblance ne s'étend qu'à la proportion pour la quantité. Les lois mécaniques qui régleraient la distribution et le mouvement de cette espèce de pellicule, et son adhésion à la surface, sont tout-à-fait différentes de celles qui gouvernent les phénomènes de la mer.

32. Enfin, la plus grande étendue de surface de la terre qui ait jamais été vue à-la-fois par l'œil de l'homme, est celle qui s'offrit aux regards de MM. Biot et Gay-Lussac dans leur célèbre expédition aérostatique jusqu'à la prodigieuse hauteur de 25,000 pieds, ou un peu moins de 5 milles (8,047 mètres). Pour estimer la proportion de la surface visible depuis cette élévation à toute la superficie de la terre, il nous faut avoir recours à la trigonométrie, qui nous apprend que la surface convexe d'un segment sphérique est à toute la surface de la sphère à laquelle elle appartient, comme le sinus verse, ou la hauteur du segment, est au diamètre de la sphère; et, de plus, que cette hauteur, dans le cas en question, est presque exactement égale à l'élévation du point de vue au-dessus de la surface. La proportion de l'aire visible à toute la surface de la terre est donc ici de 5 milles à 8,000 milles, ou de 1 à 1,600. La partie visible depuis l'Etna, le Pic de Ténériffe, ou Mowna-Roa, n'est que d'environ 1/4000.

33. Lorsque nous montons sur quelque lieu très élevé de la surface de la terre, soit dans un ballon, soit sur des montagnes, nous nous apercevons, par une infinité de sensations désagréables, que la quantité d'*air* que nous respirons est insuffisante. Le baromètre, instrument destiné à mesurer le poids de l'air qui pèse sur une surface horizontale donnée, confirme cette impression, et nous fournit une mesure directe du rapport de diminution de l'air qu'un espace donné renferme à mesure que nous nous éloignons de la surface. D'après ces indices, nous apprenons que quand nous sommes montés à la hauteur de 1000 pieds (305 mètres), nous avons laissé au-dessous de nous environ 1/30 de toute la masse de l'atmosphère; qu'à 10,600 pieds (ce qui est un peu moins que l'élévation du sommet de l'Etna) (1), nous en avons traversé environ 1/3, et qu'à 18,000 pieds (5,486 mè-

(1) La hauteur de l'Etna au-dessus de la Méditerranée (d'après une opération baro-

très (à-peu-près la hauteur de Cotopaxi), nous avions au-dessous de nous la moitié du corps matériel de l'atmosphère, ou au moins de la partie pondérable. D'après la progression de ces nombres, aussi bien *à priori* que d'après la nature de l'air lui-même, qui est *compressible*, c'est-à-dire capable d'être condensé, ou renfermé sous un moindre volume, selon le degré de pression, il est aisé de voir que, quoique en nous élevant plus haut nous eussions sous nos pieds une quantité d'air de plus en plus considérable, et qu'ainsi nous nous fussions soulagés de plus en plus de la pression qu'il exerce sur nous, la somme de ce nouvel allégement, de cette *quantité* d'air *pondérable* surmontée, n'en serait pas pour cela en proportion avec le surcroît de hauteur parcourue, mais au contraire dans un rapport toujours décroissant. Un calcul aisé, cependant, fondé sur nos connaissances expérimentales des propriétés de l'air, et des lois de la mécanique qui en règlent la dilatation et la compression, suffira pour prouver que, à une hauteur au-dessus de la surface de la terre qui n'excéderait pas la 100e. partie de son diamètre, la ténuité ou la raréfaction de l'air doit être si excessive, que non seulement la vie d'un animal ne pourrait y tenir, ni la combustion s'y alimenter, mais que les moyens les plus délicats que nous possédions pour constater l'existence d'*une quantité quelconque d'air*, seraient incapables de nous fournir les plus légères indications de sa présence.

34. Mettant donc de côté, pour le moment, toutes les questions ardues qui regardent l'existence probable des limites de l'atmosphère, au-delà desquelles il n'y a, absolument et rigoureusement parlant, *point* d'air, rien ne nous empêche de parler de ces régions dont la distance au-dessus de la surface de la terre surpasse la 100e. partie de son diamètre, comme vides d'air, et par conséquent de nuages, qui ne sont que des vapeurs visibles répandues et *flottant* dans l'air qui les soutient et qu'elles rendent *trouble* comme la boue trouble l'eau. Il paraît probable, d'après plusieurs indications, que la plus grande hauteur à laquelle les nuages visibles puissent *exister* ne surpasse pas 10 *milles* (16,093 mètres), hauteur à laquelle la densité de l'air est d'environ 1/8 de celle qui existe au niveau de la mer.

35. Nous sommes ainsi conduits à regarder l'atmosphère, avec les nuages qu'elle soutient, comme constituant un vêtement d'une épaisseur uniforme ou à-peu-près telle, enveloppant notre globe de tous côtés, ou plutôt comme un océan aérien, dont la surface de la mer et de la terre forme le lit, et dont les parties ou couches inférieures, dans un rayon de quelques milles de la terre, contiennent au moins la plus grande partie de toute la masse, la densité diminuant avec une extrême rapidité à mesure que nous montons, jusqu'à ce que, arrivés à une très médiocre hauteur (telle qu'on pourrait la représenter par la 6e. partie d'un pouce sur le modèle dont nous avons déjà parlé, et qui n'est pas en proportion plus grande avec le globe terrestre que ne l'est la peau cotonneuse d'une pêche comparée au fruit qu'elle renferme), toute trace sensible de l'existence de l'air ait disparu.

36. Les argumens ne manquent cependant pas pour établir, sinon d'une manière absolument certaine, du moins au plus haut degré de probabilité, que la surface de l'océan aérien, comme celle de l'océan aqueux, a une limite réelle et définie, ainsi que nous l'avons déjà insinué, au-delà de laquelle il n'y a absolument pas d'air; mais admettons qu'il fût possible d'en introduire une certaine quantité dans les régions transatmosphériques, cet air, au lieu de prendre une direction ascensionnelle indéfinie, ne ferait que s'affaisser, comme l'eau que l'on verse dans la mer, après avoir acquis par la dilatation un volume énorme,

métrique que j'ai faite moi-même en juillet 1824, dans des circonstances très favorables) est de 10,872 pieds anglais (3,314 mètres).

et se distribuer dans la masse qui est au-dessous. Au reste, l'astronomie n'a rien à démêler avec cette vérité, tous les effets de l'atmosphère dans les modifications des phénomènes astronomiques étant les mêmes, soit qu'on lui suppose une étendue limitée ou non.

37. D'ailleurs, quelque idée que nous adoptions, il est également certain que, dans les limites dans lesquelles elle possède une densité appréciable, sa constitution est la même sur tous les points de la surface de la terre, c'est-à-dire sur la grande échelle, et sans avoir égard aux causes temporaires et locales de perturbation, comme les vents, et aux grandes fluctuations, de la nature des flots, qui y dominent dans une immense étendue; en d'autres termes, que la loi de diminution de densité de l'air, à mesure que nous nous élevons au-dessus *du niveau de la mer*, est la même dans toute colonne dans laquelle nous pouvons le concevoir distribué, ou de quelque point de la surface que nous puissions partir. On peut donc le considérer comme consistant en couches successivement superposées, chacune de la forme d'une coquille sphérique, concentrique à la surface générale de la mer et de la terre, et d'une pesanteur spécifique moins considérable que celle de la couche immédiatement au-dessous. Cette espèce de distribution de sa masse pondérable est nécessitée par les lois de l'équilibre des fluides dont des observations barométriques démontrent les résultats comme étant en parfait accord avec l'expérience.

Il faut observer cependant que les inégalités des montagnes et des vallées n'influent en rien sur ces couches : elles n'ont pas plus d'action pour modifier leur figure générale sphérique, que n'en ont les inégalités du fond de la mer pour interrompre la sphéricité générale de sa surface.

38. C'est le pouvoir qu'a l'air, conjointement avec tous les milieux transparens, de briser les rayons de la lumière, ou de les détourner de la ligne droite, qui rend la connaissance de la constitution de l'atmosphère importante pour l'astronome. D'après cette propriété, des objets vus obliquement paraissent situés autrement qu'ils ne le seraient pour le même spectateur, si l'atmosphère n'avait pas d'existence : elle produit, relativement aux lieux qu'ils occupent, une fausse impression que l'on doit rectifier, en constatant la somme et la direction du déplacement ainsi produit en apparence sur chacun d'eux, avant de pouvoir arriver à la connaissance des véritables directions dans lesquelles ils sont situés par rapport à nous dans un instant donné.

39. Supposons un spectateur placé en A (fig. 4), point quelconque de la surface de la terre, K*A*k; soient L*l*, M*m*, N*n*, les couches successives de densité décroissante dans lesquelles nous pouvons concevoir que l'atmosphère a été partagée, et qui sont des surfaces sphériques concentriques avec K*k*, surface de la terre. Soit S une étoile, ou autre corps céleste, au-delà de l'extrême limite de l'atmosphère : si l'air n'existait pas, le spectateur la verrait dans la direction de la ligne droite AS. Mais, en réalité, lorsque le rayon de lumière SA aura atteint l'atmosphère, en *d*, je suppose, il commencera, en vertu des lois de l'optique, à se plier *en descendant*, et à prendre une direction plus inclinée, comme *dc*. Cette courbure sera d'abord imperceptible, à cause de l'extrême ténuité des couches supérieures; mais à mesure que le rayon descendra, les couches augmentant continuellement en densité, il subira sans cesse une *réfraction* de plus en plus grande dans la même direction; et ainsi, au lieu de poursuivre la ligne droite S*d*A, il décrira une courbe S*dcba*, toujours de plus en plus concave par en bas, et arrivera jusqu'à la terre, non en A, mais à un certain point *a*, plus près de S. Ce rayon ne viendra donc pas trouver l'œil du spectateur; le rayon par lequel il verra l'astre n'est par conséquent pas S*d*A, mais un autre rayon qui, s'il n'y avait pas eu d'atmosphère, aurait frappé la terre en K, point qui est *derrière* le specta-

teur, mais qui, étant converti par l'air en une courbe SDCBA, frappe réellement en A. Or, c'est une loi d'optique qu'un objet soit vu dans la direction que suit le rayon visuel à l'instant *d'arriver à l'œil*, sans avoir égard à ce qu'a pu d'ailleurs être son cours entre l'objet et l'œil : ainsi l'étoile S sera vue, non dans la direction AS, mais dans celle de A*s*, tangente à la courbe SDCBA, en A. Mais comme la courbe décrite par le rayon brisé est concave par en bas, la tangente A*s* se trouvera *au-dessus* de AS, rayon non brisé : l'objet S paraîtra donc plus élevé au-dessus de l'horizon AH, en le regardant à travers l'atmosphère, qu'il ne le serait si elle n'existait pas. Puisque cependant la disposition des couches est la même dans toutes les directions autour de A, le rayon visuel ne déviera pas *latéralement*, mais restera constamment dans le même plan vertical SAC', passant par l'œil, l'objet et le centre de la terre.

40. L'effet de la réfraction de l'air est donc *d'élever* en apparence tous les corps célestes à une plus grande hauteur au-dessus de l'horizon que celle où ils se trouvent réellement. Tous ces corps, situés effectivement dans le vrai horizon, paraîtront *au-dessus* ou auront une certaine *hauteur* apparente ; et même, tel qui se trouve réellement au-dessous de l'horizon, et qui serait par conséquent invisible sans l'effet de la réfraction, est, en vertu de cet effet, élevé au-dessus et offert à notre vue. Ainsi le soleil, lorsqu'il est situé en P au-dessous du véritable horizon AH du spectateur, devient visible pour lui comme s'il était en *p*, par la déviation du rayon P*grt*A, auquel A*p* est tangente.

41. L'estimation exacte de la quantité de réfraction atmosphérique, ou la rigoureuse détermination de l'angle SA*s*, dont un corps céleste à une hauteur donnée HAS, est élevé en apparence au-dessus de son véritable lieu, est, malheureusement, un objet d'investigation physique fort difficile, et sur lequel les géomètres (qui sont seuls aptes à nous fournir des lumières là-dessus) ne sont pas encore entièrement d'accord. La difficulté vient de ce que la *densité* de toute couche d'air (d'où dépend la force de déviation) n'est pas *uniquement* affectée par la pression, mais aussi par sa *température* ou degré de chaleur. Or, quoique nous sachions qu'à mesure que nous nous éloignons de la surface de la terre, la température de l'air diminue constamment, la *loi*, ou la quotité de cette diminution à différentes hauteurs, n'est pas encore pour cela pleinement constatée. De plus, la puissance de l'air, sous le rapport de la déviation, est sensiblement affectée par son *humidité*, qui n'est pas non plus la même dans toutes les parties d'une colonne aérienne ; et nous ne connaissons qu'imparfaitement les règles de sa distribution. L'effet de notre ignorance sur ces points est d'introduire un degré correspondant d'incertitude dans la détermination de la quantité de réfraction qui affecte, jusqu'à un certain point, nos connaissances sur plusieurs des plus importantes *données* de l'astronomie. Le doute qui en résulte est, au reste, renfermé dans des limites si étroites qu'il ne saurait être une cause d'embarras (si l'on en excepte les questions les plus délicates), et qu'il ne fournira pas d'autre occasion d'en parler dans ce traité.

42. Une table des réfractions est une des plus importantes et des plus indispensables en astronomie, puisque ce n'est que par son emploi que nous pouvons bannir une illusion qui autrement ne manquerait pas de pervertir toutes nos notions relatives aux mouvemens célestes. On en a donc construit avec un grand soin, et on peut les trouver dans tous les recueils de tables astronomiques. Le cadre de notre traité ne comporte pas cette insertion ; il nous suffira par conséquent ici, et dans les cas semblables, de renvoyer le lecteur aux ouvrages spécialement destinés à fournir ces auxiliaires utiles de calcul. Il est toutefois à désirer qu'il retienne par cœur les notions générales suivantes, qui en constatent la quantité et la loi de variation.

43. 1°. Au *zénith*, ou point du ciel qui est directement au-dessus de notre tête, il n'y a pas de réfraction; un corps céleste, situé à ce point, est vu dans sa véritable direction, comme s'il n'y avait pas d'atmosphère.

2°. En descendant du zénith à l'horizon, la réfraction augmente continuellement, les objets près de l'horizon paraissant par elle plus élevés au-dessus de leurs véritables directions que ceux à une grande hauteur.

3°. Le *degré* de son accroissement est à-peu-près en proportion avec la tangente de la distance angulaire apparente de l'objet au zénith. Mais cette règle, qui n'est pas éloignée de la vérité, à de médiocres *distances du zénith*, cesse de donner des résultats exacts dans le voisinage de l'horizon, où la loi devient beaucoup plus compliquée.

4°. La réfraction moyenne, pour un objet qui est à mi-chemin entre le zénith et l'horizon, ou à une hauteur apparente de 45°, est d'environ 1′ (plus exactement 57″), quantité à peine sensible à l'œil nu; mais à l'horizon visible elle se monte à une quantité qui ne va pas à moins de 33′, un peu plus que le plus grand diamètre apparent, soit du soleil, soit de la lune. Il suit de là que lorsque nous voyons le bord inférieur du soleil ou de la lune s'appuyer *en apparence* tout juste sur l'horizon, tout son disque est réellement au-dessous, et serait entièrement hors de notre vue et caché par la convexité de la terre, sans la courbure autour de cet astre que les rayons de la lumière ont subie en traversant l'air, comme il a été dit à l'article 40.

44. Un des premiers effets de la réfraction doit donc être d'abréger la durée de la nuit et de l'obscurité, en prolongeant effectivement le séjour du soleil et de la lune au-dessus de l'horizon. Mais même après leur coucher, l'influence de l'atmosphère continue à nous envoyer une partie de leur lumière; non à la vérité par transmission directe, mais par *réflexion* sur les vapeurs, et de petites molécules solides qui y flottent, et peut-être aussi sur les atômes matériels réels de l'air lui-même. Pour comprendre comment ceci a lieu, nous devons nous souvenir que ce n'est pas seulement par la lumière directe d'un objet lumineux que nous voyons, mais que toute portion de cette lumière interceptée dans sa course, qui autrement ne viendrait pas jusqu'à nos yeux, étant rejetée en arrière, ou latéralement, sur nous, devient un foyer de clarté pour notre vue. Ces obstacles de réflexion existent toujours flottans dans l'air. Un rayon solaire pénétrant en ligne directe à travers la fente d'un volet de croisée dans une chambre obscure, est *visible* comme une ligne brillante dans l'air; et même si on le supprime, ou qu'on le *fasse sortir* à travers une crevasse opposée, la lumière dispersée dans l'appartement par ce foyer, suffit pour empêcher une obscurité complète dans la chambre. Les lignes lumineuses que l'on voit quelquefois dans l'air, dans un ciel rempli de nuages rompus çà et là, sont dues aux mêmes causes. Ce sont des rayons solaires, à travers les ouvertures des nuages, partiellement interceptés et réfléchis sur la poussière et les vapeurs de l'air. Il en est de même de ces rayons solaires qui, après que le soleil lui-même s'est couché par la convexité de la terre, continuent à traverser les régions supérieures de l'atmosphère au-dessus de nos têtes, y entrent et en sortent sans venir le moins du monde frapper la terre directement. Une partie de ces rayons est interceptée et réfléchie par les molécules flottantes dont nous venons de parler, et repoussée en arrière ou latéralement, de manière à venir jusqu'à nous et à nous offrir cette clarté secondaire qui est le crépuscule. La marche de ces rayons sera facilement comprise d'après la figure 5, dans laquelle ABCD est la terre, A un point de sa surface où le soleil est sur le point de se coucher, son dernier rayon inférieur SAM ne faisant qu'effleurer la surface en A, tandis

que ses rayons supérieurs SN, SO, traversent l'atmosphère au-dessus de A sans frapper la terre, la laissant finalement aux points PQR, après avoir été plus ou moins courbés en la traversant, plus aux couches inférieures, moins aux supérieures, tandis que le rayon, comme SRO, qui ne fait que raser la limite extérieure de l'atmosphère, ne dévie pas du tout. Considérons plusieurs points A,B,C,D, dont chacun est plus éloigné de A que celui qui le précède, et plus profondément plongé dans *l'ombre de la terre*, qui occupe tout l'espace depuis A au-dessous de la ligne AM. Maintenant A vient de recevoir le dernier rayon direct du soleil, et de plus est éclairé par la totalité de l'atmosphère réfléchissant PQRT. Il reçoit donc le crépuscule de tout le ciel. Le point B, où le soleil s'est couché, ne reçoit pas de lumière solaire directe, il n'en reçoit même ni de directe, ni de réfléchie de toute cette partie de *son* atmosphère visible qui est au-dessous de APM; mais de la portion lenticulaire PRx, qui est traversée par les rayons du soleil, et qui réside au-dessus de l'horizon visible BR de B, il reçoit un crépuscule, qui est le plus fort en R, point immédiatement au-dessus de celui où se trouve le soleil, et disparaît peu à peu vers P, à mesure que la partie lumineuse de l'atmosphère s'éteint. En C on ne voit plus au-dessus de l'horizon CQ de ce lieu, que la dernière ou la plus mince portion PQz du segment lenticulaire ainsi éclairé : ici le crépuscule est donc faible et circonscrit dans un petit espace près de l'horizon que le soleil a quitté, tandis qu'en D le crépuscule a cessé entièrement.

45. Lorsque le soleil est au-dessus de l'horizon, il éclaire l'atmosphère et les nuages, et ceux-ci à leur tour répandent et dispersent une portion de sa lumière dans toutes les directions, de manière à envoyer de chaque point du ciel quelques-uns de ses rayons à chaque point exposé. Ainsi la diffusion générale de la lumière dont nous jouissons pendant le jour, est un phénomène qui a sa source dans les mêmes causes que le crépuscule. Sans la puissance de réflexion et d'expansion qu'a l'atmosphère, aucun objet ne serait visible pour nous en dehors des rayons directs du soleil; toute ombre projetée par la présence d'un nuage serait de profondes ténèbres; les étoiles seraient visibles tout le jour, et tout appartement, auquel la lumière directe du soleil aurait été interdite, serait plongé dans une obscurisé absolue. Cette puissance qu'a l'air de disséminer la lumière du soleil est, il faut bien y faire attention, considérablement augmentée par l'irrégularité de la température causée par ce grand corps lumineux dans ses différentes parties, irrégularité qui, pendant le jour, jette l'atmosphère dans un état constant d'ondulation, et, en rassemblant ainsi des masses d'air de températures fort inégales, produit des réflexions et des réfractions partielles à leurs communes limites, par lesquelles beaucoup de lumière subit la déviation, et va s'unir à la clarté générale.

46. D'après l'explication que nous avons donnée, dans les articles 39 et 40, de la nature de la réfraction atmosphérique, et du mode par lequel elle se produit dans le progrès d'un rayon de lumière à travers les couches successives de l'atmosphère, il est évident que toutes les fois qu'un rayon passe *obliquement* d'un niveau supérieur à un inférieur, ou *vice versâ*, sa direction n'est pas rectiligne, mais concave par en bas, et que par conséquent, tout objet vu au moyen d'un pareil rayon, doit paraître déplacé, soit que cet objet, comme les corps célestes, dépasse l'atmosphère, ou que, comme les sommets des montagnes, vus des plaines, il y soit entièrement plongé. Chaque différence de niveau, accompagnée, comme elle doit l'être, d'une différence de densité dans les couches aériennes, doit aussi avoir une certaine quantité de réfraction qui y corresponde; moins, sans doute, que ce que produirait *toute* l'atmosphère, mais cependant une quantité sensible, et même considérable. Cette réfraction entre les stations terrestres est appelée *réfraction terrestre*, pour la distinguer de cet effet total qui

n'est produit que sur les corps célestes, ou qui sont au-delà de l'atmosphère, et que l'on appelle réfraction céleste ou astronomique.

47. Un autre effet de la réfraction est de troubler les formes visibles et les proportions des objets vus près de l'horizon. Le soleil, par exemple, qui, à une hauteur considérable, paraît toujours rond, prend, lorsqu'il approche de l'horizon, une figure elliptique, son diamètre horizontal étant visiblement plus grand que celui de la direction verticale. Lorsqu'il est fort près de l'horizon, cet aplatissement est évidemment plus considérable au bord inférieur qu'au supérieur, en sorte que la forme apparente n'est ni circulaire ni elliptique, mais une espèce d'ovale qui s'écarte du cercle plus par-dessous que par-dessus. Cet effet singulier, que tout le monde peut remarquer à un beau soleil couchant, provient de la progression rapide avec laquelle la réfraction augmente en approchant de l'horizon. Si chaque point visible de la circonférence du soleil était également élevé par la réfraction, il continuerait à paraître circulaire, quoique déplacé; mais les parties inférieures subissant une *plus grande* ascension que les supérieures, le diamètre vertical se trouve par là raccourci, pendant que les deux extrémités de son diamètre horizontal sont également exhaussées, et dans des directions parallèles, en sorte que sa longueur apparente demeure la même. L'agrandissement du soleil et de la lune, vus près de l'horizon, au-delà de la dimension qu'ils paraissent avoir lorsqu'ils sont à une grande hauteur, n'a rien de commun avec la réfraction. C'est une illusion du jugement qui a sa source dans l'interposition des objets terrestres, ou placés dans une immédiate comparaison avec eux. Dans cette situation nous les voyons et nous en jugeons, comme nous faisons des objets terrestres, en détail, et avec l'habitude acquise de faire attention aux parties. Lorsqu'ils sont élevés nous n'avons pas de termes de comparaison pour nous guider, et leur isolement dans l'étendue des cieux nous conduit plutôt à évaluer au-dessous qu'au-dessus leurs grandeurs apparentes. Une mesure réelle, prise avec un instrument convenable, corrige notre erreur, sans toutefois détruire notre illusion. Par elle, nous apprenons que le soleil, lorsqu'il est précisément à l'horizon, sous-tend à nos yeux presque exactement le même angle, tandis que la lune en offre un *moindre*, que lorsqu'ils sont vus à une grande hauteur dans le ciel, à cause de l'effet de ce qu'on appelle *parallaxe*, que nous allons expliquer tout-à-l'heure.

48. Après ce qui a été dit de la petite étendue de l'atmosphère en comparaison de la masse de la terre, nous n'hésiterons guère à admettre ces corps lumineux qui peuplent et ornent le firmament, et qui, lorsque évidemment ils ne forment aucune partie de la terre, et n'en reçoivent aucun soutien, ne sont pas pour cela promenés dans l'espace à l'aventure comme des nuages dans l'air, ni poussés par les vents pour rester en dehors de notre atmosphère. Nous les avons considérés comme tels en parlant de leurs réfractions, comme existant dans l'immensité de l'espace au-delà de nous, et situés, peut-être, malgré tout ce que nos sens peuvent nous dire de contraire, à des distances énormes de notre station aussi bien qu'entre eux.

49. Si un spectateur pouvait exister sans être soutenu par la terre, ou par quelque étai solide, il embrasserait d'un seul coup-d'œil l'universalité de l'espace, les corps visibles qui le constituent; et, dans l'absence de tous moyens de juger des distances où ils sont de lui, il les rapporterait, dans les directions selon lesquelles ils seraient vus de sa station, à la surface concave d'une sphère imaginaire, dont son œil serait le centre, et qui se trouverait à une distance vaste et indéfinie. Peut-être jugerait-il que ceux qui lui paraissent grands et brillans sont plus près de lui que les autres; mais il n'aurait aucune garantie de cette opinion, pas plus que de l'idée que tous seraient à la même distance de lui, et *réellement* rangés sur une pareille surface sphérique. Cependant rien ne s'op-

poserait à ce qu'il rapportât leurs positions, géométriquement parlant, à ces points d'une pareille sphère purement imaginaire, entre-coupée par leurs rayons visuels respectifs; il y aurait même beaucoup d'avantage à agir ainsi, attendu que par ce moyen, leur aspect et leur situation relative pourraient être soigneusement mesurés et notés pour en dresser une carte. Les objets d'un paysage sont à toutes sortes de distances de l'œil, et cependant nous les dessinons sur un tableau dans le même plan, et à la même distance, dans leurs véritables *proportions apparentes*, et la ressemblance n'est pas taxée d'incorrection, pour le fait qu'un homme sur le devant du tableau serait représenté plus grand qu'une montagne dans le lointain. Le même effet est éprouvé par le spectateur des corps célestes représentés, *projetés* ou distribués sur cette sphère imaginaire que nous appelons le *firmament* ou le *ciel*. Nous pouvons ainsi concevoir aisément que la lune, qui nous paraît aussi grande que le soleil, quoique moins brillante, *peut* devoir cette apparente égalité à un plus grand rapprochement, et être en réalité beaucoup moindre; tandis que tant la lune que le soleil peuvent ne paraître plus grands et plus brillans que les étoiles qu'à cause de l'éloignement de ces dernières.

50. Un spectateur placé sur la surface de la terre ne peut, à cause de la grande masse sur laquelle il se trouve, voir toute cette portion de l'espace qui est au-dessous de lui. Il est vrai que si son lieu d'observation se trouve à une grande hauteur, la ligne de l'horizon présentera à ses regards une base sur laquelle s'appuie un peu plus qu'un hémisphère; et la réfraction, dans quelque lieu qu'il puisse être, lui permettra de regarder, pour ainsi dire, un peu au-dessous; mais la zone ainsi ajoutée à sa portée visuelle, ne surpasse presque jamais, à moins que ce ne soit dans des circonstances bien extraordinaires (1), la hauteur de deux degrés, et les vapeurs près de l'horizon ne permettent de la voir qu'imparfaitement. A moins donc que, par le changement de sa situation géographique, il ne transportât ailleurs son horizon (qui est toujours un plan qui touche la convexité sphérique de la terre à sa station); ou bien que, par quelques mouvemens propres aux corps célestes, ils vinssent d'eux-mêmes au-dessus de l'horizon; ou, enfin, que par quelque rotation de la terre elle-même sur son centre, le point de sa surface qu'il occupe fût transporté circulairement, et présenté à une région différente de l'espace, il n'obtiendrait jamais la vue de presque toute une moitié des objets extérieurs à notre atmosphère. Mais si ces cas là existent, il en est aussi d'autres où un plus grand nombre de corps et même tous, peuvent se présenter à la vue.

51. Un voyageur, par exemple, qui change de séjour sur notre globe, obtiendra la vue d'objets célestes, invisibles de sa première station, d'une manière qui s'expliquera assez bien en le comparant à un individu qui se tiendrait dans un parc contre un grand arbre. L'obstacle massif présenté par son tronc lui coupe la vue de toutes les parties du paysage qu'occupe ce tronc comme objet; mais en marchant tout autour, il peut se procurer la vue successive complète de tout le panorama. Précisément de la même manière, si nous quittons une station, Paris, par exemple, et que nous nous dirigions vers le sud, nous ne manquerons pas de remarquer que beaucoup de corps célestes que l'on ne voit jamais de

(1) Comme celle, par exemple, que l'on va voir. Feu M. Sadler, le célèbre aéronaute, fit à Dublin une ascension aérostatique à environ deux heures après-midi, et fut lancé dans les airs à travers le canal St.-Georges. Vers le coucher du soleil, au moment où il approcha de la côte anglaise, le ballon descendit près de la surface de la mer. Le soleil couché, et les ombres du soir commençant à cesser, il jeta presque tout son lest, et s'élança soudainement à une grande hauteur, ce qui lui procura tout le phénomène d'un lever occidental du soleil. Une descente subséquente dans le pays de Galles lui procura le spectacle d'un second coucher le même soir. Je tiens cette anecdote du docteur Lardner, qui assista à son ascension, et me lut son propre récit du voyage.

Paris, s'offrent successivement à nos regards comme s'ils s'élevaient du sud au-dessus de l'horizon, une nuit après l'autre, quoique ce soit en réalité notre horizon qui, voyageant avec nous vers le sud autour de la sphère, s'enfonce peu à peu au-dessous d'eux. La nouveauté et la splendeur des constellations qui se présentent graduellement à la vue pendant les nuits sereines et calmes des climats des tropiques, dans les longs voyages du côté du sud, sont des sujets sur lesquels s'étendent avec plaisir tous ceux qui ont joui de ce spectacle, qui ne manque jamais de s'offrir à leur souvenir au milieu des conversations les plus agréables et les plus intéressantes sur les voyages de long cours. Un coup-d'œil sur la figure 6, qui offre trois stations successives d'un voyageur, A, B, C, avec l'horizon correspondant à chacune, donnera à cette doctrine un caractère d'évidence supérieur à toute description.

52. Supposons maintenant que la terre ait elle-même un mouvement de rotation sur son centre. Il est évident qu'un spectateur en repos (selon les apparences) placé sur un point quelconque du globe, sera, sans s'en apercevoir, emporté circulairement avec lui : sans s'en apercevoir, disons-nous, parce que son horizon contiendra toujours les mêmes objets terrestres qui ne cesseront pas d'en être les limites. Il aura le même paysage constamment devant le yeux; et les mêmes objets qui lui servent de bornes et de direction, conservent entre eux et avec lui les mêmes situations invariables. Cette douceur parfaite, cette uniformité de mouvement d'une si vaste masse, auquel tous les objets qu'il voit autour de lui participent également, l'empêcheront (art. 15) de concevoir aucun soupçon de son changement réel de place. Cependant, eu égard aux objets extérieurs, c'est-à-dire aux corps célestes qui ne participent pas à la rotation supposée de la terre, son horizon aura continuellement changé à leur égard, précisément comme dans le cas de notre voyageur dans l'article précédent. En recourant à la même figure 6, c'est évidemment la même chose, en tant qu'il s'agit de leur visibilité, qu'il ait été emporté par la rotation de la terre successivement dans les situations A, B, C; ou que, la terre demeurant en repos, il se soit transporté lui-même personnellement le long de sa surface dans ces stations. Notre spectateur dans le parc obtiendra précisément la même vue du paysage, soit qu'il marche autour de l'arbre, ou que nous supposions celui-ci scié, et mis en mouvement circulaire sur un pivot, tandis que le spectateur se tient sur une saillie adhérente au tronc, et se laisse ainsi emporter dans une direction circulaire par son mouvement. Il n'y aura de différence que dans l'aspect que lui offrira l'arbre même dont, dans le premier cas, il verra tous les côtés, mais dans le second, seulement cette partie qui lui demeure constamment opposée, et immédiatement sous ses yeux.

53. Ainsi par cette rotation de la terre, comme nous l'avons supposé, l'horizon d'un spectateur stationnaire s'abaissera constamment au-dessous des objets situés dans cette région de l'espace vers laquelle la rotation l'emporte, et s'élevera au-dessus de ceux du côté opposé, présentant aux regards les premiers, et cachant successivement les derniers. Comme cependant l'horizon de ce spectateur lui paraît immobile, il rapportera tous ces changemens au mouvement des objets eux-mêmes, paraissant et disparaissant tour-à-tour. Au lieu donc de juger que son horizon s'approche des astres, il pensera que les astres s'approchent de l'horizon; et lorsque celui-ci en aura dépassé ou caché quelques-uns, il les considérera comme s'étant enfoncés au-dessous de lui, ou comme s'étant couchés; tandis que ceux qu'il vient de découvrir, et dont il s'éloigne, paraîtront se lever au-dessus.

54. Si nous supposons cette rotation de la terre continuer dans une seule et même direction, c'est-à-dire s'opérer autour d'un seul et même axe, jusqu'à ce qu'elle ait fait une révolution entière, et soit revenue à la position d'où elle était

partie, lorsque le spectateur a commencé ses observations, il est clair que chaque chose sera alors précisément dans la même position relative qu'au moment du départ : tous les corps célestes paraîtront occuper les mêmes places dans la concavité du ciel qu'à cet instant, excepté ceux qui peuvent réellement s'être mus dans l'intervalle ; et si la rotation continue, les mêmes phénomènes de leurs lever et coucher successifs, et de leur retour aux mêmes lieux, seront encore répétés dans le même ordre, et (si la vitesse de rotation est uniforme), à des intervalles de temps égaux, *à l'infini.*

55. Observons que nous avons ici une vive image de ce grand phénomène, le plus important de tous ceux, sans comparaison, que la nature nous offre, le lever et le coucher journaliers du soleil et des autres astres, leur progrès dans la voûte des cieux, et leur retour aux mêmes lieux apparens, aux mêmes heures du jour et de la nuit. L'accomplissement de cette restauration dans l'intervalle régulier de vingt-quatre heures, est le premier exemple que nous rencontrons de cette grande loi de *périodicité*, qui, comme nous le verrons, domine toute l'astronomie ; expression par laquelle nous entendons la reproduction continuelle des mêmes phénomènes, dans le même ordre, à des intervalles de temps égaux.

56. Une rotation libre de la terre autour de son centre, si elle existe et s'exécute conformément aux mêmes lois mécaniques qui régissent les mouvemens des masses de la matière sous notre direction immédiate et dans les limites de notre expérience ordinaire, doit être de nature à remplir deux conditions essentielles. Elle doit être invariable dans sa direction *relativement à la sphère elle-même*, et uniforme dans sa vitesse. La rotation doit se faire *autour d'un axe* ou diamètre de la sphère, dont les pôles ou extrémités, où il rencontre la surface, correspondent toujours aux mêmes points de cette sphère. On peut concevoir dans un corps solide, sous l'influence d'agens extérieurs, des modes de rotation dans lesquels les pôles de la ligne imaginaire ou axe autour duquel ce corps tourne continuellement, ne conservent aucune place fixe sur la surface, mais en changent à chaque instant. De tels changemens, toutefois, sont inconciliables avec l'idée de rotation d'un corps de figure régulière autour de son axe de symmétrie, opérée dans l'espace libre, et sans résistance ou empêchement de la part d'un milieu environnant. L'absence complète de pareils obstacles entraîne avec elle de toute nécessité l'accomplissement rigoureux des deux conditions ci-dessus mentionnées.

57. Or, ces conditions sont en parfait accord avec ce que nous remarquons, et avec ce que nous enseignent les tableaux de nos observations, relativement aux mouvemens diurnes des corps célestes. Nous n'avons aucune raison de croire, d'après l'histoire, qu'il se soit opéré un changement sensible depuis les siècles les plus reculés dans l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours successifs de la même étoile au même point du ciel : ou plutôt, il est facile de démontrer par les tables astronomiques qu'un tel changement n'a jamais eu lieu ; et quant à l'autre condition, *la permanence de l'axe de rotation*, les apparences que toute altération à cet égard devrait produire, seraient marquées, comme nous allons le prouver, par un changement correspondant d'une espèce très frappante dans les mouvemens apparens des étoiles ; ce que l'histoire encore déclare positivement n'avoir pas eu lieu.

58. Mais avant que nous procédions à un examen plus détaillé de la manière dont l'hypothèse de la rotation de la terre autour de son axe s'accorde avec les phénomènes que le mouvement diurne des corps célestes offre à notre contemplation, il sera à propos de décrire avec précision en quoi consiste ce mouvement diurne et jusqu'à quel point tous y participent, ou si quelques-uns d'entre eux forment des exceptions, en tout ou en partie, à la disposition de l'ensemble

Nous supposerons donc le lecteur stationner lui-même, dans une belle soirée, d'abord après le coucher du soleil, lorsque les premières étoiles commencent à paraître, dans une situation bien découverte d'où il puisse embrasser une étendue considérable du ciel. Il verra alors au-dessus et autour de lui, pour ainsi dire, une vaste voûte concave hémisphérique, parsemée d'étoiles de diverses grandeurs, dont la plus brillante seulement fixera d'abord son attention au moment du crépuscule, jusqu'à ce qu'un plus grand nombre paraisse successivement à mesure que l'obscurité augmente et que tout le firmament en soit jonché. Après avoir admiré la calme magnificence de ce glorieux spectacle, ce texte de tant d'éloges sublimes et de pensées si transcendantes; ce spectacle, que personne ne peut contempler sans émotion et sans être animé du désir brûlant de connaître quelque chose de sa nature et de son essence; — qu'il fixe plus particulièrement ses regards sur quelques-unes des plus brillantes étoiles, qu'il reconnaîtra à coup sûr après avoir détourné d'elles son attention pendant quelque temps, et qu'il rapporte leurs situations apparentes à quelques objets environnans, tels que des édifices, des arbres, etc., choisissant à dessein ceux qui sont à différens endroits de son horizon. En les comparant *de nouveau* avec leurs points de mire respectifs, au bout d'un petit intervalle, à mesure que la nuit avance, il ne manquera pas de s'apercevoir qu'elles ont changé de place et se sont avancées, comme par un mouvement général, dans une direction occidentale; celles situées du côté de l'orient paraissant se lever ou s'éloigner de l'horizon, tandis que celles qui se trouvent du côté de l'occident s'en approcheront, et, s'il les observe assez long-temps, finiront par se plonger au-dessous et disparaître; lorsque d'autres, du côté de l'orient, il les verra comme surgir de terre, et, se joignant à la procession générale, prendre leur course avec le reste du côté opposé.

59. S'il persiste, pendant un temps considérable, à observer leurs mouvemens, la même ou plusieurs nuits successives, il verra que chaque étoile paraît décrire, autant que sa course est au-dessus du plan de l'horizon, une circonférence dans le firmament; que les circonférences ainsi décrites ne sont pas de la même grandeur pour toutes les étoiles, et que celles décrites par différentes étoiles diffèrent beaucoup à l'égard de celles de leurs parties qui sont au-dessus de l'horizon. Quelques étoiles, qui sont situées du côté de l'horizon que l'on appelle *sud* (1), ne restent que peu de temps au-dessus, et disparaissent après n'avoir décrit à la vue que le petit arc supérieur ou diurne; d'autres, qui se lèvent entre le midi et l'orient, décrivent des arcs diurnes (ou au-dessus de l'horizon) plus considérables, restent proportionnellement plus long-temps exposées aux regards, et se couchent précisément aussi loin du sud du côté de l'occident qu'elles se sont levées loin de ce même sud du côté de l'orient; tandis que celles qui se lèvent exactement à l'orient ne restent que douze heures visibles, décrivent une demi-circonférence diurne, et se couchent exactement au point cardinal de l'occident. Celles qui se lèvent entre le point d'orient et celui du nord obéissent à la même loi, du moins autant qu'il est question de la durée de leur séjour au-dessus de l'horizon, et de la proportion de leur arc diurne avec toute la circonférence. Le temps et l'arc diurne vont en croissant; les étoiles restent au-dessus de l'horizon plus de douze heures, et leurs arcs diurnes surpassent des demi-circonférences. Mais les grandeurs des circonférences elles-mêmes diminuent à mesure que nous allons du point d'orient au point du nord, la plus grande de toutes les circonférences étant décrite par les étoiles qui se lèvent exactement au point d'orient. Portant ses regards plus loin du côté du nord, il remarquera enfin des étoiles qui, dans leur mouvement, ne font que

(1) Nous supposons notre observateur stationner à quelque latitude septentrionale; quelque part en Europe, par exemple.

raser l'horizon au point du nord, tandis que d'autres n'y arrivent jamais, et se montrent toujours au-dessus, décrivant, sous ses yeux, des circonférences entières autour *d'un seul point* appelé le *pôle*, qui apparaît comme le centre commun de tous leurs mouvemens, et qui seul, dans tout le ciel, peut être considéré comme immobile. Non que ce point soit marqué par aucune étoile; c'est un centre purement imaginaire; mais il y a tout auprès une étoile, très brillante, que l'on reconnaît aisément par le très petit cercle qu'elle décrit, si petit, en effet, que, sans une attention toute particulière, et la précaution de rapporter sa place très délicatement à quelque marque fixe, on peut aisément la supposer en repos, et la prendre, par erreur, pour le centre commun autour duquel toutes les autres dans cette région décrivent leurs circonférences. On peut la reconnaître en la rapportant à une constellation, très brillante et remarquable, appelée par les astronomes la GRANDE OURSE.

60. Il observera, de plus, que les situations apparentes relatives de toutes les étoiles entre elles ne sont point changées par le mouvement diurne. Dans quelques parties de leurs circonférences qu'on les observe, ou à une heure quelconque de la nuit, elles forment entre elles les mêmes groupes identiques ou configurations, auxquels on a donné le nom de CONSTELLATIONS. Il est vrai que, sur différens points de leur course, ces groupes sont différemment placés par rapport à l'horizon; et ceux du côté du nord, lorsqu'ils passent alternativement au-dessus et au-dessous de ce centre commun de mouvement décrit dans le dernier article, sont réellement intervertis à l'égard de l'horizon, tandis que d'autre part, ils tournent toujours les mêmes points du côté du pôle. En un mot, il remarquera que tout l'assemblage d'étoiles visible à-la-fois ou successivement dans le ciel, peut être regardé comme une grande constellation, qui semble tourner d'un mouvement uniforme, comme si elle composait une masse cohérente, ou comme si elle était attachée à la surface concave d'une sphère creuse, ayant la terre, ou plutôt le spectateur, au centre, et tournant autour d'un axe incliné à son horizon, de manière à passer par ce point fixe ou *pôle*, déjà cité.

61. Enfin, il trouvera, s'il a la patience de passer une longue nuit d'hiver, en commençant au premier moment où paraissent les étoiles, et en continuant jusqu'à l'aurore, que les étoiles qu'il avait vues se coucher à l'occident, se sont de nouveau levées à l'orient, tandis que celles qui se levaient lorsqu'il commença à les observer ont achevé leur course, et sont maintenant couchées : et qu'ainsi l'hémisphère, ou une grande partie, qui était alors au-dessus, est maintenant au-dessous de lui, et que sa place est remplie par celui qui était d'abord sous ses pieds, qui se montre maintenant à ses regards non moins abondamment fourni d'étoiles que l'autre, et parsemé de groupes non moins permanens et facilement reconnaissables. Il apprendra par-là que la grande constellation dont nous avons parlé ci-dessus comme tournant autour du pôle, est co-extensive avec toute la surface de la sphère, n'étant autre chose, en réalité, qu'un univers de luminaires qui entourent la terre de tous côtés, amenés successivement sous ses yeux, et rapportés (chaque luminaire selon le rayon visuel qui lui est propre ou selon la direction de son œil) à la surface imaginaire sphérique, dont lui-même occupe le centre. (*Voir* l'art. 49.)

62. Il y a toutefois une portion ou segment de cette sphère dont il ne pourra ainsi obtenir la vue. Comme il y a un segment du côté du nord, adjacent au pôle au-dessus de son horizon, dans lequel les étoiles *ne se couchent jamais*, de même il y a un segment correspondant où se trouvent les petites circonférences tracées par les étoiles plus méridionales dans lesquelles celles-ci *ne se lèvent jamais* pour lui. Les étoiles qui frisent l'extrême circonférence de ce segment, ne font qu'effleurer le point méridional de son horizon, et ne se montrent que peu d'instans au-dessus, précisément comme celles près de la circonférence du

segment septentrional effleurent son horizon septentrional, et se plongent pour un moment au-dessous, pour reparaître immédiatement. Chaque point de la surface sphérique en a donc un diamétralement opposé; et comme l'horizon du spectateur partage sa sphère en deux hémisphères, l'un supérieur et l'autre inférieur, il doit nécessairement exister un pôle abaissé du côté du sud correspondant à celui élevé du côté du nord, et une portion de surface qui l'entoure perpétuellement au-dessous, comme il y en a une autre qui entoure le pôle nord perpétuellement au-dessus.

63. Pour obtenir la vue de ce segment, il faut qu'il s'avance du côté du midi. En faisant cela, une nouvelle série de phénomènes se déploie à ses yeux. A mesure qu'il s'avance vers le sud, quelques-unes de ces constellations qui, à sa première station, effleuraient tout simplement l'horizon du nord, il les verra descendre et se coucher, se trouver d'abord cachées seulement un petit espace de temps, mais graduellement davantage sur les vingt-quatre heures. Elles n'en continueront pas moins à tourner autour du même point, c'est-à-dire, en gardant la même position invariable entre elles dans la concavité du ciel parmi les étoiles; mais ce point lui-même s'abaissera peu à peu relativement à l'horizon du spectateur. L'axe, enfin, autour duquel s'opère le mouvement diurne, paraîtra s'approcher continuellement et de plus en plus de l'horizon. Le pôle sud s'élèvera dans la même proportion où le pôle nord se sera abaissé, et les constellations qui l'entourent s'offriront aux regards, d'abord pendant quelques instans seulement, mais de plus en plus long-temps dans chaque révolution diurne; — réalisant, enfin, ce que nous avons déjà établi dans l'article 51.

64. S'il continue sa marche vers le sud, il atteindra à la fin une ligne sur la surface de la terre, appelée l'*équateur*, sur un point quelconque duquel comme station, en recommençant ses observations, il trouvera qu'il a les deux centres du mouvement diurne à son horizon, occupant des points opposés, le pôle nord ayant été baissé, et celui du sud exhaussé; en sorte que, dans cette position géographique, la rotation diurne des cieux lui paraîtra s'opérer autour d'un axe horizontal, chaque étoile décrivant un demi-cercle au-dessus et autant au-dessous de son horizon, restant alternativement visible pendant douze heures, et cachée pendant le même intervalle. Dans cette situation, *nulle* partie du ciel n'est dérobée à sa vue *successive*. Dans une nuit de douze heures (en supposant qu'il puisse y avoir une pareille durée d'obscurité à l'équateur), toute la sphère se sera offerte à ses regards; tout l'hémisphère avec lequel il a commencé ses observations nocturnes aura été transporté sous ses pieds, et l'autre (qui lui est tout-à-fait opposé), au-dessus de sa tête.

65. S'il passe l'équateur et continue son voyage plus loin vers le sud, le pôle méridional du ciel se présentera à lui au-dessus de son horizon, à une hauteur d'autant plus grande qu'il se sera avancé davantage, tandis que celui du nord disparaîtra en s'enfonçant; et lorsqu'il sera arrivé à une station aussi éloignée de l'équateur du côté du sud que celle d'où il est parti l'était de ce même cercle du côté du nord, il trouvera tous les phénomènes du ciel renversés. Les étoiles qui, à sa station primitive, décrivaient leurs circonférences entières au-dessus de son horizon, et ne se couchaient jamais, les décrivent maintenant tout-à-fait au-dessous, ne se lèvent jamais, et sont constamment invisibles pour lui; *et, vice versâ*, les étoiles, qu'à sa première station il ne voyait jamais, ne cessent pas d'être visibles.

66. Enfin, si, au lieu d'avancer vers le midi de sa première station, il marche vers le nord, il remarquera que le pôle septentrional des cieux s'élève de plus en plus au-dessus de son horizon, et que le méridional s'abaisse davantage. Son hémisphère lui présentera alors une moindre variété d'étoiles, parce qu'une plus

grande proportion de toute la surface du ciel demeure sans cesse visible ou sans cesse invisible : le cercle décrit par chaque étoile approche davantage d'être parallèle à l'horizon ; et, enfin, toutes les apparences le conduisent à supposer que, s'il pouvait s'avancer suffisamment vers le nord, il atteindrait à la fin un point *verticalement au-dessous* du pôle septentrional du ciel, auquel aucune étoile ne se leverait ni ne se coucherait, mais chacune décrirait autour de l'horizon un cercle qui lui serait parallèle. On a tenté beaucoup d'efforts pour arriver à ce point, qui est appelé le pôle boréal de la terre, mais jusqu'ici sans succès, une barrière d'une difficulté presque insurmontable se présentant par la rigueur croissante du climat. On en a cependant beaucoup approché, et les phénomènes de ces régions-là, quoique non précisément tels que nous avons enseigné qu'ils devaient se montrer au pôle même, se sont trouvés en correspondance exacte avec sa grande proximité. Une semblable remarque s'applique au pôle sud de la terre, qui cependant est plus inabordable; ou, du moins, ne s'en est-on pas autant approché que de celui du nord.

67. Ce qui précède est un exposé des phénomènes du mouvement diurne des étoiles, mouvement modifié par différentes situations géographiques, et cet exposé n'est fondé sur aucune théorie : c'est le résultat des observations positives des voyageurs et des navigateurs, qui en ont dressé des cartes. Mais ce résultat est dans un accord parfait avec l'hypothèse de la rotation de la terre autour d'un axe invariable. Pour le prouver, cependant, il sera nécessaire de tracer quelques observations sur les apparences offertes par un assemblage d'objets éloignés, lorsqu'ils sont vus de différentes parties d'une station circonscrite dans une petite étendue.

68. Imaginons un paysage dans lequel une grande multitude d'objets sont placés à toute espèce de distance de l'observateur. S'il change son point de vue, ne fût-ce que de quelques pas, il apercevra un très grand changement dans les positions apparentes des objets plus rapprochés, tant par rapport à lui qu'entre eux. S'il avance vers le nord, par exemple, des objets peu éloignés à sa droite et à sa gauche, qui étaient, par conséquent, à l'orient et à l'occident, de sa station primitive, seront laissés derrière lui, et paraitront s'être éloignés vers le midi. Quelques-uns d'entre eux, qui se couvraient l'un l'autre d'abord, sembleront se séparer, et d'autres s'approcher, et peut-être se cacher l'un l'autre. Des objets éloignés, au contraire, n'offriront point des changemens aussi grands et aussi remarquables de position relative. Un objet à l'orient de sa première station, à un mille (1,609 mètres) ou deux de distance, sera encore rapporté par lui au point d'orient de son horizon, sans qu'il y ait presque aucune déviation appréciable. La raison en est que nous rapportons la position de chaque objet à la surface d'une sphère imaginaire d'un rayon indéfini dont notre œil est le centre, et, à mesure que nous avançons dans une direction AB (fig. 7), emportant cette sphère imaginaire avec nous, les rayons visuels AP, AQ, par lesquels les objets sont rapportés à sa surface (en *c*, par exemple), changent de position relativement à la ligne dans laquelle nous nous mouvons, AB, qui sert d'axe ou de ligne de comparaison, et prennent de nouvelles positions BPp, BQq, tournant autour de leurs objets respectifs comme centres. Leurs intersections p, q, avec notre sphère visuelle, paraîtront donc reculer sur sa surface, mais avec différens degrés de vitesse angulaire à proportion de leur proximité ; la même distance d'avance AB sous-tendant un plus grand angle $APB = cPq$, à l'objet rapproché P qu'à celui éloigné Q.

69. Ce mouvement angulaire apparent d'un objet sur notre sphère de vision (1), résultant d'un changement de notre point de vue, s'appelle *parallaxe*,

(1) La sphère idéale en dehors de nous, à laquelle nous rapportons les lieux des ob-

qui est toujours exprimée *par l'angle* APB *sous-tendu à l'objet* P par une ligne joignant les deux points de vue A, B en question : car il est évident que la différence de la position angulaire de P, à l'égard de la direction invariable ABD, lorsqu'il est vu de A et de B, est la différence des deux angles DBP et DAP ; or DBP étant l'angle extérieur du triangle ABP, est égal à la somme des deux intérieurs non adjacens ; on a donc DBP=DAP+APB, d'où l'on tire DBP—DAP=APB.

70. Il suit de là que la quantité du mouvement parallactique résultant d'un changement donné de notre point de vue, est, *toutes choses égales d'ailleurs*, moindre, à proportion que la distance de l'objet en vue est plus grande ; et lorsque cet éloignement est très considérable en comparaison du changement de notre point de vue, la parallaxe devient insensible ; ou, en d'autres termes, les objets ne paraissent pas varier du tout de situation. C'est d'après ce principe que, lorsque nous visitons pour la première fois les régions des Alpes, nous sommes surpris et confondus du peu de progrès que nous paraissons faire par un changement considérable de station. Une heure de marche, par exemple, ne produit qu'un léger changement parallactique, dans les situations relatives des masses éloignées qui nous entourent. Soit que nous marchions autour d'un cercle de cent *yards* (91 mètres) de diamètre, soit que nous nous bornions à tourner à son centre, le panorama lointain présente presque exactement le même aspect ; à peine semblons-nous avoir changé notre point de vue.

71. Quelque notion, à d'autres égards, que nous puissions nous former des étoiles, il est de toute évidence qu'elles doivent être immensément éloignées. S'il n'en était pas ainsi, l'intervalle angulaire apparent entre deux quelconques d'entre elles, vu au-dessus de la tête, serait beaucoup plus grand que vu près de l'horizon, et les constellations, au lieu de conserver les mêmes apparences et dimensions pendant toute leur course diurne, sembleraient s'agrandir à mesure qu'elles s'élèvent plus haut dans le firmament, comme nous voyons un petit nuage à l'horizon s'enfler et se transformer en une grande nappe d'eau qui inonde tout, lorsqu'il est poussé par le vent vers notre zénith, ou comme on peut le voir dans la figure 8, où ab, AB, $a'b'$, sont trois différentes positions des mêmes étoiles, telles qu'elles seraient vues, si elles étaient près de la terre, de la station d'un spectateur S, sous les angles visuels aSb, ASB, $a'Sb'$. Cependant, on ne remarque aucun changement de dimension apparente. Les mesures les plus délicates de la distance angulaire apparente de deux étoiles quelconques *entre elles*, prises à des points quelconques de leur course diurne (après avoir fait la part des effets inégaux de la réfraction, ou en admettant que ces mesures soient prises dans des instans où cette cause de déviation agisse également sur l'une et l'autre étoile), ne signalent *pas la plus légère* variation appréciable. Peu importe que ce soit à ce point ou à un autre de la surface de la terre que s'opère

jets, et que nous emportons avec nous partout où nous allons, est sans nul doute liée par association, si même elle n'en dépend pas entièrement, à cette obscure perception de sensation dans la rétine de nos yeux, dont, lors même qu'ils sont fermés et tranquilles, nous ne pouvons entièrement les dépouiller. Nous avons une surface sphérique réelle dans nos yeux, siége de la sensation et de la vision, correspondant, point pour point, à la sphère extérieure. Dans cette sphère, les étoiles sont réellement placées, comme nous l'avons supposé dans le texte, dans la concavité imaginaire des cieux. Lorsque toute la surface de la rétine est excitée par la lumière, l'habitude nous conduit à l'associer avec l'idée d'une surface réelle existant en dehors de nous. L'impression que nous en recevons, c'est l'idée d'*un firmament* et d'*un ciel*, mais la surface concave de la rétine elle-même est le vrai siége de toute dimension angulaire et de tout mouvement angulaire *visible*. La substitution du mot *rétine* à celui de *ciel* serait impropre dans le langage, mais on peut toujours la faire mentalement. (Voyez la belle énigme de Schiller sur l'œil, dans *Turandot*.)

la mesure; les résultats sont *absolument identiques*. Aucun des instrumens inventés jusqu'aujourd'hui par l'industrie humaine n'est assez délicat pour indiquer, par une augmentation ou diminution de l'angle sous-tendu, qu'un point de la terre est plus près ou plus éloigné des étoiles qu'un autre.

72. La conclusion qu'il faut nécessairement tirer de ceci est que les dimensions de la terre, quelque vaste qu'elle soit, ne sont comparativement *rien*, absolument imperceptibles, auprès de l'intervalle qui sépare les étoiles de la terre. Si un observateur marche sur la circonférence d'un cercle qui n'ait que quelques mètres de diamètre (fig. 9), et que de différens points de cette circonférence il mesure avec un sextant, ou un autre instrument plus exact adapté à cet usage, les angles PAQ, PBQ, PCQ, sous-tendus à ces stations par deux points bien distincts à son horizon visible PQ, il sera tout de suite averti par la différence des résultats, de son changement de distance à leur égard provenant de son changement de place, quoique cette différence puisse être si petite qu'elle ne produise aucun changement dans leur aspect *général* à l'œil nu. C'est là un des exemples innombrables où les mesures exactes obtenues par la voie des instrumens nous placent dans une situation tout-à-fait différente à l'égard des points de fait et des conclusions qui en découlent, conclusions que nous n'adopterions pas si nous devions nous en rapporter dans tous les cas au seul témoignage de nos yeux. Ces observations ont été poussées à un si haut degré de précision à l'aide d'un instrument appelé *théodolite*, qu'un cercle du diamètre ci-dessus mentionné peut ainsi être rendu *sensible*, être reconnu pour avoir *une grandeur*, une *position* assignable, à l'égard des objets éloignés de 100,000 fois au moins de ce diamètre. Des observations, différant, il est vrai, un peu pour la méthode, mais identiques en principe, ont été appliquées aux étoiles, et avec un résultat tel qu'il a déjà été dit. Il suit de là incontestablement que la distance des étoiles à la terre ne saurait être moindre que 100,000 fois le diamètre de cette dernière. Elle est réellement, sans comparaison, plus grande; car nous trouverons plus bas complètement démontré que la distance que nous venons de citer, toute prodigieuse qu'elle semble paraître, n'est encore évaluée que bien au-dessous de la véritable.

73. A une telle distance, pour un spectateur doué de nos facultés et muni de nos instrumens, la terre serait imperceptible; et, réciproquement, un corps de la grandeur de la terre, placé à la distance des étoiles, ne pourrait non plus s'apercevoir. Si donc, au point où se trouve un spectateur, nous tirons un plan tangent au globe, que nous le prolongions en idée jusqu'à ce qu'il atteigne la région des étoiles, et que nous concevions un autre plan, parallèle au premier et d'une égale étendue, passer par le centre de la terre; ces plans, quoique séparés dans toute leur étendue par le même intervalle, c'est-à-dire un demi-diamètre de la terre, n'en seront pas moins, eu égard à la vaste distance à laquelle est vu cet intervalle, confondus ensemble, et hors d'état d'être distingués l'un de l'autre par un spectateur terrestre. La zone qu'ils y embrassent sera d'une largeur imperceptible à son œil, et ne fera que décrire une grande circonférence dans le ciel, laquelle, comme *le point* d'expiration dans la perspective vers lequel toutes les *lignes* parallèles dans un tableau paraissent converger, est, dans le fait, *la ligne expirante* à laquelle tous les *plans* parallèles à l'horizon offrent une apparence semblable de convergence définitive dans le grand *panorama* de la nature.

74. Les deux plans que nous venons de décrire sont appelés, en astronomie, l'horizon *sensible* et l'horizon *rationnel* de la station de l'observateur; et la grande circonférence dans les cieux qui marque la ligne d'expiration, est aussi reconnue comme une circonférence de la sphère sous le nom d'*horizon céleste*, ou simplement d'horizon.

D'après ce qui a été dit (art. 72) de la distance des étoiles, il suit que si nous

supposons qu'un spectateur au centre de la terre a sa vue bornée par l'horizon *rationnel*, de la même manière que celle d'un spectateur correspondant sur la surface l'est par son horizon *sensible*, les deux observateurs verront les mêmes étoiles dans les mêmes situations relatives, chacun contemplant cet hémisphère entier des cieux qui est au-dessus de l'horizon céleste, correspondant à leur zénith commun.

75. Or, autant que le disent les apparences, il est parfaitement égal que les cieux, c'est-à-dire tout l'espace avec ce qu'il contient, tournent autour d'un spectateur en repos au centre de la terre, ou que le spectateur à sa station tourne simplement autour dans la direction opposée, et les voie successivement. L'aspect des cieux, à chaque instant, en les rapportant à son horizon (que l'on doit supposer tourner avec lui), sera le même dans les deux suppositions; et puisque, comme on l'a fait voir, les apparences, en ce qui concerne les étoiles, sont les mêmes pour un spectateur sur la surface que pour celui qui serait au centre, il s'ensuit que, soit que nous supposions le ciel tourner en dehors de la terre, ou la terre en dedans du ciel, *dans la direction opposée*, les phénomènes diurnes, pour tous ses habitans, ne différeront en aucune manière.

76. Le système de Copernic adopte la dernière hypothèse, comme la véritable explication de ces phénomènes, évitant par là la nécessité d'avoir recours à ce mécanisme malencontreux d'une sphère solide, mais invisible, à laquelle on supposerait les étoiles attachées, pour qu'elles pussent être emportées autour de la terre sans déranger en rien leurs situations relatives. Une pareille idée suffirait sans doute pour expliquer la révolution diurne des étoiles, de manière à sauver les apparences; mais les mouvemens du soleil et de la lune, aussi bien que ceux des planètes, sont incompatibles avec une pareille supposition, comme on le verra quand nous traiterons de ces corps. D'un autre côté, qu'une masse sphérique de dimensions passables (ou, plutôt, si on la compare avec l'univers environnant et visible, d'une grandeur qui s'évanouit), qu'aucun lien ne retient, et libre de se mouvoir et de tourner, le fasse, conformément à ces lois générales qui, autant que nous en savons, règlent les mouvemens de tous les corps matériels, implique si peu de difficulté à ce qu'on admette ce principe comme accordé, qu'il y aurait plutôt lieu de s'étonner qu'il fût démenti par les faits. Nous le regarderons donc désormais comme tel; et comme, dans le courant de cet ouvrage, des analogies tirées de nos observations sur d'autres corps célestes viendront s'offrir d'elles-mêmes à l'appui, nous ne manquerons pas de les signaler au lecteur. En attendant, il est bon de définir quelques termes qui seront continuellement employés dans la suite.

77. Définition 1. *L'axe* de la terre est ce diamètre autour duquel elle tourne, d'un mouvement uniforme, *d'occident en orient*, opérant une révolution dans l'intervalle qui s'écoule entre le moment où une étoile quelconque quitte un certain point du ciel et celui où elle y retourne.

78. Déf. 2. Les *pôles* de la terre sont les points où son axe rencontre sa surface. Le pôle septentrional est le plus près de l'Europe; le pôle méridional en est le plus éloigné.

79. Déf. 3. La sphère des cieux, ou la sphère des étoiles, est une surface imaginaire sphérique, d'un rayon infini, et dont le centre est celui de la terre, ou, ce qui revient au même, l'œil de tout observateur sur sa surface. Chaque point de cette sphère peut être regardé comme le point d'expiration d'un système de lignes parallèles à ce rayon de la sphère qui la coupe, vu en perspective depuis la terre; et chacun de ses grands cercles comme la ligne expirante d'un système de plans parallèles aux siens propres. Cette manière de concevoir ces points et ces cercles, a de grands avantages dans une variété de cas.

80. Déf. 4. Le zénith et le *nadir* sont les deux points de la sphère des cieux, verticalement au-dessus de la tête de l'observateur et sous ses pieds; ce sont par conséquent les points expirans de toutes les lignes *mathématiquement* parallèles à la direction d'un fil-à-plomb à son point de mire. Le fil-à-plomb lui-même est, sur tous les points de la terre, perpendiculaire à sa surface sphérique : on ne peut donc, à deux stations quelconques, regarder les directions réelles de deux fils-à-plomb comme mathématiquement parallèles. Elles convergent vers le centre de la terre. Mais pour des intervalles forts petits (comme dans l'aire d'un bâtiment, dans une seule et même ville, etc.) la différence d'avec le parallélisme exact est si petite, qu'on peut dans la pratique n'en pas tenir compte. L'intervalle d'un mille (1,609 mètres) correspond à une convergence de fils-à-plomb d'environ une minute. Le zénith et le nadir sont les pôles de l'horizon céleste, c'est-à-dire des points éloignés de 90° de chaque point de cette circonférence. *L'horizon* céleste lui-même est la ligne expirante d'un système de plans parallèles à l'horizon sensible et rationnel.

81. Déf. 5. *Les cercles verticaux* de la sphère sont de grands cercles passant par le zénith et le nadir, ou de grands cercles perpendiculaires à l'horizon. On y mesure les *hauteurs* des objets au-dessus de l'horizon, dont les complémens sont leurs *distances* au *zénith*.

82. Déf. 6. Les pôles des cieux sont les points de la sphère, vers lesquels l'axe de la terre est dirigé, ou les points d'expiration de toutes les lignes qui lui sont parallèles.

83. Déf. 7. *L'équateur de la terre* est une grande circonférence sur sa surface, équidistante de ses pôles, la partageant en deux hémisphères, l'un septentrional et l'autre méridional, au milieu desquels sont situés les pôles respectifs de la terre qui portent ces noms. Le *plan* de l'équateur est donc un plan perpendiculaire à l'axe de la terre, et passant par son centre. *L'équateur céleste* est une grande circonférence des cieux, tracée par le prolongement indéfini du plan de l'équateur terrestre, et est la ligne d'expiration de tous les plans qui lui sont parallèles. Cette circonférence est appelée par les astronomes *ligne équinoxiale*.

84. Déf. 8. Le *méridien* terrestre d'une station sur la surface de la terre, est une grande circonférence passant par les deux pôles et par ce lieu. Lorsque l'on en prolonge le plan jusqu'à la sphère des cieux, il trace le *méridien céleste* d'un spectateur placé à cette station. En parlant du méridien d'un spectateur, nous entendons le méridien céleste, qui est un cercle vertical passant par les pôles des cieux.

Le *plan du méridien* est le plan de cette circonférence, et son intersection avec l'horizon sensible du spectateur est appelée *ligne méridienne*, laquelle marque les points nord et sud de son horizon.

85. Déf. 9. *L'azimuth* est la distance angulaire d'un corps céleste du point nord ou sud de l'horizon (selon que c'est le pôle nord ou le pôle sud qui est *élevé*), lorsque le corps est rapporté à l'horizon par un cercle vertical; ou c'est l'angle compris entre deux plans verticaux, l'un passant par le pôle élevé, l'autre par le corps céleste. Ainsi la *hauteur* et l'azimuth d'un corps étant connus, sa place dans le ciel visible est déterminée. On a, pour leur mesure simultanée, imaginé un instrument particulier, appelé cercle azimuthal et de hauteur, que nous décrirons dans le chapitre suivant.

86. Déf. 10. La *latitude* d'un lieu sur la surface de la terre est sa distance angulaire, mesurée sur son propre méridien terrestre. On la compte en degrés, minutes et secondes, depuis 0 jusqu'à 90°, et du côté du nord ou de celui du sud selon l'hémisphère dans lequel se trouve le lieu. Ainsi, l'observatoire national

à Paris est situé à 48° 50′ 14″, et celui de Greenwich l'est à 51°. 28′ 40″ de latitude septentrionale. Il faut observer que cette définition de la latitude ne doit être considérée que comme passagère. Une connaissance plus exacte de la structure physique et de la figure de la terre, et une meilleure appréciation des points délicats de l'astronomie, rendront nécessaire quelque modification dans les termes de cette science, ou une manière différente de la considérer.

87. Déf. 11. Les parallèles de latitude sont de petites circonférences sur la surface de la terre parallèles à l'équateur. Chaque point d'une telle circonférence a la même latitude. Ainsi, l'on dit que Paris est situé dans le parallèle de 48° 50′ 14″, et que Greenwich l'est *dans le parallèle* de 51° 28′ 40″.

88. Déf. 12. La *longitude* d'un lieu sur la surface de la terre est l'inclinaison de son méridien sur une certaine station fixe prise pour point de départ. Les astronomes et géographes anglais se servent de l'Observatoire de Greenwich, pour cette station; les étrangers, des principaux observatoires de leurs nations respectives; ainsi les Français ont adopté celui de Paris, près du jardin du Luxembourg. Quelques géographes ont préféré l'île de Fer. La longitude d'un lieu selon l'usage anglais, est donc mesurée par l'arc de l'équateur intercepté entre le méridien du lieu et celui de Greenwich, ou, ce qui est la même chose, par l'angle sphérique au pôle compris entre ces méridiens.

Comme la *latitude* est comptée nord ou sud, de même la *longitude* s'appelle ordinairement orientale ou occidentale. Il y aurait cependant beaucoup à gagner pour la régularité systématique, et on entrerait dans une voie très propre à éviter la confusion et l'ambiguité dans les calculs, si l'on abandonnait ce mode d'expression, et que les longitudes fussent comptées invariablement *du côté de l'occident* depuis le point de départ 0 autour de tout le cercle jusqu'à 360°. Ainsi, la longitude de Paris est, selon le langage reçu, ou de 2° 20′ 22″ à l'orient, ou de 357°. 39′ 38″ à l'occident de Greenwich. Mais selon le sens dans lequel nous emploierons ce terme dorénavant et engagerons les autres à le faire, le dernier est sa désignation véritable. La longitude se compte aussi en temps à raison de 24 heures pour 360°, ou 15° par heure. Dans ce système, la longitude de Paris est de $23^h\ 50^m\ 38^s\ 1/2$.

89. Connaissant la longitude et la latitude d'un lieu, on peut le tracer sur un globe artificiel et construire ainsi une carte de la terre. Les cartes particulières des pays sont des portions détachées de cette carte générale, dressées sur des plans; ou, plutôt, ce sont des représentations de ces parties sur des plans, exécutées selon certains systèmes de règles de convention, appelés *projections*, dont l'objet est de déranger aussi peu que possible la configuration des lignes des pays telle qu'elle se trouve sur le globe, ou d'établir des moyens aisés de déterminer, par l'inspection ou la mesure graphique, les latitudes et les longitudes des lieux qui s'y trouvent, sans avoir recours au globe ou aux livres, ou pour d'autres usages particuliers. (*Voyez* chap. 3).

90. On peut également construire un globe ou une carte générale des cieux, aussi bien que des cartes particulières, et y placer les étoiles dans leurs situations relatives entre elles, et à l'égard des pôles des cieux et de l'équateur céleste. Ce tableau, une fois fait, présentera le véritable aspect des étoiles pour tout spectateur sur la surface du globe, à qui elles s'offrent tour-à-tour, ou pour celui qui, placé au centre du globe, serait supposé les voir d'un seul coup-d'œil. Il est, par conséquent, indépendant de toutes localités *géographiques*. On n'y trouvera ni zénith, ni nadir, ni horizon, ni les points d'orient ou d'occident; et, quoique l'on puisse y tracer des grands cercles d'un pôle à l'autre, correspondant à des méridiens terrestres, ils ne peuvent plus, sous ce point de vue, être regardés comme les méridiens célestes de points fixes sur la surface de la terre, puisque

dans le cours d'une révolution diurne, chaque point de cette dernière passe au-dessous de chacun d'eux. C'est à cause de ce changement d'aspect, et dans le but d'établir une distinction complète entre les deux branches de *la géographie* et de *l'uranographie*, que les astronomes ont adopté différens termes, ceux de *déclinaison* et *d'ascension droite*, pour représenter ces arcs dans le ciel qui correspondent aux *latitudes* et aux *longitudes* sur la terre. C'est pour cette raison aussi qu'ils appellent l'équateur des cieux la *ligne équinoxiale;* que ce qui est *méridiens* sur la terre, est appelé *cercles horaires* dans le ciel, et que les angles qu'ils font entr'eux aux pôles sont appeles *angles horaires.* Tout cela est convenable et intelligible; et s'ils s'étaient contentés de cette nomenclature, il n'aurait jamais pu s'établir de confusion. Malheureusement les premiers astronomes ont *aussi* employé les mots *latitude* et *longitude* dans leurs uranographies, en parlant d'arcs de cercles qui ne correspondent pas à ceux exprimés par les mêmes mots sur la terre, mais qui se rapportent au mouvement du soleil et des planètes parmi les étoiles. Il est maintenant trop tard pour remédier à cette confusion, qui est greffée dans tous les ouvrages d'astronomie actuellement existans : nous ne pouvons qu'y apporter des regrets et en avertir le lecteur, afin qu'il se tienne sur ses gardes lorsque, parvenus à un endroit plus avancé de ce livre, nous aurons occasion de définir et d'employer ces termes dans *leur sens céleste*, recommandant en même temps avec instance aux auteurs futurs, l'adoption d'expressions nouvelles pour les leur substituer.

91. Comme les longitudes terrestres comptent à partir d'un méridien fixe adopté, ou d'un point déterminé sur l'équateur; de même les ascensions droites dans le ciel, exigent quelque cercle horaire déterminé, ou quelque point connu dans la ligne équinoxiale, comme le commencement de leur supputation, ou leur *point de zéro*. On aurait pu choisir le cercle horaire passant par quelque étoile d'un éclat remarquable; mais cela n'aurait présenté aucun avantage particulier. Les astronomes ont adopté de préférence un point de l'équateur appelé *l'équinoxe*, par lequel ils supposent passer le cercle horaire, d'où l'on compte tous les autres; et ce point est lui-même le point de zéro de toutes les ascensions droites, comptées sur l'équateur.

Les ascensions droites des corps célestes sont toujours comptées *d'occident en orient* à partir de l'équinoxe, et sont estimées soit en degrés, minutes et secondes, comme dans le cas des longitudes terrestres, depuis 0° jusqu'à 360°, ce qui complète le cercle; soit en temps, heures, minutes et secondes, depuis 0 h. jusqu'à 24 h. Le mouvement diurne apparent du ciel étant contraire au mouvement réel de la terre, il y a ici conformité avec la supputation occidentale des longitudes (art. 87).

92. *Le temps sidéral* se compte par le mouvement diurne des étoiles, ou plutôt par celui de ce point de l'équateur d'où partent les ascensions droites. Ce point peut être considéré comme une étoile, quoiqu'aucune étoile n'y soit réellement; et, de plus, ce point lui-même est soumis à une certaine variation lente, si lente, cependant, qu'elle ne saurait affecter d'une manière appréciable l'intervalle de deux quelconques de ses retours successifs au méridien. Cet intervalle s'appelle jour sidéral, et se partage en 24 heures sidérales, comme celles-ci en minutes et secondes. Une montre qui marque le temps sidéral, c'est-à-dire qui marche uniformément de manière à accuser toujours 0 h. 0^m. 0^s. lorsque l'équinoxe passe sous le méridien, s'appelle *montre sidérale*; c'est un meuble indispensable à tout observatoire.

93. Il reste à expliquer ces descriptions au moyen de figures. Soit C (fig. 10) le centre de la terre, NCS son axe; alors N et S en sont les pôles, EQ l'équateur, AB le parallèle de latitude de la station de A à sa surface; AP, parallèle à SCN, la direction dans laquelle un observateur en A voit le pôle élevé des

cieux, et AZ le prolongement du rayon terrestre CA jusqu'à son zénith. NAES sera son méridien; NGS celui de quelque station fixe, comme Paris; et GE, ou l'angle sphérique GNE, sa longitude, et EA sa latitude. De plus, si *ns* est un plan tangent à sa surface en A, ce sera son horizon sensible; *nAs*, marqué sur ce plan par son intersection avec le méridien de cet observateur, sera sa ligne méridienne, et *n* et *s* seront les points nord et sud de son horizon.

94. Négligeons maintenant la grandeur de la terre, ou concevons-le stationner à son centre, et rapporter toutes choses à son horizon *rationnel*. La figure 11 représentant la sphère des cieux, C sera le spectateur, Z son zénith et N son nadir; alors HAO, grand cercle de la sphère, dont les pôles sont Z, N, sera son *horizon céleste*, P, *p* seront les pôles *élevé* et *abaissé* du ciel, HP la hauteur du pôle élevé, et HPZEO son méridien; ETQ, grand cercle perpendiculaire à P*p*, sera l'équateur; et si ♈ représente l'équinoxe, ♈T sera l'ascension droite, TS la déclinaison, et PS la distance polaire de toute étoile ou corps S, rapporté à l'équateur par le cercle horaire PST*p*; et BSD sera la circonférence diurne qu'elle paraîtra décrire autour du pôle. De plus, si nous rapportons ce corps à l'horizon par le cercle vertical ZSA, HA sera son azimuth, AS sa hauteur, et ZS sa distance au zénith. H et O sont le nord et le sud, et *e*, *w* les points d'orient et d'occident de son horizon, ou du ciel. Maintenant, si H*h*, O*o*, sont des petits cercles, ou des *parallèles de déclinaison*, tangens à l'horizon à ses points nord et sud, H*h* sera la circonférence d'*apparition perpétuelle*, entre laquelle et le pôle élevé jamais les étoiles ne se couchent; O*o* celle *d'occultation perpétuelle*, entre laquelle et le pôle abaissé jamais elles ne se lèvent. Dans toute la zône des cieux entre H*h* et O*o*, elles se lèvent et se couchent, chacune d'elles, comme S, demeurant au-dessus de l'horizon, dans cette partie de sa circonférence diurne représentée par ABA, et au-dessous de l'horizon, dans toute cette portion représentée par AD*a*. Le lecteur trouvera à s'exercer en construisant cette figure pour plusieurs élévations différentes du pôle, et en adoptant diverses positions de l'étoile S dans chaque. De ces définitions résultent les conséquences suivantes qui sont des propositions que le lecteur retiendra facilement,

95. *La hauteur du pôle élevé est égale à la latitude de la station géographique du spectateur.*

96. Les mêmes étoiles, dans leur révolution diurne, passent successivement par le méridien de chaque lieu du globe une fois dans 24 heures sidérales, et comme la rotation diurne est uniforme, l'intervalle, en temps sidéral, qui s'écoule entre les passages de la même étoile par les méridiens de deux villes différentes, est mesuré par la différence des longitudes des lieux.

97. Réciproquement, l'intervalle qui s'écoule entre les passages de deux étoiles différentes par le méridien d'un seul et même lieu, exprimé en temps sidéral, est la mesure de la différence des ascensions droites des étoiles.

Ceci explique la raison de la double division de l'équateur en degrés et en heures.

98. L'équateur coupe l'horizon aux points d'orient et d'occident, et le méridien en un point dont la hauteur est le complément de la latitude du lieu : ainsi, à Paris, la hauteur de l'intersection de l'équateur et du méridien est de 41°9'46", et à Greenwich, de 38°31'20".

99. Tous les corps célestes *culminent* (c'est-à-dire arrivent à leur plus grande hauteur) au méridien, ce qui est, par conséquent, la situation la plus propre à les observer, leur vue n'étant pas autant troublée par les inégalités et les vapeurs de l'atmosphère, et d'autre part la réfraction ayant moins de pouvoir sur eux.

100. Tous les astres qui se présentent sans cesse à nos regards passent deux

fois par le méridien au-dessus de l'horizon dans chaque révolution diurne, une fois *au-dessus* et une fois *au-dessous* du pôle. Ces passages s'appellent leurs *culminations supérieure* et *inférieure*.

101. Nous terminerons ce chapitre, en appelant l'attention du lecteur sur un fait qui, s'il ne le connaissait pas encore, ne manquera pas de le surprendre : c'est que les étoiles continuent d'être visibles dans un télescope pendant le jour aussi bien que pendant la nuit ; et que, selon son pouvoir amplifiant, non seulement les plus grandes et les plus brillantes d'entre elles, mais aussi celles d'un éclat inférieur, jusqu'à n'être presque pas visibles du tout la nuit à l'œil nu, sont susceptibles d'être aperçues aisément, même à midi, et suivies dans leur mouvement, par ces personnes qui sont en possession des moyens de diriger convenablement un télescope vers les lieux véritables, à moins que ce ne soit dans cette partie du ciel qui est très près du soleil. En effet, si on se transporte au fond d'un puits, dans les profondeurs d'une mine, des précipices étroits, on peut apercevoir à l'œil nu les étoiles brillantes qui passent au zénith ; et nous avons même ouï dire à un célèbre opticien, que la première circonstance qui attira son attention vers l'astronomie fut l'apparition régulière, à une certaine heure, pendant plusieurs jours de suite, d'une étoile considérable, à travers la souche d'une cheminée.

CHAPITRE II.

De la nature des instrumens astronomiques et des observations en général. — Du temps sidéral et solaire. — De la mesure du temps. — Les montres, les chronomètres, l'instrument des passages. — De la mesure des intervalles angulaires. — Application du télescope à des instrumens destinés à cet effet. — Du mural. — Fixation des points polaires et horizontaux. — Le niveau. — Fil-à-plomb. — Horizon artificiel. — Le viseur. — Des instrumens composés avec des cercles coordonnés ; l'équatorial. — Instrument pour prendre les hauteurs et les azimuths. — Du sextant et du cercle de réflexion.

102. Notre premier chapitre a été consacré principalement à donner des notions préliminaires sur le globe que nous habitons, sur ses rapports avec les corps célestes qui l'entourent, et les circonstances physiques sous l'empire desquelles toutes les observations astronomiques doivent être faites ; il a encore eu pour objet de fournir un certain nombre de *termes techniques* de l'usage le plus fréquent et le plus familier que la suite de l'ouvrage peut requérir. Nous pourrions maintenant procéder à un exposé plus exact et plus détaillé des faits et des théories de l'astronomie ; mais, afin de le faire d'une manière efficace, il sera bon que le lecteur prenne connaissance des principaux moyens qu'ont les astronomes de déterminer, avec le degré de délicatesse que leurs théories exigent, les données sur lesquelles ils fondent leurs conclusions ; en d'autres termes, d'assigner par des mesures les grandeurs apparentes et réelles dont ils s'occupent. Ce n'est que lorsqu'il est en possession de cette connaissance qu'il peut pleinement apprécier, soit la vérité des théories mêmes, soit le degré de confiance que l'on peut accorder à telles conclusions qui auraient précédé l'épreuve.

103. La construction des instrumens d'astronomie peut être justement regardée comme le plus délicat des arts mécaniques, et celui dans lequel on exige le

plus d'approcher de la rigoureuse précision géométrique ; ce résultat, il faut en convenir, a été obtenu. On peut regarder comme chose aisée, quand on est étranger aux délicates opérations de cette branche de l'industrie, de tourner un cercle de métal, de partager sa circonférence en 360 parties égales, et celles-ci en plus petites subdivisions ; de le placer exactement sur son centre, et de l'ajuster dans une position donnée ; mais dans la pratique, il n'existe rien d'une exécution aussi difficile. Ceci ne paraîtra pas étrange en considérant que, vu l'emploi des télescopes lorsqu'il s'agit de prendre des mesures angulaires, toute imperfection, soit dans la construction, soit dans les divisions, ne fait que s'accroître par tout le pouvoir optique de ces instrumens ; et qu'ainsi, non seulement des erreurs directes de fabrication, provenant d'une main mal assurée ou de l'imperfection des outils, mais ces irrégularités qui ont leur source dans des causes bien plus difficiles à maîtriser, telles que la dilatation et la condensation des inégales masses métalliques, par le changement de température, deviennent des quantités sensibles et appréciables. Un angle d'une minute n'occupe, sur la circonférence d'un cercle de 10 pouces de rayon, qu'environ 1/350 d'un pouce, quantité trop petite pour être déterminée *avec certitude* sans l'usage de verres amplifians ; et cependant une minute est une grande quantité dans la mesure astronomique d'un angle. Avec les instrumens employés aujourd'hui dans les observatoires, une seule seconde, ou la 60e. partie d'une minute, se trouve être une quantité distinctement visible et appréciable. Or, un arc de cercle, sous-tendu par une seconde, est moindre que la 200000e. partie du rayon ; en sorte que sur un cercle de 6 pieds de diamètre, elle n'occuperait pas une étendue linéaire supérieure à la 5700e. partie d'un pouce, quantité qui exige un puissant microscope pour être seulement aperçue. Que l'on se représente donc la difficulté de placer sur la circonférence d'un cercle métallique de pareille dimension (en supposant la difficulté de sa construction surmontée) 360 marques, points ou divisions reconnaissables, qui occupent leurs places véritables dans des limites aussi étroites, pour ne rien dire de la subdivision des degrés ainsi tracés en minutes, et de celles-ci encore en secondes. Un pareil travail a probablement déjoué et déjouera sans doute à jamais les derniers efforts de l'habileté et de l'industrie humaines ; et, fût-il exécuté, il ne serait pas de durée. Les fluctuations sans cesse variées de la chaleur et du froid, ont de la tendance à produire non seulement des changemens temporaires et transitifs de forme dans toutes les masses considérables de ces métaux qui sont seuls applicables à de pareils usages, mais des changemens permanens que rien ne peut compenser ; et leur propre poids, quelque symmétrique que soit la construction, doit toujours trouver de l'inégalité dans ses soutiens, puisqu'il est impossible d'appliquer la force étayante à *chaque partie* à part ; et supposé que cela se pût, il faudrait toujours employer des efforts pour les mouvoir et les fixer, ce qui ne pourrait se faire sans de grands inconvéniens. Nous possédons à la vérité des artistes habiles ; mais quoique nous ayons le droit de nous attendre à des merveilles de leur part, nous ne devons cependant pas en exiger des *miracles*. Les demandes de l'astronome surpasseront toujours le pouvoir de l'artiste ; et il convient, par conséquent, que le but du premier soit constamment de se rendre, autant que possible, indépendant des imperfections inséparables de tout ouvrage que ce dernier peut placer dans ses mains. Il faut donc qu'il s'efforce de combiner ses observations, de choisir ses momens, et de se familiariser avec toutes les causes qui peuvent déranger ses instrumens, avec toutes les particularités qui concernent leur construction et la matière dont ils se composent, afin de ne pas se laisser égarer par leurs erreurs, mais d'extraire de leurs indications, autant que possible, tout ce qui est *vrai*, et de rejeter tout ce qui est erroné. C'est en cela que consiste l'art de l'astronome pratique, art en lui-même aussi intéressant qu'épineux, et dont nous ne pouvons donner ici que les traits saillans et généraux.

104. Le grand objet de l'astronome étant la correction numérique dans les résultats des mesures prises, ses soins constans et sa vigilance doivent s'exercer à découvrir et compenser les erreurs, afin de détruire les unes, de tenir compte des autres, et de les neutraliser. Or, si nous examinons les sources où les erreurs peuvent prendre naissance dans la question des instrumens, nous trouverons qu'on peut les comprendre dans les trois principaux chefs qui suivent :

105. 1°. *Les causes extérieures ou accidentelles d'erreur*, qu'aucune précaution ne peut empêcher, telles que les fluctuations de l'air qui modifient la quantité de réfraction consignée dans les tables, et qui, ne pouvant être soumises à aucune loi fixe, laissent de l'incertitude sur leur degré d'étendue; telles encore que celles qui, en changeant la température de l'air, changent aussi la forme et la position des instrumens employés, en altérant la grandeur relative et la tension de leurs parties; et d'autres de la même nature.

106. 2°. *Les erreurs d'observation*, qui viennent, par exemple, de l'inhabileté, d'une mauvaise vue, de la lenteur à saisir *l'instant* exact où apparaît un phénomène, ou de la trop grande précipitation à le constater, etc.; de la confusion de l'atmosphère, de l'insuffisance du pouvoir optique de l'instrument, et autres circonstances semblables. On peut encore ranger dans cette catégorie toutes les erreurs qui naissent du dérangement momentané de l'instrument, d'une entorse dans l'emboîtement, du relâchement des vis, etc.

107. 3°. La troisième, et assurément la classe la plus nombreuse des erreurs auxquelles les mesures astronomiques sont sujettes, se compose des causes que l'on peut regarder comme instrumentales, et que nous partagerons en deux classes principales : la *première* comprend celles appartenant à un instrument *qui n'est pas* ce qu'il annonce; c'est *défaut de fabrication*. Ainsi, un pivot ou un axe, au lieu d'être, comme il le devrait, exactement cylindrique, s'il est légèrement aplati ou elliptique; s'il n'est pas exactement, comme il le faudrait, concentrique avec le cercle qu'il porte; si ce cercle, ainsi appelé, n'est réellement pas circulaire, ni dans un plan parfait; si ses divisions, que l'on a voulu rendre rigoureusement équidistantes, sont en réalité placées à des intervalles inégaux; et cent autres choses de ce genre : ce ne sont point là de simples sources théoriques d'erreur, mais des désagrémens pratiques, avec lesquels l'observateur a à lutter.

108. *L'autre* subdivision des erreurs instrumentales comprend celles qui proviennent d'un instrument qui n'est pas placé dans la *position* qu'il devrait occuper, et des parties de cet instrument qui, d'après leur fonction, doivent être mobiles, mais qui ne sont pas convenablement disposées entre elles : ce sont là des *erreurs d'ajustement*. Quelques-unes sont inévitables, attendu qu'elles viennent du défaut d'affermissement du sol ou du bâtiment où les instrumens sont placés; et, quoique trop légères pour être remarquées dans tout autre cas, elles deviennent appréciables dans les observations délicates de l'astronomie; d'autres, encore, sont les conséquences de l'imperfection de la main-d'œuvre, comme lorsqu'un instrument, après avoir été bien ajusté, ne peut pas se maintenir, mais se tourmente et sort de ses repères. Cependant les plus importantes des erreurs de cette classe viennent de l'absence d'indications naturelles (*autres* que celles fournies par les observations astronomiques elles-mêmes) pour constater si un instrument a ou n'a pas l'exacte position, à l'égard de l'horizon et de ses points cardinaux, de l'axe de la terre, ou autres principaux cercles et lignes astronomiques, qu'il doit avoir pour remplir convenablement ses fonctions.

109. Maintenant, quant aux deux premières classes d'erreurs, il faut observer que, comme on ne peut les réduire à des lois connues, et qu'ainsi elles ne peuvent être soumises aux calculs et aux modifications qu'elles pourraient entraîner, elles ne peuvent que vicier dans toute leur étendue les résultats de toutes les

observations où elles subsistent. Comme il est, toutefois, de leur nature d'être casuelles et accidentelles, leurs effets agissent nécessairement tantôt dans un sens, tantôt dans un autre; dans tel cas ils diminuent, dans tel autre ils tendent à augmenter les résultats : aussi, en multipliant les observations, dans des circonstances variées, et prenant la *moyenne* de leurs résultats, cette classe d'erreurs peut, en les mettant aux prises les unes avec les autres, s'effacer, au point de les empêcher désormais d'altérer sensiblement tout procédé théorique ou pratique. Voilà la grande, et, à vrai dire, la seule ressource contre de pareilles erreurs, non seulement pour l'astronome, mais encore pour celui qui explore des résultats numériques dans toutes les branches de la philosophie naturelle.

110. Quant aux erreurs d'ajustement et de main-d'œuvre, il faut bien se pénétrer qu'il n'y a pas seulement *possibilité*, mais *certitude* de leur existence, dans toutes les formes imaginables, pour tous les instrumens. Jamais les mains de l'homme ni les machines n'ont décrit un cercle, tiré une ligne droite, élevé une perpendiculaire, ni placé un instrument dans un ajustement *parfait*, si ce n'est d'une manière accidentelle, et, dans ce dernier cas, pour un seul instant. Cela n'empêche pas, cependant, que l'on ne puisse arriver à un haut degré d'approximation de tous ces perfectionnemens. Mais il appartient surtout à l'observation astronomique d'être le *moyen suprême de découverte* de tous les défauts mécaniques qui échappent par leur ténuité à tout autre mode d'investigation. Ce que l'œil ne peut distinguer ni le tact sentir, une suite d'observations astronomiques le rendra palpable. Les produits imparfaits de l'espèce humaine sont ici mis à l'épreuve en les comparant à la main-d'œuvre parfaite de la nature, et aucun d'eux ne peut en soutenir la concurrence. Maintenant il peut sembler que nous tournions dans un cercle vicieux en puisant des conclusions et des lois théoriques dans l'observation, pour nous rejeter ensuite sur les instrumens avec lesquels ces observations furent faites, les accuser d'imperfection, et chercher à découvrir et à rectifier leurs erreurs au moyen des lois et des théories mêmes, à la connaissance desquelles ils ont contribué à nous conduire. Une petite considération cependant suffira pour faire voir que cette marche est parfaitement logique.

111. Les progrès par lesquels nous arrivons aux lois des phénomènes de la nature, et principalement ceux qui dépendent, pour leur vérification, de déterminations numériques, sont nécessairement successifs. On est arrivé à des résultats ébauchés et à des lois imparfaites, par des observations défectueuses aidées d'instrumens qui n'étaient que dégrossis, ou même en l'absence de tout instrument; de nouveaux procédés plus délicats sont venus les corriger et les perfectionner. A mesure que l'on avance, se présentent des lois secondaires qui modifient à-la-fois les principes et les conséquences numériques de celles qui s'étaient d'abord offertes à notre attention; et lorsque celles-ci sont tracées et empreintes du caractère de la certitude, des lois nouvelles, subordonnées à ces dernières, surgissent et font l'objet de nouvelles investigations : or, il arrive invariablement (et la raison en est évidente) que le premier trait que nous saisissons de ces lois subordonnées, la première forme dans laquelle elles s'offrent obscurément à notre esprit, sont ceux de *l'erreur*. Nous apercevons un défaut d'harmonie entre ce que nous *attendons* et ce que nous *trouvons*. La première fois que ce désaccord se manifeste, nous l'attribuons à un accident; il se renouvelle plusieurs fois, et nous commençons à nous méfier de nos instrumens. Nous examinons alors jusqu'où peut aller l'erreur des résultats qu'ils donnent : si leur limite d'erreur possible excède la déviation observée, nous condamnons aussitôt l'instrument, et nous nous mettons en devoir de perfectionner la construction ou les ajustemens. Les mêmes déviations se présentent encore, et, bien loin d'être modifiées, sont plus marquées et plus distinctes qu'auparavant. Nous sommes maintenant certains de nous trouver sur les traces d'une loi de la

nature, et nous en poursuivons la recherche jusqu'à ce que nous l'ayons formulée d'une manière précise, et vérifiée par des observations réitérées, dans une grande variété de circonstances.

112. Maintenant, dans le cours de cette recherche, il ne manquera pas d'arriver que d'autres contradictions nous frappent. Instruits par l'expérience, nous soupçonnons l'existence de quelque loi naturelle jusqu'alors inconnue; nous dressons une table des résultats de nos observations, et nous remarquons, dans cet exposé synoptique, des indications distinctes d'une progression régulière. Nous continuons à perfectionner ou à varier nos instrumens, et alors nous perdons complètement de vue cette nouvelle loi présumée de la nature, ou nous la trouvons remplacée par quelque autre d'un caractère tout-à-fait différent : ainsi, nous sommes conduits à soupçonner que ce que nous avons remarqué est dû à une cause inhérente à l'instrument. Nous en examinons donc la *théorie;* nous lui supposons des défauts de construction, et, à l'aide de la géométrie, nous donnons la somme de leur influence en introduisant des *erreurs positives* dans ses indications. Ces erreurs ont *leurs lois* qui, aussi long-temps que nous n'en connaîtrons pas les causes pour nous conduire, peuvent être confondues avec les lois de la nature, sans qu'il soit possible d'en démêler les effets séparés. Elles ne sont pas fortuites, comme les erreurs d'observation, mais, vu qu'elles proviennent de défauts inhérens à l'instrument, que ces défauts ne changent pas tant que l'instrument et la disposition de ses parties restent les mêmes, on peut les réduire à des formes fixes et déterminées, tout défaut particulier, soit de construction, soit d'emboîture, produisant son genre particulier d'erreur. Lorsque ces défauts sont complètement passés en revue, nous en reconnaissons un parmi eux qui s'accorde, par sa nature et sa progression, avec celui des contradictions que nous avons observées. Le mystère est tout-à-coup percé; nous avons découvert, par l'observation directe, un défaut instrumental.

113. Il est, par conséquent, d'une importance majeure pour l'astronome pratique de se rendre complètement familier avec la théorie de ses instrumens, de manière à pouvoir décider à l'instant quel *effet* tel défaut de construction ou d'ajustement pourra produire sur ses observations dans des circonstances données sous l'empire desquelles elles ont été faites.

Supposons, par exemple, que le principe d'un instrument exige qu'un cercle soit exactement concentrique avec l'axe sur lequel on le fait tourner. Comme c'est là une condition qu'aucune main-d'œuvre ne peut remplir, il devient nécessaire d'examiner quelles erreurs toute déviation assignée à cet égard pourra produire dans les observations faites et recueillies sur la foi d'un pareil instrument; c'est-à-dire quelle serait la différence entre les observations faites par son moyen et celles avec un instrument absolument parfait, si celui-ci pouvait s'obtenir. Or, un simple théorème de géométrie nous apprend que, quelle que soit l'étendue de la déviation, elle peut être compensée dans son effet sur le résultat des observations qui dépendent de la graduation du limbe, par la méthode bien simple de lire les divisions sur deux points diamétralement opposés du cercle, et de prendre une moyenne; car l'effet de l'excentricité est toujours d'accroître les résultats, dans un sens, précisément de la même quantité dont elle les diminue dans l'autre. De plus, supposons qu'un emploi convenable de l'instrument exigeât que cet axe fût exactement parallèle à celui de la terre; comme il ne peut jamais être placé ainsi, ou y demeurer, il s'agit de savoir de combien, en l'employant, sera l'erreur que produira une déviation donnée de cette position précise, soit dans un plan horizontal, soit dans un plan vertical. De pareilles recherches constituent la théorie des erreurs instrumentales; théorie de la plus grande importance pour la pratique, et une de celles dont une complète connaissance mettra un observateur, pourvu de très médiocres moyens instrumen-

taux, en état d'atteindre un degré de précision qui semblerait n'appartenir qu'aux instrumens les plus délicats et les plus coûteux. Dans le présent ouvrage, cependant, il n'en sera plus question. Nous allons décrire un petit nombre d'instrumens astronomiques que nous considérerons comme parfaits, tant sous le rapport de la construction qu'à tout autre égard.

114. Comme les remarques ci-dessus sont très essentielles pour arriver à une saine connaissance de la philosophie de notre sujet et de l'esprit des méthodes astronomiques, nous les appuierons par un exemple. Des gens observateurs, avant l'invention d'instrumens astronomiques, avaient déjà jugé que le mouvement diurne apparent des étoiles s'opérait dans des circonférences autour de pôles fixes dans les cieux, comme nous l'avons fait voir dans le chapitre précédent. Toutefois, en tirant cette conclusion, la réfraction était entièrement négligée, ou, si elle attirait leur attention par ses grands effets dans le voisinage immédiat de l'horizon, ils regardaient cela comme une irrégularité locale, et, comme telle, ils n'en faisaient aucun cas. Aussitôt, cependant, que l'on s'attacha à tracer avec des instrumens, même les plus grossiers, la marche diurne des étoiles, il devint évident que l'idée de circonférences exactes, décrites autour d'un seul et même pôle, ne représenterait pas correctement les phénomènes, mais que, à quelque cause qu'il fallût l'attribuer, le mouvement diurne apparent de chaque étoile, au lieu d'être entièrement circulaire, formait un ovale, son segment inférieur étant plus *aplati* que le supérieur. Pour expliquer cet effet, comme on s'aperçut bientôt qu'il ne provenait d'aucune cause accidentelle ou instrumentale, il fallut lui en chercher une naturelle, et la réfraction se présenta tout de suite pour résoudre la difficulté. En effet, c'est un cas exactement analogue à celui que nous avons déjà signalé (art. 47), l'affaissement apparent du soleil près de l'horizon, mais seulement sur une plus grande échelle, et à de plus grandes hauteurs. Cette nouvelle loi une fois établie, il devint nécessaire de modifier l'expression de celle reçue anciennement, en y insérant une modification pour l'effet de la réfraction, ou en établissant une distinction entre les mouvemens diurnes *apparens* comme affectés de la réfraction, et les mouvemens *véritables* qui en sont dégagés.

115. La première impression produite par la vue du mouvement diurne des cieux, c'est que tous les corps célestes opèrent cette révolution dans une période commune, savoir, *un jour*, ou vingt-quatre heures. Mais nous ne nous mettons pas plus tôt en devoir d'examiner la chose *instrumentalement*, c'est-à-dire en notant, au moyen de montres marines, leur arrivée successive sous le méridien, que nous reconnaissons des différences qui ne peuvent être attribuées à aucune erreur d'observation. Toutes les étoiles, il est vrai, emploient le même intervalle de temps pour arriver et revenir au même méridien, ou passer par quelque cercle vertical que ce soit; mais cet intervalle est fort différent de celui qu'y met le soleil, et est évidemment plus petit, savoir, de $23^h. 56'. 4''$, 09, au lieu de 24 heures, qui est le temps marqué par nos montres ordinaires. Nous avons donc déjà ici *deux jours différens*, un sidéral, et l'autre solaire; et si, au lieu du soleil, nous observons la lune, nous en trouvons un troisième beaucoup plus long que chacun d'eux : il s'appelle *lunaire*, et sa durée moyenne est de $24^h. 54^m$. de notre temps civil, qui est le temps *solaire*, ce dernier étant nécessairement celui qu'indiquent les réapparitions successives du soleil, d'où dépendent toutes les affaires de la vie.

116. Or, nous trouvons que toutes les étoiles sans exception donnent la même durée exacte de $23^h. 56^m. 4''$, 09, pour le *jour sidéral*; nous ne pouvons donc pas hésiter à l'admettre comme la période dans laquelle la terre fait une révolution sur son axe. Ainsi, nous sommes forcés de voir dans le soleil et la lune des exceptions à la règle générale, de les considérer comme étant d'une nature différente

de celle des étoiles, ou au moins dans des rapports différens à notre égard, et enfin comme étant doués de mouvemens réels ou apparens qui leur sont propres, indépendans de la rotation de la terre sur son axe. Voilà donc une ligne de démarcation bien importante qui se révèle à nous.

117. Pour établir ces faits, il ne faut presque pas d'appareil. Un observateur n'a qu'à se placer au nord de quelque objet vertical bien distinct, comme l'angle d'un édifice; et, dirigeant son œil exactement par un certain point fixe (tel qu'un petit trou dans une plaque de métal clouée à quelque support immobile), noter les disparitions successives de chaque étoile derrière le bâtiment, au moyen d'une montre (1). En observant le soleil, il doit se garantir l'œil par un verre noir ou enduit de fumée, et faire attention aux instans où ses bords, occidental et oriental, arrivent successivement au mur; prenant alors la moitié de l'intervalle, il constatera (ce qu'il ne pourrait faire d'une manière directe) le moment de la disparition du centre.

118. Lorsque, en continuant à prendre pour base ce fait général, nous sommes conduits à apprécier avec plus de rigueur le temps de l'arrivée journalière du soleil au méridien, des irrégularités (car elles nous paraissent telles au premier abord) commencent à se faire observer. Les intervalles entre deux arrivées successives ne sont pas les mêmes dans tous les temps de l'année : ils sont quelquefois plus grands, quelquefois plus petits que 24 heures, selon l'indication de l'horloge; c'est-à-dire que le *jour solaire* n'est pas toujours de la même longueur. Au 21 décembre environ, par exemple, il est plus long d'une demi-minute, et à-peu-près au même jour de septembre, il est *plus court* de presque la même quantité que sa *durée moyenne*. Ainsi, nous sommes encore obligés de faire une distinction entre le jour solaire *véritable*, qui n'est jamais deux jours de suite le même, et le *jour solaire moyen* de 24 heures, qui est une moyenne pour tous les jours solaires de l'année. Ici s'ouvre donc pour nous une nouvelle source d'exploration. Le mouvement apparent du soleil n'est donc pas seulement différent de celui des étoiles, il n'est pas même uniforme comme l'est le dernier. Il est sujet à des fluctuations, dont les lois demandent à être scrutées. Mais pour arriver à la source de ces lois, nous avons besoin de moyens d'observation plus scrupuleux que ceux que nous avons décrits, et nous sommes obligés de recourir à un instrument appelé *instrument des passages*, spécialement destiné à de pareilles observations, et d'apporter l'attention la plus minutieuse à toutes les causes d'irrégularité dans la marche des pendules et montres qui peuvent affecter la supputation que nous faisons du temps. Nous sommes donc entraînés par degrés dans des recherches instrumentales de plus en plus délicates, et nous ne tardons pas à trouver que, à mesure que nous parvenons à constater l'intensité et la loi d'une grande fluctuation, ou inégalité, comme on l'appelle, du mouvement diurne du soleil, nous en faisons apparaître d'autres de plus en plus petites, qui avaient été jusqu'alors enveloppées d'obscurité, ou mêlées à des erreurs d'observation et à des imperfections instrumentales. En un mot, nous pouvons assez bien comparer la longueur *moyenne* du jour solaire à la hauteur moyenne de l'eau dans un port, ou au niveau général de la mer lorsqu'elle n'est pas agitée par la marée ou les flots. Quant à la grande fluctuation annuelle ci-

(1) C'est là une méthode pratique excellente pour s'assurer de la bonté d'une pendule ou d'une montre, car elle est d'une exactitude dont rien n'approche, en prenant seulement certaines précautions. La principale est d'avoir soin que cette partie du bord derrière laquelle l'étoile (non une planète) disparaît, soit tout-à-fait unie, car autrement la réfraction variable pourrait transporter le point de disparition d'une protubérance à une cavité, et changer ainsi sans motif le moment de l'observation; c'est à quoi on obvie facilement en clouant une planche dont le bord soit bien uni.

dessus mentionnée, elle est l'image des variations journalières du niveau produites par les marées, qui ne sont que des vagues énormes qui s'étendent sur tout l'océan, tandis que les inégalités moins considérables qui en dépendent, peuvent être assimilées aux flots ordinairement ainsi appelés, sur lesquels, quand ils sont d'une grande dimension, on aperçoit se mouvoir des ondulations plus petites, et sur celles-ci, à leur tour, de plus petits bouillonnemens, à la série desquels, dans des échelles successivement moindres, nous ne pouvons apercevoir aucune fin.

119. Nous n'avons pas à nous occuper, pour le moment, des causes de ces irrégularités dans le mouvement solaire; leur explication appartient à une partie plus avancée de notre sujet ; mais la distinction entre les jours solaire et sidéral, comme envahissant tous les degrés de l'astronomie, exige qu'on l'introduise dès le commencement, et qu'on ne la perde jamais de vue. C'est, comme nous l'avons déjà observé, de la longueur moyenne du jour solaire que l'on fait usage dans la supputation civile du temps. Il commence à minuit, mais les astronomes (du moins ceux d'Angleterre), même en faisant usage du temps solaire moyen, partent de la supputation civile, en commençant leur jour à midi, et comptant les heures depuis 0 jusqu'à 24. Ainsi, 11 heures dans la matinée du 2 janvier, en comptant civilement, correspondent à 1 jour 23 heures de janvier d'après l'usage astronomique; et une heure de l'après midi dans l'usage civil équivaut à 2 jours et une heure suivant le calcul astronomique. Cette pratique a ses avantages et ses inconvéniens ; mais les derniers semblent l'emporter, et il serait bon, en conséquence, qu'on la supprimât pour lui substituer la supputation civile.

120. Cependant les usages ne sont pas les mêmes, tant en astronomie qu'au civil, chez les divers peuples de la terre, dans la manière de compter le temps, et cela ne doit pas étonner, quand nous considérons que, lorsqu'il est midi dans un lieu, il est minuit dans un autre diamétralement opposé; dans tel lieu on voit le soleil se lever au moment même où il se couche dans celui-ci. De là résultent de graves inconvéniens, surtout pour des localités dont la différence de situation est très considérable, qui vont même dans quelques cas particuliers, jusqu'à porter l'erreur à un jour entier. Pour obvier à cette difficulté, l'on a introduit un système de supputation du temps, par des jours solaires moyens et parties de jours, comptés en prenant pour point de départ un instant fixe, commun à toute la terre, qui n'est déterminé par aucune circonstance locale, comme midi ou minuit, mais par le mouvement du soleil parmi les étoiles. Le temps, ainsi supputé, s'appelle *temps équinoxial;* il est numériquement le même, au même instant, dans toutes les parties du globe. Son origine sera expliquée plus amplement dans le cours de cet ouvrage.

121. Le temps, dans les observations astronomiques, est un élément essentiel sous un double point de vue; 1°. comme représentant le mouvement angulaire. Le mouvement diurne de la terre étant uniforme, chaque étoile décrit uniformément sa circonférence diurne; et le temps qui s'écoule entre les passages des étoiles, l'une après l'autre, par le méridien de tout observateur, devient, par conséquent, la mesure directe de leurs différences d'ascension droite; 2° comme l'élément fondamental de toutes les théories dynamiques. Le grand objet de l'astronomie est la détermination des lois des mouvemens célestes, et le rapport qu'elles ont avec leurs causes immédiates ou éloignées. Or, la détermination de la *loi* de tout mouvement observé dans un corps céleste, ne saurait être autre chose que la proposition énonçant quelle a été, quelle est, et quelle sera la situation de ce corps *à un temps donné*, passé, présent ou futur. Ainsi, pour comparer ces lois avec l'observation, il nous faut un catalogue des situations observées du corps en question, et des *temps* où l'on a observé.

122. La mesure du temps se prend avec des pendules, des chronomètres, des

clepsydres et des sabliers : on ne fait usage que des deux premiers dans l'astronomie moderne. Le sablier est une invention grossière et peu exacte que l'on prenait pour cette mesure, ou plutôt pour compter des portions fixes de temps; mais l'usage en est entièrement aboli. La clepsydre, qui mesurait le temps par l'épuisement graduel d'un grand vase d'eau que l'on faisait couler à travers un orifice déterminé, est susceptible d'une grande exactitude, et était la seule ressource des astronomes avant l'invention des pendules et des montres. Elle est aujourd'hui abandonnée en faveur de la supériorité que présentent ces derniers instrumens sous le double rapport de la commodité et de l'exactitude. Ce n'est que dans un seul cas que l'on a proposé d'en faire revivre l'usage, savoir pour la mesure rigoureuse de fort petites portions de temps, en faisant couler du mercure d'un petit orifice dans le fond d'un vase, tenu constamment plein jusqu'à une hauteur fixe. Le liquide est intercepté au moment de marquer une époque, et détourné pour tomber dans un récipient dans lequel il continue à couler, jusqu'au moment de marquer une autre époque, et alors la cause interceptante est subitement écartée pour le laisser couler dans sa direction primitive, et non dans le récipient. Le *poids* du mercure reçu, comparé à celui qui a coulé dans un intervalle de temps observé par la pendule, donne l'intervalle entre les époques observées. Cette méthode simple et ingénieuse de résoudre, avec toute la précision possible, un problème qui, depuis quelque temps, exerçait la sagacité des esprits, est due au capitaine Kater.

123. Cependant l'horloge à pendule, et le régulateur, avec ces perfectionnemens délicats de construction, qui en font un *chronomètre*, sont les instrumens auxquels l'astronome accorde sa confiance pour apprécier l'écoulement du temps. Ces instrumens sont maintenant portés à un tel degré de perfection, qu'une irrégularité dans leur marche, qui irait à une seule seconde dans l'intervalle de 24 heures pour deux jours consécutifs, ne serait pas soufferte dans une pièce qui porterait le caractère d'une bonne exécution; en sorte que tout intervalle de temps moindre que 24 heures peut, par son moyen, être constaté avec certitude, à quelques dixièmes de seconde près. Plus les intervalles sont longs, plus l'on est exposé à l'erreur, qui peut aussi acquérir plus de gravité, parce que les erreurs accidentelles de plusieurs jours sont susceptibles de s'accumuler; et il peut exister à notre insu des causes qui amènent un changement lent et progressif dans la marche de l'instrument. Il n'y a donc pas de sûreté à confier la détermination du temps à des pendules ou des montres pendant plusieurs jours de suite sans les contrôler et constater leurs erreurs en les comparant aux événemens naturels que nous savons devoir arriver, jour pour jour, à des intervalles égaux. Mais si l'on agit ainsi, les plus longs intervalles peuvent être fixés avec la même précision que les plus courts, puisque ce n'est en réalité que le laps de temps qui s'écoule entre le premier et le dernier moment de si longs intervalles que nous mesurons par des moyens artificiels. Les jours entiers sont comptés pour nous par la nature; il n'y a que les parties fractionnaires qui soient mesurées par nos montres. C'est l'affaire du calendrier de maintenir correcte la supputation des jours entiers, de manière qu'aucun ne soit omis ou compté deux fois. La chronologie indique l'ordre de succession des temps, et les rapporte à leurs véritables années et jours; tandis que la chronométrie, fondant ses déterminations sur l'observation précise des temps régulièrement périodiques que l'on peut subdiviser avec autant de commodité que d'exactitude, nous met en état de fixer avec la plus grande précision les époques auxquelles des phénomènes arrivent.

124. Dans la *culmination* (c'est-à-dire au passage par le méridien) de chaque étoile, l'observateur a sous la main un de ces moyens régulièrement périodiques dont nous venons de parler. C'est donc aux *culminations* des étoiles les plus

brillantes et le plus convenablement placées que les astronomes ont recours pour constater l'exactitude du temps, ou, ce qui revient au même, pour déterminer avec précision à combien se monte l'écart de leurs horloges.

125. L'instrument avec lequel on observe les culminations des corps célestes, se nomme *instrument des passages*. Il consiste (fig. 12) en un télescope solidement fixé sur un axe horizontal, dirigé vers les points d'orient et d'occident de l'horizon, ou à angles droits avec le plan du méridien du lieu d'observation. Les extrémités de l'axe sont formées de pivots cylindriques de diamètres exactement égaux, qui s'appuient dans des entailles faites à des supports métalliques, ces derniers étant portés (dans le cas de grands instrumens) sur de forts piliers de pierre, et propres à être ajustés délicatement avec des vis, tant dans une direction verticale qu'horizontale. Par le premier ajustement, l'axe peut être rendu exactement horizontal, en le nivelant avec un niveau destiné à s'appuyer sur les pivots. Par le dernier ajustement l'axe est amené précisément dans la direction orientale et occidentale, ce dont on s'assure par les observations mêmes faites avec l'instrument, ou par un objet bien distinct, appelé une *marque méridienne*, originairement déterminée par de pareilles observations, et ensuite, pour pouvoir s'en servir commodément à la première occasion, établie d'une manière permanente, à une grande distance, exactement dans une *ligne méridienne* passant par le point central de tout l'instrument. Il est évident, d'après cette description, que, si la ligne centrale du télescope (celle qui joint les centres de l'objectif et de l'oculaire, et que l'on appelle en astronomie *ligne de mire*), est une fois bien ajustée à angles droits avec l'axe de la méridienne, elle ne quittera jamais le plan du méridien lorsqu'on fera tourner l'instrument sur son axe.

126. Au foyer de l'oculaire, et à angles droits avec l'axe du télescope, est placé un système de fils, dont un horizontal et cinq verticaux et équidistans, comme on le voit dans la figure 13, qui se montrent toujours dans le *champ de la vue*, lorsqu'ils sont convenablement éclairés, de jour par la lumière du ciel, de nuit par celle d'une lampe introduite au moyen d'une invention qu'il n'est pas nécessaire d'expliquer ici. Le lieu de ce système de fils peut être changé en y adaptant des vis qui lui donnent un mouvement latéral (horizontal); et il est, par ce moyen, amené dans une telle position, que celui des fils verticaux qui est au milieu coupera *la ligne de mire* du télescope, à l'endroit où il est arrêté, et assujéti d'une manière permanente. Dans cette situation, il est évident que le fil du milieu sera la représentation fidèle de cette portion du méridien céleste vers laquelle le télescope est braqué; et lorsqu'on voit une étoile traverser ce fil dans le télescope, elle est en état de culmination. Le moment de cet événement est noté par le chronomètre, qui forme l'accompagnement obligé de l'instrument des passages. Pour plus grande précision, les instans où elle traverse tous les cinq fils verticaux sont notés, et on prend une moyenne, qui (puisque les fils sont équidistans) donnerait absolument le même résultat, si toutes les observations étaient parfaites, et tendra par conséquent à en subdiviser et détruire les erreurs dans l'appréciation de l'ensemble.

127. Quant au mode d'exécution des ajustemens, et à la manière dont on doit tenir compte des erreurs inévitables dans l'usage de cet instrument aussi simple qu'élégant, c'est au lecteur à consulter les ouvrages spécialement consacrés à cette branche de l'astronomie pratique. Nous nous contenterons de parler ici d'une importante vérification de son exactitude, qui consiste à *renverser* les extrémités de l'axe, ou à échanger ses points d'orient et d'occident. Si l'on fait cela, et qu'il continue à donner les mêmes résultats, à couper le même point sur la marque méridienne, nous pouvons être sûrs que la ligne de mire du télescope est véritablement à angles droits avec l'axe, et décrit rigoureusement un plan;

c'est-à-dire trace dans les cieux un *grand cercle*. Dans les bonnes observations des passages, une erreur de deux ou trois dixièmes de seconde de temps, au moment de la culmination d'une étoile, est tout ce que l'on peut avoir à craindre, en faisant abstraction de l'erreur de l'horloge : en d'autres termes, une horloge peut être comparée au mouvement diurne de la terre par une seule observation, sans courir le risque d'une plus grande erreur. En multipliant les observations on peut donc obtenir un plus haut degré encore de précision.

128. Les intervalles angulaires mesurés au moyen de l'instrument des passages et d'une horloge, sont des arcs de l'équateur, interceptés entre des cercles de déclinaison passant par les corps observés ; et leur mesure, dans ce cas, ne s'obtient point par une graduation artificielle des cercles, mais au moyen du mouvement diurne de la terre, qui fait passer des arcs égaux de l'équateur par le méridien, dans des temps égaux, à raison de 15° par heure sidérale. Dans tous les autres cas, si nous voulons mesurer des intervalles angulaires, nous devons avoir recours à des cercles, ou à des portions de cercles, construits en métal ou autre matière solide et durable, et subdivisés mécaniquement en parties égales, telles que degrés, minutes, etc. Soit ABCD (fig. 14) un cercle dont la circonférence est divisée en 360 degrés, et garnie des rayons x, y, z, etc. Soit percé à son centre un trou circulaire, dans lequel se mouvera un pivot artistement adapté, portant une lunette dont l'axe, *ab*, est exactement parallèle au plan du cercle, ou perpendiculaire au pivot ; le tout accompagné des deux bras *mn* qui font angles droits avec ce dernier, et ne forment qu'une seule pièce avec la lunette et l'axe ; en sorte que le mouvement de l'axe au centre transporte doucement la lunette et ses bras autour du cercle, pour les arrêter et les fixer à un point quelconque à volonté, au moyen d'une emboîture. Supposons maintenant que nous veuillions mesurer l'intervalle angulaire entre deux objets fixes S,T. Il faut d'abord ajuster le plan du cercle de manière à le faire passer par l'un et l'autre. Cela fait, que l'on dirige l'axe *ab* de la lunette vers l'un d'eux, S, et qu'on le fixe. Dans le premier cas, il faut noter la division, déterminée par le bras *m*. Dans le second, la partie fractionnaire de tout un intervalle entre les divisions consécutives dont la marque sur *m surpasse* la dernière division inférieure doit être estimée ou mesurée par quelques moyens mécaniques ou optiques. (Voyez art. 130). La division et la partie fractionnaire ainsi notées, et réduites en degrés, minutes et secondes, doivent être couchées sur le papier aussi bien que *les divisions du limbe correspondant* à cette position de la lunette *ab*, où elle pointe sur l'objet S. Il faut ensuite en faire autant pour l'objet T, y diriger la lunette, et recueillir les divisions du limbe. Il est évident alors que si la moindre quantité de ces divisions est soustraite de la plus grande, leur différence sera l'intervalle angulaire entre S et T, tel qu'il est vu du centre, à quelque point du limbe que le commencement des graduations sur le point 0° soit situé.

129. On obtiendra le même résultat si, au lieu de rendre la lunette mobile sur le cercle, nous la fixons invariablement à ce dernier, et les faisons tourner tous deux ensemble sur un axe concentrique au cercle, et formant une seule pièce avec lui, tournant dans une cavité formée pour le recevoir et l'adapter à quelque support fixe. Une pareille combinaison est représentée séparément dans les figures ci-contre. T est (fig. 15) la lunette, fixée en *pp* sur le cercle AB dont l'axe D tourne dans le solide métallique E qui sert de support, duquel part un bras F, portant à son extrémité un index, ou autre marque convenable, pour indiquer l'exacte division du cercle en B, point qui est tout contre. Il est évident que, à mesure que le télescope et le cercle tournent autour d'un angle, la partie du limbe du dernier, qui par cette révolution est transportée au-delà

de l'index F, mesurera l'angle décrit. Cette méthode est la plus usitée dans l'application des cercles astronomiques divisés.

130. L'index F de la figure 15 peut être ou un simple indicateur, comme l'aiguille d'une montre (*a*, fig. 16); ou un vernier (*b*, fig. 17), ou enfin un microscope composé (*c*, fig. 18), représenté en section (*d*, fig. 19), et armé d'une croix au foyer commun de son objectif et de son oculaire, rendu mobile par une vis à fil, par laquelle l'intersection de la croix peut être amenée en exacte coïncidence avec l'image de la plus rapprochée des divisions du cercle; et au moyen des pas et parties de pas de la vis requise pour cet effet, on peut estimer la distance de cette division au point de zéro du microscope. Ce procédé simple, mais délicat, donne aux divisions d'un cercle un degré d'exactitude qui n'est limité que par le pouvoir amplifiant du microscope et par la perfection que l'on peut donner à une vis, et place la subdivision des angles sur le même pied de certitude optique que pour leur mesure par l'usage du télescope.

131. L'exactitude du résultat ainsi obtenu doit dépendre, 1°. de la précision avec laquelle le tube *ab* (fig. 15) peut être pointé sur les objets; 2°. de la perfection de la graduation du limbe; 3°. du soin que l'on apporte à exécuter la subdivision des intervalles entre deux graduations consécutives quelconques. Le mode d'exécution du dernier objet, avec toute l'exactitude voulue, a été expliqué dans le dernier article. Quant à la graduation du limbe, comme elle est d'une nature purement mécanique, nous nous bornerons à observer que, dans l'état actuel de fabrication des instrumens, l'erreur qui pourrait provenir de ce côté-là est renfermée dans des limites très étroites. Pour ce qui est de la première circonstance, il doit paraître évident que, si les trous oculaires *a*, *b* ne sont rien de plus que ce que les représente la figure 14, de simples croix, ou des trous d'épingles aux extrémités d'un tube creux, ou un trou oculaire ordinaire à une extrémité, et une croix à l'autre, on ne saurait s'attendre à pointer avec plus de précision que si l'on était abandonné à la ressource de l'œil nu. Mais si, au lieu de ces procédés simples, mais grossiers, le tube lui-même est converti en *un télescope* muni d'un objectif et d'un oculaire; et si le mouvement du télescope sur le limbe du cercle est arrêté lorsque l'objet est mis justement au centre du champ de la vue, il est clair que l'on peut obtenir un plus haut degré d'exactitude en pointant le tube que si on le faisait à l'œil nu, et cela à proportion du pouvoir amplifiant et de la netteté du télescope. On s'assure du plus haut degré possible d'exactitude en étendant au foyer commun de l'objectif et de l'oculaire deux cheveux bien fins, ou deux fils d'araignée, qui s'entre-coupent à angles droits au centre du champ de la vue. Leur point d'intersection fournit une marque permanente avec laquelle l'image de l'objet peut être amenée en parfaite coïncidence, moyennant une certaine précaution aidée de procédés mécaniques, en conduisant le télescope dans sa position finale sur le limbe du cercle, et en l'y retenant jusqu'à ce que la lecture soit faite.

132. Cette application du télescope peut être considérée comme détruisant complètement cette partie de l'erreur d'observation qui, autrement, pourrait résulter d'une estimation erronée de la direction dans laquelle se trouve un objet par rapport à l'œil de l'observateur, ou au centre de l'instrument. C'est, en effet, la grande source de toute la précision de l'astronomie moderne, sans laquelle tous les autres perfectionnemens dans l'art instrumental seraient en pure perte, les erreurs que l'on serait capable de commettre, en pointant sur un objet sans ce secours, étant autrement importantes que celles qui pourraient résulter de la graduation même la plus grossière. En effet, le télescope ainsi appliqué devient, sous le rapport des dimensions angulaires, ce qu'est le microscope pour les dimensions linéaires. En concentrant l'attention sur ses points les plus petits,

et transformant en intervalles sensibles les plus légères différences, il nous met en état, non seulement d'examiner la forme et la structure des objets sur lesquels il est dirigé, mais aussi de rapporter leurs lieux apparens, avec toute la précision géométrique, aux parties d'une échelle quelconque avec lesquelles nous nous proposons de les comparer.

133. Le mode le plus simple par lequel on puisse exécuter la mesure d'un intervalle angulaire, est celui que nous venons de décrire; mais, à la rigueur, ce mode n'est applicable qu'à des angles terrestres, à ceux qu'occupent sur l'horizon sensible les objets qui entourent notre station, parce que ceux-là seulement demeurent stationnaires pendant l'intervalle où le télescope passe sur le limbe d'un objet à l'autre. Mais le mouvement diurne des cieux, en détruisant cette condition essentielle, rend la mesure directe de la distance angulaire d'un objet à l'autre impossible par ce moyen. Cependant la même objection ne subsiste plus si nous nous bornons à chercher à déterminer l'intervalle entre les *cercles diurnes* décrits par deux corps célestes quelconques. Supposons que chaque étoile, dans sa révolution diurne, laissât après elle une trace visible dans les cieux, une ligne fine de lumière, par exemple; alors un télescope, une fois pointé sur une étoile, de manière à mettre son image en coïncidence avec l'intersection des fils, demeurerait constamment braqué sur quelque portion de cette ligne, qui continuerait par conséquent à paraître dans son champ comme une ligne lumineuse, coupant constamment le même point jusqu'au retour de l'étoile après sa complète révolution. Le télescope pourrait être, à volonté, dirigé d'une telle ligne à une autre, sans erreur; et alors l'intervalle angulaire entre les deux cercles diurnes, *dans le plan de rotation du télescope*, pourrait se mesurer. Or, quoique nous ne puissions voir le chemin d'une étoile dans les cieux, nous pouvons attendre que l'étoile elle-même traverse le champ de la vue, et saisir le moment de son passage pour placer l'intersection des fils de manière à ce que l'étoile la traverse; au moyen de quoi, lorsque le télescope est bien fixé, nous nous assurons de la position de son cercle diurne aussi bien que si nous avions continué à voir l'astre pendant un temps quelconque. La lecture du limbe peut alors se faire à loisir; lorsqu'une autre étoile passe dans le plan du cercle, nous pouvons faire mouvoir le télescope, et une observation semblable nous mettra en état d'assigner la place de son cercle diurne sur le limbe. On n'a qu'à répéter ces expériences alternativement tous les jours, à mesure que les étoiles passent, jusqu'à ce que l'on soit satisfait de leur résultat.

134. C'est là le principe du mural, qui n'est autre chose que le cercle que nous avons décrit à l'article 129, solidement soutenu, dans le plan du méridien, par un long et puissant axe horizontal. Cet axe est introduit dans un mur massif (d'où l'instrument a tiré son nom), et si bien assujéti par des vis, qu'on peut le placer à volonté dans une direction verticale ou horizontale; en sorte que, comme l'axe de la méridienne, on peut le maintenir dans l'exacte direction des points d'orient et d'occident de l'horizon.

135. Le méridien, rencontrant à angles droits tous les cercles diurnes décrits par les étoiles, son arc, intercepté entre deux quelconques d'entre elles, mesurera la plus courte distance entre ces cercles, et sera égal à la différence des déclinaisons, comme aussi à la différence des *hauteurs méridiennes* des corps, du moins lorsqu'elles sont corrigées de la réfraction. Ces différences, alors, sont les intervalles angulaires *directement* mesurés par le mural. Mais de celles-ci, en supposant connue la loi de réfraction, il est aisé de conclure, non seulement leurs différences, mais les quantités elles-mêmes, comme nous allons l'expliquer.

136. La déclinaison d'un corps céleste est le complément de sa distance au

pôle, qui, étant un point du méridien, pourrait s'observer directement sur le limbe du cercle, si une étoile s'y trouvait exactement; on serait donc en état de déterminer à-la-fois les *distances polaires*, et, par conséquent, les déclinaisons des autres étoiles. Mais tel n'étant pas le cas, on choisit une étoile brillante aussi rapprochée du pôle que possible, dont on observe les culminations *supérieure* et *inférieure*, c'est-à-dire les instans où elle passe sous le méridien *au-dessus* et *au-dessous* du pôle. Or, comme sa distance au pôle demeure la même, la différence des divisions du cercle dans les deux cas (lorsque la réfraction est corrigée) est égale à deux fois la distance polaire de l'étoile; l'arc intercepté sur le limbe du cercle étant, dans ce cas, égal au diamètre angulaire du cercle décrit par l'étoile. Dans la figure 20, HPO représente le méridien céleste, P le pôle, BR, AQ, CD, les cercles diurnes des étoiles qui arrivent au méridien en B, A, C, dans leurs culminations supérieures, en R, Q, D, dans leurs inférieures, dont D, Q, se trouvent au-dessus de l'horizon HO. P est le pôle; et si nous supposons que *hpo* soit le mural, dont S soit le centre, *b*, *a*, *c*, *p*, *d*, seront les points de sa circonférence correspondans à B, A, C, P, D, dans les cieux. Or, les arcs *ba*, *bc*, *bd* et *cd*, sont donnés immédiatement par l'observation; et puisque CP=PD, nous avons aussi $cp=pd$; et chacun d'eux égal à $1/2cd$; conséquemment, le lieu du *point polaire*, comme on l'appelle, sur le limbe du cercle, est connu, et les arcs *pb*, *pa*, *pc*, qui représentent sur le cercle les *distances polaires* demandées, le sont aussi.

137. La situation de l'étoile polaire, qui est très brillante, est éminemment favorable à ce but, sa distance au pôle n'étant que d'un degré et demi; aussi est-ce celle que l'on emploie le plus ordinairement pour cet important objet, et presque la seule; d'autant plus que ses deux culminations ayant lieu à de grandes hauteurs peu différentes l'une de l'autre, les réfractions dont elles sont affectées sont peu considérables, et diffèrent assez peu pour que leur correction se fasse avec autant de facilité que de certitude. L'éclat de l'étoile polaire permet aussi de l'observer facilement pendant le jour. C'est en conséquence de ces particularités que les astronomes ont constamment recours à cette étoile pour la vérification de presque tous leurs instrumens. Dans le cas du passage au méridien, par exemple, elle fournit un moyen prompt de constater si le plan du mouvement du télescope coïncide avec le méridien : car, puisque ce dernier plan coupe en deux parties égales le cercle décrit par l'étoile, sa portion orientale et celle occidentale sont décrites dans des temps égaux. On n'a donc qu'à noter les instans de son passage au-dessus et au-dessous du pôle; et si l'on trouve qu'ils se suivent à des intervalles égaux de douze heures sidérales, nous pouvons conclure avec certitude que le plan du mouvement du télescope est dans celui de la méridienne, ou que son axe horizontal répond parfaitement aux points d'est et d'ouest. Mais si elle passe de l'une à l'autre culmination apparente dans des intervalles de temps inégaux, il est également certain qu'il existe une erreur extra-méridienne, la déviation se trouvant du côté où il y a un intervalle moindre. On doit alors faire mouvoir l'axe *azimuthalement*, jusqu'à ce que la différence dont il s'agit disparaisse en répétant les observations.

138. Le lieu du *point polaire* sur le limbe du mural, une fois déterminé, devient un point d'origine, ou zéro, d'où comptent les distances polaires de tous les objets rapportés à d'autres points sur les mêmes lignes. Peu importe que le commencement réel de 0° des graduations soit là, ou non, puisque ce n'est que par la *différence* des arcs parcourus que ceux du limbe sont déterminés, et de là résulte le grand avantage de pouvoir recommencer une nouvelle série d'observations, dans lesquelles on emploiera une portion différente de la circonférence du cercle, et différentes graduations que l'usage a consacrées, et au moyen desquelles on peut découvrir et neutraliser les inégalités de division. Cela se fait

dans la pratique, en détachant le télescope de ses anciens repères sur le cercle, et en le fixant de nouveau sur une autre partie de la circonférence.

139. Un point du limbe du mural, non moins important que le *point* polaire, c'est le *point horizontal*, qui, une fois connu, devient également point d'origine, ou zéro, d'où se comptent les hauteurs. Le principe de sa détermination est, après tout, à-peu-près le même que celui du point polaire. Comme il n'existe pas à l'horizon céleste d'étoile immobile, l'observateur doit chercher à déterminer deux points sur le limbe, dont l'un soit précisément autant *au-dessous* du point horizontal que l'autre est au-dessus. Dans ce but, on observe une étoile dans une soirée, au moment de sa culmination, en dirigeant directement sur elle le télescope, et la nuit suivante, en le dirigeant *sur l'image de la même étoile réfléchie* sur la surface calme et tranquille d'un fluide dans un repos parfait. Le mercure, celui de tous les liquides qui est le plus doué de la propriété réfléchissante, est généralement choisi pour cet usage. Comme la surface d'un fluide en repos est nécessairement horizontale, et que l'angle de réflexion, d'après les lois de l'optique, est égal à celui d'incidence, cette image sera tout juste abaissée au-dessous de l'horizon de la même quantité dont l'étoile elle-même sera élevée, abstraction faite de la différence de réfraction aux instans où l'on observe. L'arc intercepté sur le limbe du cercle entre l'étoile et son image réfléchie observées ainsi consécutivement, après avoir corrigé de la réfraction, est le double de la hauteur de l'étoile, et son point de bisection, le point horizontal. La surface réfléchissante d'un fluide ainsi employé pour la détermination des hauteurs, s'appelle *horizon artificiel*.

140. Le mural est, au fond, en même temps un instrument des passages; et, s'il est muni d'un système convenable de fils verticaux au foyer de son télescope, il peut être employé comme tel. Cependant, l'axe n'étant soutenu qu'à une extrémité, il n'a ni la force ni la permanence nécessaire pour l'opération plus délicate d'un passage; aussi bien ne peut-il être vérifié, comme l'autre instrument, par l'échange des deux extrémités de son axe, l'orient pour l'occident. Rien cependant n'empêche un cercle divisé d'être attaché d'une manière permanente à l'axe d'un instrument des passages, près d'une de ses extrémités, de manière à tourner avec lui, la lecture se faisant au moyen d'un microscope fixé sur un de ses supports. Un tel instrument s'appelle *méridienne*, et sert à la détermination simultanée des ascensions droites et des distances polaires des objets, le temps du passage étant noté par une montre, et l'arc étant lu à l'aide du microscope latéral.

141. La détermination du point horizontal sur le limbe d'un instrument, est d'une si haute importance en astronomie, que le lecteur doit s'instruire de tous les moyens employés pour arriver à ce but. Ce sont l'horizon artificiel, le fil-à-plomb, le niveau et le viseur flottant. L'horizon artificiel a déjà été expliqué. Le fil-à-plomb est un fil fin, auquel est suspendu un poids, que l'on empêche d'osciller, et que l'on force promptement au repos en le plongeant dans un liquide. La direction prise définitivement par ce fil, en admettant *sa parfaite flexibilité*, est celle de la gravité, ou celle perpendiculaire à la surface de l'eau tranquille. Son application aux besoins de l'astronomie est, toutefois, si délicate, difficile et sujette à erreur, si l'on ne prend des précautions extraordinaires dans son emploi, qu'elle est aujourd'hui presque universellement abandonnée, et qu'on lui substitue *le niveau*, instrument plus convenable et également exact.

142. Le niveau n'est autre chose qu'un tube de verre presque rempli de liquide (l'esprit de vin étant le plus généralement en usage, à cause de son extrême *mobilité*, et non susceptible de geler), dont la bulle d'air, lorsque le tube est placé horizontalement, s'arrêterait indifféremment partout si le tube

pouvait être mathématiquement *droit*. Mais cela étant impossible à exécuter, et tout tube ayant une légère courbure, si le côté convexe est placé en haut, la bulle d'air occupera la partie supérieure, comme dans la figure 21, où la courbure a été exagérée à dessein. Supposons qu'un pareil tube, comme AB, soit solidement fixé sur une barre droite CD, et que l'on ait marqué deux points *a* et *b*, à la distance de la longueur de la bulle d'air; si l'instrument est alors placé de manière à ce que la bulle d'air occupe cet intervalle, il est clair que CD ne peut être que dans le plan de l'horizon, parce que, quelque peu qu'on l'élevât dans un sens ou dans l'autre, la bulle d'air changerait de place et courrait vers le côté élevé. Supposons maintenant que nous voulussions déterminer si une ligne donnée PQ est horizontale, il n'y aurait qu'à y placer la base du niveau CD, et qu'à noter les points *a*, *b*, entre lesquels la bulle d'air est exactement contenue; tourner ensuite le niveau, bout pour bout, de manière que C répondît à Q, et D à P. Si dans cet état la bulle d'air continue à occuper la même place entre *a* et *b*, il est évident que PQ ne peut être qu'horizontal. Mais si la bulle d'air avait pris une autre position, le côté où elle se trouverait serait le plus élevé, et il faudrait l'abaisser. Les niveaux astronomiques sont munis d'une échelle divisée, par laquelle les points des extrémités de la bulle peuvent être rigoureusement déterminés; et l'on dit qu'ils peuvent être exécutés avec une délicatesse à indiquer une simple seconde de déviation angulaire de l'exacte horizontalité.

145. Voici comment on peut expliquer l'emploi d'un niveau pour trouver le point horizontal sur le limbe d'un cercle vertical divisé. Soit (fig. 22) AB un télescope bien fixé à un pareil cercle BEF, avec lequel il se meut en même temps sur un axe horizontal C, qui doit être, comme celui d'une méridienne, susceptible d'être renversé (*voy.* art. 127), et auquel le cercle est uni inséparablement. Dirigez le télescope sur quelque objet éloigné S bien distinct, amenez-en le milieu à l'intersection des fils, et dans cette position mettez le télescope en arrêt. Soit L un niveau fixé à angles droits à un bras LEF, muni d'un microscope ou d'un vernier en F, et, au besoin, d'un autre en E. Que ce bras soit ajusté à l'axe C, mais de manière à s'y mouvoir doucement sans le faire tourner et à y être fixé, pour en empêcher le mouvement jusqu'à ce que la circonstance l'exige. Tandis que le télescope est tenu fixe sur l'objet S, que l'on place le niveau de telle sorte que la bulle soit amenée aux points *a*, *b*, et qu'on l'y arrête. Le bras LCF aura alors une certaine inclinaison déterminée (n'importe laquelle) sur l'horizon. Dans cette position, que l'on prenne les divisions déterminées sur le limbe au point F, et que l'on renverse tout l'appareil en tournant son axe horizontal, bout pour bout, *sans lever l'arrêt du bras du niveau* fixé à l'axe. Cela fait, que par le mouvement de tout l'instrument (niveau et tout ensemble) sur son axe, on rétablisse le niveau dans sa position horizontale avec la bulle en *a*, *b*. Nous aurons alors la certitude que le télescope a la même inclinaison sur l'horizon dans l'autre sens, que celle qu'il avait lorsqu'il était pointé sur S, et que l'arc mesuré en F n'aura pas changé. On laissera maintenant le niveau libre, et, le tenant à-peu-près dans une position horizontale, on fera tourner le cercle sur l'axe, de manière à ramener le télescope du zénith à S, et, dans cette position, on fixera bien le cercle et le télescope. Il est évident alors qu'un angle égal à deux fois la distance zénithale de S a été parcouru par l'axe du télescope depuis sa dernière position. Enfin, sans desserrer le télescope et le cercle, on rectifiera encore une fois le niveau. Le bras LEF prendra encore une fois la même position déterminée par rapport à l'horizon; et, en conséquence, si on fait de nouveau la lecture du limbe, la différence entre ce dernier résultat et le précédent doit être la mesure de l'arc de sa circonférence qui est passé sous le point F, que l'on peut considérer comme ayant conservé constamment une

position invariable. Cette différence alors sera la double distance zénithale de S, et sa moitié la distance simplement au zénith, dont le complément est sa hauteur. On parvient donc ainsi à connaître la hauteur qui correspond à un arc donné du limbe, ou en d'autres termes, on constate le point horizontal sur le limbe. Toutefois, on ne se sert ordinairement du niveau que pour s'assurer que le point horizontal a été maintenu après l'avoir déterminé par d'autres moyens, et cela en le plaçant sur le télescope de manière à ce que la bulle d'air reste au milieu lorsque l'instrument est réellement horizontal, pour le retirer ensuite lorsque l'on ne peut plus douter qu'il n'en soit ainsi.

144. Le dernier moyen, mais probablement pas le moins exact, comme il est certainement, dans beaucoup de circonstances, le plus convenable, pour constater le *point horizontal*, est celui fourni par le *viseur flottant* (fig. 23), inventé récemment par le capitaine Kater. Cet instrument élégant n'est autre chose qu'un petit télescope muni de fils en croix à son foyer, et assujéti horizontalement, ou autant que cela peut se faire, sur un petit radeau plat de fer, fait exprès pour nager sur le mercure, et qui, par conséquent, lorsqu'il est abandonné à lui-même, prendra toujours une seule et même inclinaison invariable à l'horizon. Si les fils-en-croix du viseur sont éclairés par une lampe, placée au foyer de son objectif, les rayons qui en partiront seront parallèles (fig. 24), et seront, par conséquent, dans un état propre à être amenés au foyer par l'objectif d'un autre télescope, où ils formeront une image *comme s'ils venaient d'un objet céleste dans leur direction*, c'est-à-dire à une hauteur égale à leur inclinaison. Ainsi, le point d'intersection de la croix du viseur peut s'observer *comme si c'était une étoile*, quelque près que les deux télescopes soient l'un de l'autre. En transportant ensuite le viseur (flottant encore sur le mercure) d'un côté à l'autre d'un cercle, notre vue est frappée de deux corps *quasi-célestes*, à des hauteurs exactement égales, de deux côtés opposés; et si on les observe tour-à-tour avec le télescope du cercle, en amenant le point d'intersection de sa croix en coïncidence avec le point d'intersection du viseur (les fils de cette dernière croix étant pour cet effet inclinés à dessein de 45° sur l'horizon), la différence des arcs sur le limbe sera de deux fois la distance zénithale de l'un et l'autre; ce qui, comme dans le dernier article, détermine immédiatement le point horizontal ou du zénith.

145. Le cercle des passages et le mural sont essentiellement des méridiennes, n'étant employés qu'à l'observation des astres au moment de leur culmination. Outre que c'est là l'instant le plus favorable pour les voir, c'est aussi celui où leur mouvement diurne est parallèle à l'horizon. Il est donc plus facile alors, qu'il ne le serait à toute autre époque, de placer la lunette exactement dans leur vraie direction, puisque leur marche apparente dans le champ de la vue étant parallèle au fil horizontal du système de fils qui y sont, ils peuvent, en donnant un léger mouvement au télescope, être mis en exacte coïncidence avec ce fil, et l'on peut avoir le temps d'examiner et de corriger cette coïncidence, si on ne l'a pas obtenue exactement d'abord, avantage que ne peut offrir nulle autre situation. Généralement parlant, toutes les grandeurs angulaires, que l'on est jaloux d'apprécier avec exactitude, devraient toujours, autant que possible, être observées à leur maximum ou à leur minimum d'accroissement ou de diminution; parce qu'en ces points elles ne sont pas changées d'une manière sensible pendant un temps assez long pour compléter, et même, en bien des cas, pour répéter et vérifier nos observations avec soin et à loisir. L'angle qui, dans la circonstance qui nous occupe, appartient à cette catégorie, est la hauteur de l'étoile qui atteint son maximum ou son minimum au méridien, et est mesuré sur le limbe du mural.

146. Les besoins de l'astronomie exigent cependant que l'on possède les moyens d'observer un astre, non directement au méridien, mais à un point

quelconque de sa marche diurne, ou partout où il peut se présenter dans le ciel. Or, un point sur la sphère est déterminé en le rapportant à deux grands cercles qui se rencontrent à angles droits, ou à deux cercles dont l'un passe par les pôles de l'autre. Ces cercles, dans le langage géométrique, sont les *coordonnées* par lesquelles sa situation est déterminée : par exemple, sur la terre, un lieu est connu quand nous en connaissons la longitude et la latitude; dans le ciel étoilé, quand nous en connaissons l'ascension droite et la déclinaison; dans l'hémisphère visible, quand nous en connaissons l'azimuth et la hauteur, etc.

147. Pour observer un corps céleste à un point quelconque de sa course diurne, il faut posséder les moyens d'y diriger un télescope, qui, par conséquent, soit susceptible d'être mu dans deux plans à angles droits l'un de l'autre; et la quantité de son mouvement angulaire dans chacun doit être mesurée sur deux cercles *coordonnés* l'un à l'autre, dont les plans doivent être parallèles à ceux dans lesquels le télescope se meut. L'accomplissement pratique de cette condition s'effectue en faisant pénétrer l'axe de l'un des cercles dans celui de l'autre à angles droits. L'axe percé tourne sur des supports fixes, tandis que l'autre n'a de connexité avec aucun support extérieur, mais est soutenu entièrement par celui qu'il pénètre, lequel est fortifié et agrandi au point de perforation pour le recevoir. La figure 25 représente la forme la plus simple d'une pareille combinaison, quoique assurément ce ne soit pas la meilleure en fait de mécanisme. Les deux cercles indiquent les arcs parcourus au moyen de verniers; l'un attaché au support fixe qui porte le principal axe, l'autre à un bras qui part de cet axe. L'un et l'autre cercle sont aussi susceptibles d'être retenus par des vis de pression.

148. Il est manifeste qu'une pareille combinaison, de quelque manière que son axe principal soit pointé (pourvu que la direction en soit invariable), nous mettra en état de déterminer la situation de tout corps céleste à l'égard de la station de l'observateur, au moyen d'angles comptés sur deux grands cercles dans l'hémisphère visible, l'un desquels a pour pôles les prolongemens de l'axe principal, ou les points d'expiration d'un système de lignes qui lui sont parallèles, et l'autre passe toujours par ces pôles : car le premier grand cercle est la ligne d'expiration de tous les plans parallèles au cercle AB, tandis que le dernier, dans toutes les positions de l'instrument, est la ligne d'expiration de tous les plans parallèles au cercle GH; et ces deux plans étant, par la construction de l'instrument, à angles droits, les grands cercles, qui en sont les lignes d'expiration, doivent l'être aussi. Or, si deux grands cercles de la sphère se rencontrent à angles droits, l'un passera toujours par les pôles de l'autre.

149. Il n'y a, toutefois, que deux positions dans lesquelles un tel appareil puisse être monté de manière à être de quelque utilité pratique en astronomie. La première est celle où l'axe principal CD est parallèle à l'axe de la terre, et pointé, par conséquent, sur les pôles des cieux qui sont les points d'expiration de toutes les lignes dans ce système de parallèles, où, par conséquent, le plan du cercle AB est parallèle à l'équateur de la terre, et qu'ainsi il a ce dernier pour cercle d'expiration, et mesure, par ses arcs parcourus, les angles horaires, ou les différences d'ascension droite. Dans ce cas, les grands cercles dans les cieux, correspondant aux diverses positions que l'on peut faire prendre au cercle GH, par la rotation de l'instrument autour de son axe CD, sont tous des cercles horaires; et les arcs parcourus sur ce cercle seront les déclinaisons, ou les distances polaires, ou leurs différences.

150. Dans cette position, l'appareil prend le nom d'*équatorial*, ou, comme on l'appelait anciennement, celui de *machine parallactique*. C'est un des instrumens les plus commodes pour toutes les observations qui exigent qu'un corps céleste soit

tenu long-temps en vue, parce que, une fois braqué sur le corps céleste, nous pouvons suivre celui-ci aussi long-temps que nous voulons par un *seul mouvement*, c'est-à-dire en tournant simplement tout l'appareil autour de son axe polaire : car puisque, lorsque le télescope est pointé sur une étoile, l'angle entre sa direction et celle de l'axe polaire est égal à la distance polaire de l'étoile, il s'ensuit que, lorsqu'on le tourne autour de son axe, sans altérer la position du télescope sur le cercle GH, le point sur lequel il est dirigé sera toujours sur la petite circonférence des cieux qui coïncide avec la marche journalière de l'étoile. Dans beaucoup d'observations, c'est là un avantage inappréciable, et qui n'appartient à aucun autre instrument. On fait aussi usage de l'équatorial pour déterminer le lieu d'un objet inconnu en le comparant à celui d'un objet connu, par une méthode que nous décrirons au chapitre IV. Les ajustemens de l'équatorial sont assez compliqués et difficiles. La meilleure manière de s'y prendre, c'est de suivre l'étoile polaire dans toute sa révolution diurne, et d'observer, à des intervalles convenables, d'autres étoiles considérables dont les lieux sont bien reconnus.

151. L'autre position dans laquelle on peut monter avantageusement un appareil composé comme nous l'avons décrit à l'article 147, fig. 25, est celle où l'axe principal occupe une position verticale, et où, par conséquent, l'un des cercles, AB, correspond à l'horizon céleste, et l'autre, GH, à un cercle vertical des cieux. Les angles mesurés sur le premier sont donc des *azimuths*, ou différences d'azimuths, et ceux sur le second, des distances zénithales, ou des hauteurs, selon que la graduation commence du point supérieur du limbe, ou à 90°. Il est, en conséquence, connu sous le nom d'*instrument des azimuths et des hauteurs*. On s'assure de la position verticale de l'axe principal, soit par un fil-à-plomb suspendu à son extrémité supérieure, lequel, de quelque manière qu'il tournât tout autour, continuerait toujours à couper une seule et même *marque de foi* près de son extrémité inférieure ; soit par un niveau fixé directement à travers l'instrument, et dont la bulle d'air ne doit pas quitter sa place, en faisant mouvoir ce dernier azimuthalement. Le point nord ou sud du cercle horizontal est reconnu en faisant coïncider le cercle vertical avec le plan du méridien par la même règle qui sert à opérer l'ajustement azimuthal du passage au méridien (art. 137), et en notant, dans cette position, l'arc parcouru du cercle inférieur, ou par le procédé suivant :

152. Qu'il s'agisse d'observer une étoile à une distance considérable à *l'orient* du méridien, en l'amenant au point d'intersection des fils du télescope. Que dans cette position on prenne connaissance des divisions du limbe du cercle horizontal, et que l'on fixe bien le télescope sur le cercle vertical ; que, lorsque l'étoile a passé le méridien, on la suive, en faisant mouvoir tout l'instrument du côté de l'ouest, sans cependant desserrer le télescope, jusqu'à ce qu'elle se montre dans le champ de la vue, et que, en continuant le mouvement horizontal, l'étoile et le point d'intersection des fils viennent encore à coïncider une fois. Dans cette position, il est évident que l'étoile doit avoir précisément la même hauteur au-dessus de l'horizon *occidental*, qu'elle l'avait au moment de la première observation au-dessus de *l'oriental*. Que l'on arrête le mouvement en ce point, et que l'on prenne de nouveau les divisions du cercle horizontal. La différence des arcs sera l'arc azimuthal décrit dans l'intervalle : or, il est évident que lorsque les hauteurs d'une étoile sont égales des deux côtés du méridien, ses *azimuths*, soit qu'on les compte tous deux depuis le point nord de l'horizon, ou tous deux depuis le point sud, doivent aussi être égaux, que, par conséquent, le point nord ou le point sud de l'horizon doit couper en deux parties égales l'arc azimuthal ainsi déterminé, et qu'ainsi ce point sera connu.

153. Ce moyen de déterminer les points nord et sud d'un cercle horizontal (par lesquels, lorsqu'ils sont connus, nous pouvons tirer une ligne méridienne)

s'appelle *méthode des hauteurs correspondantes;* il est d'un grand et constant usage dans l'astronomie pratique. Si, aux instans des deux observations, nous marquons le temps, au moyen d'une pendule ou d'un chronomètre, le moment qui sera à égale distance entre eux sera celui du passage de l'étoile au méridien, que l'on peut ainsi déterminer sans culmination; et *vice versâ*, l'écart d'une pendule ou d'un chronomètre peut se découvrir par ce procédé. Pour ce dernier besoin, il n'est pas le moins du monde nécessaire que notre instrument soit pourvu d'un cercle horizontal. Tous les moyens par lesquels on peut mesurer les hauteurs nous mettront en état de déterminer les instans où la même étoile arrive à des hauteurs *égales* dans les deux moitiés orientale et occidentale de sa course diurne; et, cela une fois connu, l'instant du passage au méridien et l'écart de la pendule le sont aussi.

154. Une des principales fins auxquelles le cercle des hauteurs et des azimuths est applicable, c'est la recherche de la quantité et des lois de la réfraction : car, en suivant par son moyen une étoile circompolaire qui passe au zénith, et une autre qui frise l'horizon, dans toute leur course diurne, on peut tracer la forme exacte *apparente* de leur marche diurne, ou les ovales dans lesquels leurs cercles sont transformés par la réfraction; et leur déviation de la ligne circulaire étant donnée à chaque instant par la nature de l'observation *dans la direction dans laquelle a lieu la réfraction* (c'est-à-dire en hauteur), devient un objet d'observation directe.

155. *Le secteur du zénith* et le *théodolite* sont des modifications particulières de l'instrument des hauteurs et des azimuths. Le premier est adopté pour la parfaite exactitude dans l'observation des astres au zénith ou près du zénith, en donnant une longueur considérable à l'axe vertical, et supprimant toute la circonférence du cercle vertical, à l'exception de quelques degrés de sa partie inférieure, au moyen de quoi on obtient un rayon d'une longueur considérable, et par suite un agrandissement proportionné des divisions de son arc. Le dernier est particulièrement destiné à la mesure des angles horizontaux entre des objets terrestres, dans laquelle le télescope ne demande jamais à être élevé de plus de quelques degrés, et où, par conséquent, on peut ou se passer du cercle vertical, ou l'employer sur une plus petite échelle, et avec moins de précision; tandis que d'un autre côté, ce n'est qu'avec de grandes précautions que l'on s'assure de l'exacte perpendicularité du plan du mouvement du télescope, en appuyant son axe horizontal sur deux supports comme les pans de mur d'une méridienne, supports qui portent eux-mêmes solidement sur les rayons du cercle horizontal, et tournent avec lui.

156. Le dernier instrument que nous décrirons est tel que, par son moyen, on peut mesurer la distance angulaire directe de deux corps quelconques, ou déterminer la hauteur de chacun à part, soit en mesurant la distance à l'horizon visible, soit par leur propre réflexion sur la surface du mercure. C'est le sextant, ou le quart de cercle, ordinairement appelé de Hadley, que l'on croit en être l'inventeur, quoique la priorité de l'invention appartienne indubitablement à Newton, dont les droits à la reconnaissance du navigateur sont ainsi doublés, en ce qu'il a fourni à la fois la seule théorie par laquelle son vaisseau puisse être conduit sans danger, et le seul instrument que l'on ait jamais trouvé propre à appliquer cette théorie à ses usages nautiques.

157. Le principe de cet instrument est la propriété optique des rayons réfléchis, formulée de cette manière : *l'angle formé par la première et la dernière direction d'un rayon qui a éprouvé deux réflexions dans un seul plan, est égal au double de l'inclinaison que font entr'elles les surfaces réfléchissantes.* Soit AB (fig. 26) le limbe, ou arc gradué d'une portion de cercle de l'étendue de 60 degrés, mais divisé en

120 parties égales. Sur le rayon CB soit fixé un verre plan D argenté, à angles droits avec le plan du cercle; soit également fixé sur le rayon mobile CE un autre pareil verre argenté C. Le verre D est fixé d'une manière permanente parallèlement à AC, et n'a qu'une moitié d'argentée, l'autre moitié laissant voir les objets à travers. Le verre C est entièrement argenté, et son plan est parallèle à la longueur du rayon mobile CE, à l'extrémité E duquel est placé un vernier pour marquer les divisions du limbe. Sur le rayon AC est placé un télescope F, à travers lequel tout objet, Q, peut être vu par des rayons *directs* qui passent à travers la portion non argentée du verre D, tandis qu'un autre objet, P, est vu à travers le même télescope par des rayons qui, après avoir été réfléchis en C, ont été renvoyés sur la partie argentée de D, et sont de là dirigés par une seconde réflexion dans le télescope. Les deux images ainsi formées, seront aperçues l'une et l'autre à-la-fois dans le champ de la vue, et, en faisant mouvoir le rayon CE, se rencontreront et passeront outre (si les réflecteurs sont réellement perpendiculaires au plan du cercle) sans se détruire. Le mouvement, toutefois, s'arrête quand elles se rencontrent, et en ce point, l'angle formé par la direction CP d'un objet, et FQ de l'autre, vaut le double de celui ECB compris par les rayons fixe et mobile CB, CE. Or, les graduations du limbe n'étant à dessein portées qu'à la moitié des distances qu'elles exigeraient pour correspondre à des degrés, l'arc BE, en le marquant comme si les graduations étaient des degrés *entiers*, marquera réellement le double de sa véritable quantité, et en conséquence les nombres à marquer exprimeront, non l'angle ECB, mais le double, l'angle soustendu par les objets.

158. Il n'est pas d'une utilité bien prononcée de déterminer les distances exactes entre les astres par l'observation directe; mais dans l'astronomie nautique, la mesure de leurs distances à la lune, et de leurs hauteurs, est essentiellement importante; et comme le sextant n'exige pas de support fixe, mais peut être tenu à la main, et employé à bord d'un vaisseau, l'utilité de cet instrument frappe au premier coup-d'œil. Pour mesurer les hauteurs sur mer, comme on ne peut se servir ni de niveau, ni de fil-à-plomb, ni d'horizon artificiel, la ligne circulaire d'expiration est la seule ressource qui se présente; et l'image de l'étoile observée, vue par réflexion, est amenée à coïncider avec la limite de la mer vue par des rayons directs. On trouve ainsi la hauteur au-dessus de la ligne circulaire de la mer; et en la corrigeant de *la dépression de l'horizon* (art. 24), on obtient la vraie hauteur de l'étoile. Sur terre, on peut se servir d'un horizon artificiel (art. 139), et la considération de la dépression cesse d'être nécessaire.

159. Le cercle de réflexion (fig. 27) est un instrument destiné pour les mêmes usages que le sextant; mais est plus complet, le cercle étant entier, et les divisions régnant tout autour. Il est ordinairement muni de trois verniers, de manière à pouvoir admettre trois lectures distinctes d'arcs qui fournissent une moyenne pour compenser les erreurs qui pourraient exister, soit dans la graduation, soit dans la mesure.

160. Nous ne devons pas terminer ce chapitre sans signaler le *cercle répétiteur* que nous devons à Borda, au moyen duquel l'erreur de graduation peut être diminuée autant que l'on veut, et, pratiquement parlant, détruite. Soient P,Q, deux corps que nous pouvons supposer fixes, pour la commodité d'une simple explication, et soit KL un télescope mobile en O, axe commun de deux cercles AML et *abc*, dont le premier, AML, est absolument fixe dans le plan des objets, et porte les graduations, et l'autre est librement mobile sur l'axe. Le télescope est attaché d'une manière permanente au dernier cercle, et se meut avec lui. Un bras O*a*A porte l'index ou vernier, qui indique les divisions sur le limbe gradué du cercle fixe. Ce bras est muni de deux vis de pression, par lesquelles il peut être temporairement uni à l'un ou l'autre cercle, et détaché à volonté. Supposons, mainte-

nant, que le télescope soit dirigé sur P. Fixons le bras index OA au cercle *intérieur*, retirons-le de l'extérieur, et prenons les divisions. Faisons ensuite tourner le télescope, et dirigeons-le vers l'autre objet Q. En faisant ainsi, le cercle intérieur, et le bras index qui lui est fixé, seront aussi mus circulairement, et parcourront un arc AB, sur le limbe gradué du cercle extérieur, égal à l'angle POQ. Fixons maintenant l'index au cercle extérieur, dégageons l'intérieur, et prenons les divisions : la différence des arcs sera nécessairement la mesure de l'angle POQ ; mais le résultat sera sujet à deux sources d'erreurs : celle de *graduation* et celle d'observation que notre objet est de faire disparaître toutes deux. Dans ce but ramenons le télescope sur P, *sans* détacher le bras du cercle extérieur ; alors, après avoir opéré la bisection de P, assujétissons le bras en *b*, détachons-le de B, et transportons de nouveau le télescope en Q, mouvement qui amènera en même temps le bras en C, en faisant parcourir un second arc, BC, égal à l'angle POQ. Maintenant, que l'on prenne de nouveau les divisions ; la différence entre ce dernier arc et l'arc *originaire* sera la mesure du *double* de l'angle POQ, affectée des *deux* erreurs d'observation, mais seulement de *la même erreur de graduation qu'auparavant*. Répétons ce procédé aussi souvent que nous voudrons, dix fois, par exemple. Alors l'arc final ABCD, parcouru sur le cercle, sera de dix fois la valeur de l'angle requis, affecté des erreurs accumulées de toutes les dix observations ; mais toujours de la même, quant à la graduation, qui ne repose que sur l'arc initial et l'arc final. Or, les erreurs d'observation, lorsqu'elles sont nombreuses, tendent à se balancer et s'entredétruire ; en sorte que, en les multipliant suffisamment, le résultat se trouvera dégagé de leur influence. Il ne reste donc que l'erreur constante de graduation, qui finit par être divisée par le nombre des observations, et qui est ainsi diminuée jusqu'à n'être plus qu'un dixième de sa quantité possible, ou moins s'il le faut. La beauté abstraite de ce principe, et les avantages qu'il fournit, semblent contrebalancés dans la pratique par quelque cause inconnue, que, probablement, l'on doit chercher dans l'imperfection des points d'arrêt.

CHAPITRE III.

DE LA GÉOGRAPHIE.

De la figure de la terre. — Ses dimensions exactes. — Sa forme, celle de l'équilibre, modifiée par la force centrifuge. — Variations de la gravité à sa surface. — Mesures statistiques et dynamiques de la gravité. — Le pendule. — La gravité sur un sphéroïde. — Autres effets de la rotation de la terre. — Vents alisés. — Détermination des positions géographiques. — Des latitudes. — Des longitudes. — Triangulation. — Des cartes. — Projections de la sphère. — Mesure des hauteurs par le baromètre.

161. La géographie n'est pas seulement la plus importante de toutes les branches usuelles des connaissances auxquelles l'astronomie est appliquée ; c'est encore, théoriquement parlant, une partie essentielle de cette dernière science. La terre étant la station générale d'où nous voyons les cieux, la connaissance de la situation locale de quelques points particuliers de sa surface, est d'une grande importance lorsque nous voulons connaître à combien nous sommes des corps célestes les plus rapprochés de nous, tant d'après les données que nous fournissent les observations de leur parallaxe, que d'après tous les autres cas où une différence de localité peut être réputée capable d'influencer des résultats astro-

nomiques. Nous nous proposons par conséquent d'expliquer dans cette section pourquoi nous appliquons l'observation astronomique à des déterminations terrestres, et de donner en même temps un aperçu de la géographie, autant du moins que nous pouvons la considérer comme faisant partie de l'astronomie.

162. La géographie, comme l'indique le mot, est la description de la terre. Dans son sens le plus étendu, elle embrasse non seulement la forme de ses continens et de ses mers, ses rivières et ses montagnes, mais encore leur condition physique, leurs climats et leurs produits. Toutefois, nous n'avons point à nous occuper ici de géographie physique et politique. La géographie astronomique a pour objet l'exacte connaissance de la figure et des dimensions de la terre, des parties de sa surface occupées par la mer et par le sol, et de la configuration de la surface de ce dernier, regardée comme s'élevant au-dessus de l'Océan, et entrecoupée de manière à présenter diverses formes de montagnes, de collines et de vallées. Il n'y a pas jusqu'à la forme du lit de l'Océan, réputé la continuation de la surface du sol au-dessous de l'eau, qui ne dût attirer notre attention. Nous sommes, à la vérité, dans une grande ignorance à cet égard ; mais nous devons plutôt la déplorer, et, s'il est possible, y remédier, qu'y persévérer, attendu que, mieux instruits sur cette matière, nous pourrions faire faire de grands pas à beaucoup d'autres branches importantes qui demandent à être approfondies.

163. Pour ce qui est de la figure de la terre *comme un tout*, nous avons déjà fait voir que, en la prenant dans son ensemble, on peut la regarder comme sphérique ; mais le lecteur, qui a bien apprécié les remarques de l'article 23, ne sera pas embarrassé à sentir que ce résultat, conclu d'observations non susceptibles de beaucoup d'exactitude, et qui n'embrassent que de fort petites portions de la surface à-la-fois, ne saurait être regardé que comme une première approximation, et aurait besoin d'être considérablement modifié en entrant dans des détails négligés jusqu'ici, ou en ajoutant à la délicatesse de nos observations, ou bien encore en comprenant dans leur étendue un plus grand développement de sa surface. Par exemple, s'il arrivait (comme c'est le cas), sur un examen plus rigoureux, que la véritable figure fût un peu elliptique ou aplatie, à la manière d'une orange, dont le diamètre, qui coïncide avec son axe, fût d'environ 1/300 plus court que le diamètre de son équateur ; c'est là une si légère déviation de la forme sphérique, que, si l'on tournait un modèle en bois de pareilles proportions, et qu'on le mît devant nous sur une table, l'œil ou la main les plus exercés ne pourraient découvrir l'aplatissement, puisque la différence des diamètres, sur un globe de 16 pouces, ne serait que de 1/20 de pouce. Dans le langage ordinaire, et pour tous les besoins de la vie, il n'en serait pas moins appelé *globe ;* tandis que, toutefois, en le mesurant avec soin, la différence ne manquerait pas de nous frapper, et, pour parler correctement, on le nommerait, non pas *globe*, mais *sphéroïde*, qui est le nom affecté par les géomètres à la forme décrite ci-dessus.

164. Les sections d'une pareille figure faites par un plan ne sont pas des cercles, mais des ellipses ; en sorte que, sur une terre d'une pareille configuration, l'horizon d'un spectateur ne serait nulle part (excepté aux pôles) exactement circulaire, mais un peu elliptique. Il est aisé de démontrer cependant que sa déviation de la forme circulaire, provenant d'une aussi légère *ellipticité* que celle qui a été supposée ci-dessus, serait absolument imperceptible, non seulement à l'œil nu, mais même au moyen du secteur ; en sorte que, par ce mode d'observation, nous ne serions jamais conduits à remarquer une aussi petite déviation de la parfaite sphéricité. On verra comment nous sommes amenés à cette conclusion comme résultat pratique, lorsque nous aurons expliqué le moyen de déterminer avec exactitude les dimensions du tout, ou d'une partie quelconque de la terre.

165. Comme nous ne pouvons empoigner la terre, ni nous en éloigner assez

pour la voir à-la-fois comme un tout, et la comparer à un modèle de mesure connu qui soit à un degré quelconque une partie aliquote de sa grandeur, mais qu'il ne nous est donné que de ramper sur elle, et d'appliquer successivement nos mesures exiguës à des parties comparativement petites de sa vaste surface, il est nécessaire de suppléer, par des raisonnemens géométriques, au défaut de nos facultés matérielles, et de faire surgir de la mesure rigoureuse et attentive de ces petites parties la forme et les dimensions de toute la masse. Cela offrirait peu de difficulté, si nous étions sûrs que la terre est exactement une sphère; car la proportion de la circonférence d'un cercle à son diamètre étant connue (savoir celle de 3,1415926 à 1), il ne nous reste qu'à déterminer la longueur de la circonférence entière de tout grand cercle, tel qu'un méridien, en milles, pieds, ou tout autre modèle d'unité, pour connaître le diamètre en unités de même espèce. Or la circonférence de tout un cercle est connue aussitôt que nous savons la longueur exacte d'une de ses parties aliquotes, par exemple d'un degré, ou la 360e. partie, qui, étant évaluée en mètres, donne 11 myriamètres et 1/10, environ 70 milles anglais. Cette longueur n'excède pas les limites d'une étendue susceptible d'être mesurée très exactement, et elle pourrait l'être en effet (si nous connaissions bien le point de délimitation de chaque extrémité) jusqu'à une approximation d'un très petit nombre de pieds, ou même de pouces, par des méthodes sur lesquelles nous allons donner quelques détails.

166. En supposant donc que nous allassions commencer à mesurer avec toute la précision convenable, à partir d'un point quelconque, dans l'exacte direction d'un méridien, et que nous continuassions à mesurer jusqu'à ce que, par quelque indication, nous fussions instruits que nous avons accompli un *degré* exact depuis la station de notre départ, notre problème serait alors tout de suite résolu. Il ne reste donc qu'à chercher par quelles indications nous pouvons être sûrs, 1°. que nous avons avancé d'*un degré exact;* et 2°. que nous avons mesuré dans l'*exacte direction d'un grand cercle.*

167. Or, la terre ne nous offre pas des bornes qui indiquent les degrés, ni des traces inscrites sur sa surface pour nous guider dans une pareille opération. La boussole, quoiqu'elle soit d'un assez grand secours au marin ou au voyageur, est beaucoup trop incertaine dans ses indications, et trop peu connue dans ses lois, pour être d'aucun usage dans un cas pareil. Nous devons, par conséquent, nous tourner à l'extérieur, et rapporter notre situation sur la surface de notre globe à des marques naturelles, qui soient *en dehors* de sa sphère, d'une permanence, d'une stabilité égales à celles de la terre elle-même. Ces marques sont fournies par les astres. Par les observations de leurs hauteurs méridiennes, faites à chaque station, et d'après leurs distances polaires connues, nous concluons la hauteur du pôle; et comme la hauteur du pôle est égale à la latitude du lieu (article 95), les mêmes observations donnent les latitudes de toutes les stations où nous pouvons établir les instrumens nécessaires. Lors donc que l'on a trouvé que notre latitude a diminué d'un degré, nous savons que, *pourvu que nous n'ayons pas quitté le méridien*, nous avons décrit la 360e. partie de la circonférence de la terre.

168. On peut s'assurer à chaque instant de la direction du méridien par les observations décrites à l'article 137; et quoique des difficultés locales puissent nous obliger de dévier dans notre mesure de cette direction précise, néanmoins, si nous tenons un compte exact de la quantité de cette déviation, un calcul très simple nous fournira le moyen de *réduire* notre mesure observée à sa valeur *méridienne.*

169. Tel est le principe de l'importante opération géographique qui a pour objet la mesure d'un arc du méridien. Il faut toutefois, pour les détails, apporter quelque modification dans sa marche. On ne peut monter et démonter un

observatoire à chaque pas ; en sorte qu'il est impossible de constater en plus ou en moins la quantité qui diffère d'un degré. Mais cela n'a pas d'importance, pourvu que nous sachions avec une égale précision *combien*, en plus ou en moins, nous avons mesuré. Au lieu donc de mesurer cette partie aliquote précise, nous suivons la méthode plus commode de mesurer d'une bonne station d'observation à une autre, un degré *environ*, ou deux, ou trois, à part, suivant la circonstance, et en déterminant par des observations astronomiques la différence précise des latitudes entre les stations.

170. De plus, il est très important d'éviter dans cette opération toute source d'incertitude, parce qu'une erreur commise dans la longueur d'un seul degré sera multipliée 360 fois dans la circonférence, et environ 115 fois dans le diamètre de la terre qui en aura été déduit. Tout écart qui peut affecter la détermination astronomique de la hauteur d'une étoile sera particulièrement influent. Or il y a encore trop d'incertitude et de fluctuation dans la quantité de réfraction à des hauteurs moyennes, pour ne pas exprimer le vœu d'éviter cette source d'erreurs. Dans ce but, nous avons soin de choisir pour l'observation, aux stations extrêmes, quelque étoile qui passe par le zénith ou près du zénith de l'une et de l'autre ; la réfraction, à quelques degrés du zénith, est fort légère. Or il n'y a pas de différence entre observer que le *pôle* a été élevé ou abaissé d'un degré, ou que la *distance zénithale* d'une étoile au moment de sa culmination a changé de la même quantité. Si à une station nous observons une étoile passer au zénith, et à l'autre passer un degré au sud ou au nord du zénith, nous sommes sûrs que les latitudes géographiques, ou les hauteurs du pôle aux deux stations diffèrent de la même quantité.

171. En accordant que les points d'expiration d'un degré puissent être constatés, sa *longueur* peut être mesurée par les méthodes que nous allons décrire, comme nous l'avons déjà remarqué, jusqu'à une approximation d'un fort petit nombre de pieds. Or, l'erreur qui peut être commise en fixant chacun de ces points d'expiration ne saurait surpasser celle que l'on pourrait commettre dans l'observation de la distance zénithale d'une étoile, située convenablement pour le corps en question. Cette erreur, moyennant l'attention convenable, ne peut guère excéder une seule seconde. Admettons la possibilité d'une erreur de dix pieds anglais (3 mètres 1/25) dans la longueur mesurée d'un degré, et d'une seconde dans chacune des distances zénithales d'une étoile, observée aux stations septentrionales et méridionales ; et, enfin, que toutes ces erreurs conspirent à donner un résultat plus grand ou plus petit de toute leur somme que le véritable ; on trouvera, par une proportion très aisée, que le montant de l'écart qui affecterait ainsi l'estimation du diamètre de la terre, déduite de cette mesure, n'excéderait pas 544 yards (environ 500 mètres), ou à-peu-près le tiers d'un mille anglais ; et ce serait faire là une large part.

172. Ceci, toutefois, suppose que la forme de la terre est celle d'une sphère parfaite, et, en conséquence, que les longueurs de ses degrés, dans toutes ses parties, sont exactement égales. Mais lorsque nous en venons à comparer les mesures des arcs méridionaux prises dans diverses parties du globe, les résultats obtenus, quoique assez d'accord pour faire voir que la supposition d'une figure sphérique n'est pas fort éloignée de la vérité, n'en offrent pas moins des discordances beaucoup plus considérables que ce que nous avons vu pouvoir être attribué aux erreurs d'observation, et qui démontrent évidemment que l'hypothèse, dans la rigueur du terme, n'est pas soutenable. La table suivante offre les longueurs d'un degré du méridien (astronomiquement déterminé comme on l'a décrit ci-dessus), exprimées en pieds d'étalon anglais, et en mètres, comme résultant de la mesure réelle prise, avec tout le soin et la précision possibles, par des commissaires de diverses nations, hommes du premier mérite, mis, par leurs gouvernemens

respectifs, en possession des meilleurs instrumens, et de toutes les facilités qui pouvaient concourir à assurer l'heureux résultat de leurs importans travaux.

PAYS.	Latitude du milieu de l'arc.	Arcs mesurés.	Longueur du degré déduite en pieds anglais	Longueur du degré déduite en mètres.	OBSERVATEURS.
Suède	66° 20' 10"	1° 37' 19"	365,782	111,488	Svanberg.
Russie	58. 17. 37.	3. 35. 5.	365,368	111,362	Struve.
Angleterre	52. 35. 45.	3. 57. 13.	364,971	111,241	Roy, Kater.
France	46. 52. 2.	8. 20. 0.	364,872	111,210	Lacaille, Cassini.
France	44. 51. 2.	12. 22. 13.	364,535	111,108	Delambre, Méchain.
Rome	42. 59. 0.	2. 9. 47.	364,262	111,025	Boscovich.
Amérique, Etats-Unis	39. 12. 0.	1. 28. 45.	363,786	110,880	Mason, Dixon.
Indes	16. 8. 22.	15. 57. 40.	363,044	110,653	Lambton, Everest.
Indes	12. 32. 21.	1. 34. 56.	363,013	110,644	Lambton.
Pérou	1. 31. 0.	3. 7. 3.	362,808	110,581	La Condamine, etc.

Il est évident, par la seule inspection de la seconde et de la quatrième colonne de cette table, que *la longueur mesurée d'un degré s'accroît avec la latitude*, de telle sorte qu'elle est au maximum près des pôles, et au minimum près de l'équateur. Considérons maintenant quelle interprétation nous devons donner à cette conclusion, quant à la forme de la terre.

173. Supposons que nous tinssions dans nos mains un modèle de la terre tourné sur bois d'une manière bien lisse, il approcherait, comme nous l'avons déjà observé, tellement de la figure sphérique, que nous ne pourrions, ni à l'œil nu, ni au toucher, nous apercevoir de la déviation de cette forme. Supposons aussi que nous fussions empêchés de mesurer directement d'une surface à l'autre dans diverses directions avec un instrument quelconque pour déterminer de suite si un diamètre est plus long qu'un autre : comment, alors, pourrait-on demander, constaterons-nous si c'est une véritable sphère ou non? Il est vrai que nous n'avons que la ressource de nous efforcer de découvrir, par quelques moyens plus parfaits que la simple inspection ou le tact, si la convexité de sa surface est la même de tous côtés; et, dans le cas contraire, dans quels lieux elle est la plus grande ou la plus petite. Supposons donc qu'une mince plaque de métal soit contournée sur son arête, de manière à coïncider parfaitement avec la surface en A (fig. 28) : transportons maintenant cette plaque de A, et appliquons-la successivement à plusieurs autres parties de la surface, en ayant soin de porter toujours la plaque sur un grand cercle du globe, comme on le voit ici. Si alors nous trouvons une position quelconque, B, qui permette que la lumière puisse entrer au milieu entre le globe et la plaque, ou tout autre, C, où la lumière passe sous ses extrémités, nous sommes sûrs que la *courbure* de la surface en B est moindre qu'en A, et qu'en C elle est plus grande qu'en cette dernière.

174. Ce que nous faisons ici par l'application d'une plaque de métal d'une longueur et d'une courbure déterminées, nous le faisons sur la terre par la mesure d'un degré de variation dans la hauteur du pôle. La courbure d'une surface n'est autre chose que la déviation continuelle de sa tangente d'une direction fixe à mesure que nous avançons. Lorsque, pour la *même distance mesurée*, nous trouvons que la tangente (qui répond à notre horizon) a changé de position à l'égard d'une direction fixe dans l'espace (telle que l'axe des cieux, ou la ligne qui joint le centre de la terre et quelque étoile donnée) *plus* dans une partie du

méridien terrestre que dans une autre, nous concluons nécessairement que la courbure de la surface au premier endroit est plus grande qu'au second; et *vice versâ*, quand, pour produire le même changement d'horizon à l'égard du pôle (un degré, par exemple), nous voulons parcourir un *plus long* espace mesuré à un point qu'à un autre, nous assignons à ce point une moindre courbure. De là nous concluons que *la courbure d'une section méridienne de la terre est sensiblement plus grande à l'équateur que vers les pôles;* ou, en d'autres termes, que la terre n'est pas sphérique, mais *aplatie* aux pôles, ou bien, ce qui revient au même, renflée à l'équateur.

175. Soient (fig. 29) NABDEF une section méridienne de la terre, C son centre, et NA, BD, GE, des arcs de méridien, correspondant chacun à un degré de différence de latitude, ou à un degré de variation dans la hauteur méridienne d'une étoile, rapportée à l'horizon d'un spectateur qui s'avance le long du méridien. Soient nN, aA, bB, dD, gG, eE, les directions respectives du fil-à-plomb aux stations N, A, B, D, G, E, dont nous supposerons N au pôle et E à l'équateur; alors les tangentes à la surface en ces points seront respectivement perpendiculaires à ces directions; et, en conséquence, si elles sont toutes prolongées deux à deux, savoir, nN et aA, bB et dD, gG et eE, jusqu'à ce qu'elles s'entre-coupent entre elles (aux points x, y, z), les angles NxA, ByD, GzE, seront chacun d'un degré, et, par conséquent, tous égaux; en sorte que les petits arcs curvilignes NA, BD, GE, peuvent être regardés comme des arcs de cercles d'un degré chacun, décrits autour de x, y, z, comme centres. On les appelle en géométrie *centres de courbure*, et les rayons xN ou xA, yB ou yD, zG ou zE, *rayons de courbure*, par lesquels sont déterminées et mesurées les courbures en ces points. Or, comme les arcs de différens cercles qui soustendent des angles égaux à leurs centres respectifs, sont en proportion directe avec leurs rayons, et que l'arc NA est plus grand que BD, et celui-ci que GE, il s'ensuit que le rayon Nx doit être plus grand que By, et By que Ez. On voit ainsi que les intersections mutuelles des fils-à-plomb n'iront pas, comme dans la sphère, toutes coïncider en un seul point C, qui est le centre, mais seront rangées sur une certaine courbe xyz; ce qui sera rendu encore plus incontestable en considérant un plus grand nombre de stations intermédiaires. Les géomètres ont donné à cette courbe le nom de *développée* de la courbe NABDGE, dont les centres de courbure ont servi à la décrire.

176. Dans l'aplatissement d'une figure ronde en deux points opposés, et son renflement en des points situés dans une direction rectangulaire avec les premiers, nous reconnaissons le trait distinctif de la forme elliptique : aussi, la première supposition qui se présente à notre esprit, et comme étant en même temps la plus simple, sur la nature du méridien, puisqu'il est prouvé que ce n'est pas un cercle, c'est celle d'une ellipse, ou à-peu-près, dont le plus court diamètre, NS, est l'axe de la terre, et dont le plus long, EF, est le diamètre équatorial de cette dernière; et que la forme de la surface de la terre est celle qui naîtrait de la révolution de cette courbe autour de son plus court diamètre NS. Cela s'accorde très bien avec la marche générale de l'accroissement du degré en allant de l'équateur au pôle. Dans l'ellipse, le rayon de courbure en E, extrémité du plus long diamètre, est le plus petit qu'elle admette, et celui en N, extrémité du plus court diamètre, est le plus grand; et la forme de sa *développée* s'accorde avec celle représentée ici. En admettant donc que c'est une ellipse, les propriétés géométriques de cette courbe nous mettent en état d'établir la proportion entre les longueurs de ses diamètres qui correspondront à toute quantité proposée de variation dans sa courbure, et de fixer leurs longueurs absolues, correspondant à une longueur assignée quelconque du degré dans une latitude donnée. Sans donner au lecteur l'ennui de ce calcul (que l'on peut trouver dans

tous les ouvrages de sections coniques), il suffira de dire que les longueurs qui, en définitive, s'accordent le mieux avec l'entière série des arcs du méridien mesurés d'une manière satisfaisante, sont comme suit :

	pieds anglais.	milles anglais.	mètres.
Le plus grand diamètre, ou le diamètre équatorial,	41,847,426=	7925.1/2 =	12,754,864. 1/5
Le moindre diamètre, ou le diamètre polaire,	41,707,620=	7899.1/5 =	12,712,252. 3/4
Différence des diamètres, ou raccourcissem. polaire,	139,806=	26.3/10=	42,611.11/20

La proportion des diamètres est, à très peu de chose près, celle de 298 : 299, et leur différence 1/299 du plus grand, ou guère plus d'1/300.

177. Ainsi le diamètre ébauché que nous avons employé jusqu'ici de 8000 milles (12,874,520 mètres), est un peu trop grand, et cela d'environ 100 milles (160,931 mètres) ou d'1/80. Nous regardons comme très improbable qu'il puisse exister une erreur de cinq milles (8,046 mètres 1/2) sur les diamètres, ou une incertitude qui aille jusqu'à un cinquième de toute la quantité du raccourcissement que nous venons d'établir. Comme nombres commodes à retenir, le lecteur n'a qu'à faire attention qu'à la latitude de Londres, il y a justement autant de milliers de pieds anglais à un degré du méridien, qu'il y a de jours dans l'année (365); que, approximativement parlant, un degré a 70 milles anglais légaux, et qu'une seconde est de 100 pieds; qu'enfin la circonférence équatoriale de la terre est d'un peu moins de 25000 milles (24,899).

178. L'hypothèse d'une ellipse que formerait la section de la terre faite par un plan suivant son axe, est recommandée par sa simplicité, et confirmée en comparant les résultats numériques que nous venons de donner avec ceux d'une mesure effective. Lorsque cette comparaison est mise en pratique, on remarque, il est vrai, des différences qui, quoique encore trop grandes pour être rapportées à des erreurs de mesure, sont cependant si petites auprès des écarts qui résulteraient de l'hypothèse de la sphéricité, qu'elles justifient complètement l'opinion où nous sommes que la terre est un ellipsoïde, et nous confirment que nous avons raison de rapporter les déviations observées à des causes locales, ou, si elles sont générales, du moins comparativement petites.

179. Maintenant, on ne peut que s'applaudir de trouver que la figure générale elliptique dont on a ainsi constaté l'existence *par la pratique*, est précisément ce que la *théorie veut qu'elle soit* d'après la rotation de la terre sur son axe : car, supposons que la terre soit une sphère en repos, qu'il y ait dans son sein uniformité de matériaux, et qu'elle soit couverte extérieurement d'un océan dont la profondeur soit égale partout. Au milieu de pareilles circonstances, elle serait évidemment dans un état d'*équilibre*, et l'eau de sa surface n'aurait nulle tendance à couler d'un côté ou de l'autre. Admettons à présent que des matériaux fussent enlevés des régions polaires et entassés tout autour de l'équateur, de manière à produire cette différence des diamètres polaire et équatorial de 26 milles (41,842 mètres) que nous savons exister. Il n'est pas moins évident qu'il se formerait ainsi une montagne équatoriale seulement, d'où l'eau coulerait jusque dans la partie excavée des pôles. De quelque façon que la matière solide pût demeurer en repos où elle aurait été placée, la partie liquide, au moins, n'y resterait pas plus que si elle avait été jetée sur le penchant d'une colline. La conséquence serait donc la formation de deux grandes mers polaires, environnées de terre équatoriale de tous côtés. Or, ce n'est nullement ce qui existe dans la nature : l'océan occupe indifféremment toutes les latitudes, sans donner la préférence à celles polaires plutôt qu'aux équatoriales. Ainsi, puisque, comme nous le voyons, l'eau occupe à l'équateur une élévation au-dessus du centre qui ne surpasse pas de moins de treize milles (20,921 mètres) celle des pôles, sans pour cela qu'elle montre de la tendance à quitter le premier et se

précipiter vers les derniers, il est évident qu'elle doit être *retenue* dans cette situation par quelque *puissance* suffisante. Une pareille puissance, cependant, ne pourrait exister dans le cas que nous avons supposé, et qui, par conséquent, n'est pas conforme à la nature; en d'autres termes, la forme sphérique n'est pas *la figure de l'équilibre;* et, *en conséquence*, ou la terre n'est pas en repos, ou elle est intérieurement constituée de manière à *attirer* l'eau vers ses régions équatoriales, et à l'y retenir. Quant à la dernière supposition, elle n'a pas, dès l'abord, la probabilité pour elle, et aucune analogie ne peut nous conduire à cette idée. La première est en harmonie avec tous les phénomènes du mouvement diurne apparent des cieux; si donc elle peut nous fournir la *puissance* dont il s'agit, nous ne saurions hésiter à l'adopter comme la véritable.

180. Or, tout le monde sait que lorsqu'un poids est lancé circulairement, il acquiert par là une tendance à s'éloigner du centre de son mouvement; c'est ce que l'on appelle la force centrifuge. On pourrait expliquer cela par un exemple familier à tout le monde, celui d'une pierre lancée circulairement par une fronde; mais nous remplirons mieux le but que nous nous proposons en nous servant d'un seau d'eau (fig. 30), suspendu à une corde, que l'on fait *tourner comme une toupie*, la corde restant tendue perpendiculairement. La surface de l'eau, au lieu de demeurer horizontale, deviendra concave, comme dans la figure. La force centrifuge crée une tendance, dans *toute* la masse de l'eau, à quitter l'axe, et à se porter impétueusement sur la circonférence. L'eau est donc poussée contre le seau de manière à la faire remonter vers ses bords, jusqu'à ce que l'excès de hauteur et, par suite, l'accroissement de pression inférieure, viennent contrebalancer la force centrifuge; alors l'*état* d'*équilibre* est atteint. L'expérience est fort aisée et instructive, et est merveilleusement propre à faire voir comment la *forme de l'équilibre* se prête à diverses circonstances. Si, par exemple, nous faisons cesser la rotation par degrés, à mesure qu'elle sera plus lente nous verrons la concavité de l'eau diminuer régulièrement, la partie extérieure élevée descendra, celle centrale et foulée s'élèvera, tandis que dans tout cet intervalle de temps, la surface s'est maintenue parfaitement *unie*, jusqu'à l'épuisement de la rotation, moment où l'eau reprend son état horizontal.

181. Supposons donc qu'un globe de la grandeur de la terre, en repos, et couvert d'un océan uniforme, fût mis en rotation autour d'un certain axe, d'abord très lentement, mais progressivement d'une manière plus rapide, jusqu'à ce qu'il eût accompli sa révolution en 24 heures; il se formerait ainsi une force centrifuge, dont la tendance générale serait de provoquer l'eau à chaque point de sa surface à *s'écarter* de *l'axe*. On pourrait, à la vérité, concevoir une rotation assez rapide pour enlever tout l'océan de la surface, comme on enlève l'eau d'un faubert; mais cela exigerait une beaucoup plus grande vitesse que celle dont nous parlons maintenant. Dans le cas supposé, le *poids* de l'eau la retiendrait encore *sur* la terre; et la tendance à s'éloigner de l'axe ne pourrait, par conséquent, avoir lieu que pour l'eau qui quitterait les pôles, et s'écoulerait vers l'équateur, où elle s'accumulerait sous la forme d'une montagne, précisément comme celle de notre seau s'accumule contre ses bords, et y serait retenue, en opposition avec son poids, ou avec sa tendance naturelle vers le centre, par la pression ainsi causée. Cela, cependant, ne pourrait avoir lieu qu'en laissant à sec les parties polaires de terre, sous la forme de continens qui auraient une immense saillie; et voici, en conséquence, en quoi diffèrent nos deux cas supposés : dans le premier, il se formerait un grand continent équatorial et des mers polaires; dans le dernier cas, apparaîtrait aux pôles une masse de montagnes, et une zône de l'océan s'établirait autour de l'équateur. Ce serait là l'effet immédiat. Voyons maintenant ce qui arriverait dans la suite, dans les deux cas, en supposant que les choses suivissent leur cours naturel.

182. La mer se heurte incessamment contre le sol; elle le mine, en disperse les parcelles et les fragmens usés qui se précipitent et vont couvrir son lit, dans l'état de vase et de cailloux. Des faits géologiques fournissent d'abondantes preuves que les continens qui existent ont tous subi cette épreuve, même plus d'une fois, et ont été en simples fragmens, ou même en poussière, submergés et reconstruits. Le sol, envisagé sous ce point de vue, perd son attribut de fixité. Comme masse, il pourrait se tenir compact pour résister à des forces auxquelles l'eau obéit librement; mais dans son état de dégradation successive ou simultanée, lorsqu'il est disséminé dans l'eau, réduit à du sable ou à de la vase, il est sujet à toutes les impressions de ce fluide. Ainsi, par le laps du temps, les portions montagneuses de la terre seraient détruites dans l'un et l'autre cas, et iraient couvrir le fond de l'Océan, en s'accumulant dans les parties inférieures, et tendant continuellement à reconstruire la surface du noyau solide, selon les lois de *la forme de l'équilibre* dans les deux cas. Ainsi, après un laps de temps convenable, dans la circonstance d'une terre en repos, le continent équatorial, construit par cette marche de la nature, serait de nouveau nivelé et transporté aux excavations polaires, et la figure sphérique serait à la fin par là rétablie. Dans le cas d'une terre en rotation, les renflemens polaires seraient abattus peu à peu pour se porter sur l'équateur où serait alors la mer la plus profonde, jusqu'à ce que la terre prît par degrés la forme que nous lui trouvons aujourd'hui, celle d'un *ellipsoïde*.

183. Nous sommes loin de vouloir tracer ici la marche *par laquelle* la terre a réellement pris sa forme actuelle. Tout ce que nous nous proposons, c'est de faire voir que telle est la forme à laquelle sous la condition de rotation sur son axe, elle doit *tendre*, et qu'elle obtiendrait encore lors même que, dans son origine, et (s'il faut le dire) contre toutes les règles du bon sens, elle aurait été constituée d'une autre manière.

184. Mais, de plus, les dimensions de la terre et le temps de sa rotation étant connus, il est aisé de calculer par-là l'exacte quantité de la force centrifuge qui, à l'équateur, est portée à 1/289 de la force ou du poids par lequel tous les corps, tant solides que liquides, tendent à tomber vers la terre. La mer, à l'équateur, est donc *allégée* d'une quantité égale à cette fraction, et se trouve par-là capable de se soutenir à un niveau plus élevé ou plus éloigné du centre qu'aux pôles où cette force perturbatrice n'existe pas, et où, par conséquent, l'on peut considérer l'eau comme ayant une *plus grande pesanteur spécifique*. Prenant ce principe pour guide, et le combinant avec les lois de la gravité (telles que les a développées Newton, et dont nous traiterons plus amplement ci-après), les mathématiciens ont été mis en état de rechercher, *a priori*, quelle serait la figure de l'équilibre d'un tel corps, constitué intérieurement comme nous avons lieu de croire que l'est la terre; couvert en tout ou en partie d'un fluide, et opérant sa rotation uniforme dans 24 heures : or, le résultat de cette recherche se trouve être en parfait accord avec ce que l'expérience nous apprend exister en effet. Aussi voyons-nous, d'après leurs travaux, que la forme de l'équilibre n'est autre chose qu'un ellipsoïde, d'un degré d'ellipticité, à fort peu de chose près, identique avec ce qui est observé, et qui le serait sans nul doute d'une manière absolue, si nous connaissions la constitution et les matériaux intérieurs de la terre.

185. La confirmation, qui vient de s'offrir incidemment, de l'hypothèse de la rotation de la terre sur son axe, ne peut manquer de frapper le lecteur. La déviation de sa figure de celle d'une sphère n'entra point dans les premiers motifs qui firent adopter cette supposition, et on ne se prêta à cette dernière qu'à cause de l'explication aisée qu'elle présente du mouvement diurne apparent des cieux. Cependant nous voyons que, une fois admise, elle entraîne avec

elle, comme conséquence nécessaire, cet autre phénomène remarquable que l'on ne pourrait expliquer d'aucune autre manière satisfaisante. En effet, tel est le rapport qui les lie, que l'ellipticité de la figure de la terre fut découverte et démontrée par Newton, comme étant une suite de sa rotation, et qu'il en calcula le véritable degré long-temps avant qu'aucune mesure eût pu mettre sur la voie de l'évaluer. A mesure que nous avancerons dans notre sujet, nous trouverons ce même principe, cependant bien simple, porter sa fécondité dans une longue série de conséquences singulières et importantes, dont quelques-unes assez visibles, d'autres qui, d'abord, semblent y être entièrement étrangères, et qui, jusqu'au moment où Newton les fit remonter à leur origine, avaient été rangées parmi les questions les plus mystérieuses de l'astronomie, et ses plus grands phénomènes.

186. Parmi ses conséquences qui nous frappent le plus, nous pouvons en citer une ici qui entre assez naturellement dans le sujet que nous traitons. Si la terre tourne réellement sur son axe, cette rotation doit créer une force centrifuge (voyez art. 184), dont l'effet est nécessairement de contrebalancer une certaine portion du *poids* de tout corps situé à l'équateur, mis en rapport avec son poids aux pôles, ou à des latitudes intermédiaires. Or ceci est pleinement confirmé par l'expérience. On observe, en effet, qu'il existe une différence dans la *gravité* d'un seul et même corps, lorsqu'il est transporté successivement à des stations de différentes latitudes. Des expériences faites avec le plus grand soin, et dans toutes les parties accessibles du globe, ont démontré complètement le fait d'un accroissement régulier et progressif dans les poids des corps correspondant à l'accroissement de latitude, et en ont fixé le degré et la loi de progression. Il en résulte que le maximum de cette variation de gravité, ou la différence entre les poids équatorial et polaire d'une seule et même masse de matière, est 1/194 de tout son poids, la raison d'accroissement de l'équateur au pôle étant *comme les carrés des sinus des latitudes.*

187. Le lecteur demandera naturellement ici ce que *l'on entend* en disant du même corps qu'il a différens poids selon la différence des stations, et comment un tel fait, s'il est véritable, peut être constaté. Quand nous pesons un corps à une balance, nous ne faisons que compenser son poids par le poids égal d'un autre corps, les circonstances restant absolument les mêmes; et si, soit le corps pesé, soit son contre-poids, sont transportés à une autre station, leur gravité, si elle est changée, quelque légèrement que ce puisse être, le sera également, en sorte qu'ils continueront à se contrebalancer l'un l'autre. Une différence dans l'intensité de gravité ne pourrait donc jamais se découvrir par ces moyens; et ce n'est pas non plus dans ce sens que nous affirmons qu'un corps, qui pèse 194 livres à l'équateur, en pesera 195 aux pôles. S'il est contrebalancé dans l'un des bassins à la première station, un poids ajouté à l'un ou l'autre bassin, à la dernière station, ne pourrait manquer de faire pencher le fléau.

188. Le sens de cette proposition peut s'expliquer ainsi : concevons un poids x (fig. 31) suspendu à l'équateur par un cordon sans pesanteur, passant dans une poulie, A, et conduit de proche en proche (en supposant cela possible) sur d'autres poulies, comme B, autour de la convexité de la terre, jusqu'à ce que l'autre extrémité fût suspendue au pôle, et y tînt en suspension le poids y. Concevons ensuite que les poids x et y fussent tels, à l'une ou l'autre station, équatoriale ou polaire, qu'ils fissent exactement contrepoids dans les deux bassins d'une balance, ou qu'étant suspendus l'un à côté de l'autre sur une seule poulie, ils vinssent à cesser de se contrebalancer l'un l'autre dans cette situation supposée, et que le poids polaire y l'emportât : il faudrait alors, pour rétablir l'équilibre, que le poids x fût augmenté d'1/194 de sa quantité.

189. Les moyens par lesquels on peut démontrer l'existence de cette variation

de gravité, et en mesurer le montant, sont de deux espèces (comme toutes les estimations des forces mécaniques), *statique et dynamique*. Le premier consiste à mettre la gravité d'un poids en équilibre, non avec celle d'un autre poids, mais avec une force naturelle d'un genre différent que ne peut affecter une situation locale. Cette force c'est la puissance élastique d'un ressort. Soit ABC (fig. 32) un fort appui de cuivre coulé en une seule pièce avec son pied AED, pied dans lequel on a fait entrer une plaque d'agate, D, à laquelle on peut donner une horizontalité parfaite au moyen d'un niveau. Attachons en C un ressort G en spirale, qui porte à son extrémité inférieure un poids F, poli et convexe en dessous. La longueur et la force du ressort doivent être calculées de manière à ce qu'ils soutiennent le poids F, tout justement ce qu'il faut pour empêcher le contact de celui-ci avec la plaque d'agate à la plus haute latitude à laquelle on se propose de faire usage de l'instrument. Alors, si l'on ajoute de petits poids avec beaucoup de précaution, on peut le faire descendre jusqu'à ce qu'il *ne fasse qu'effleurer* l'agate, contact que l'on peut opérer avec toute la délicatesse imaginable. On notera ces petits poids; l'on détachera le poids F; on enlèvera avec soin le ressort G de son crochet, on le mettra, pour voyager, à l'abri de la rouille, des violences qui pourraient le faire allonger, ou autres inconvéniens, et l'on transportera tout l'appareil à une station de moindre latitude. On trouvera alors, en le remontant, que, quoique chargé des mêmes poids additionnels qu'auparavant, le poids F n'aura plus assez de force pour allonger le ressort jusqu'à lui faire produire un pareil contact. Il faudra ajouter un plus grand nombre de poids; et il est évident que cette quantité additionnelle nécessaire sera la mesure de la différence de gravité entre les deux stations, qui se fait sentir sur toute la quantité de la matière, en suspension, c'est-à-dire sur la somme du poids de F et de *la moitié* de celui du ressort lui-même. En accordant qu'un ressort en spirale puisse être construit d'une force et de dimensions telles qu'un poids de 10000 grains, y compris le sien propre, produise un prolongement de 10 pouces sans qu'il y ait permanence de tension, un grain de plus ajouté produira une augmentation de longueur d'1/1000 de pouce, quantité sur laquelle on ne peut se méprendre dans le contact en question. Ainsi nous serions en possession des moyens de mesurer la force de gravité à une station quelconque jusqu'à la précision d'1/10000 de toute la quantité.

190. L'autre procédé, ou le procédé dynamique, par lequel on peut déterminer la force qui pousse contre la terre tout poids donné, consiste à assigner la vitesse qu'elle communique à ce poids lorsqu'on le laisse tomber librement dans un temps fixé, comme une seconde. Cette vitesse ne peut, à la vérité, se mesurer d'une manière directe; mais les principes de la mécanique fournissent un moyen indirect aussi facile que certain de la déduire, et, par suite, l'intensité de la gravité, en observant les oscillations d'un pendule. Il est prouvé en mécanique (voyez l'*Encycl. de cabinet*, Mécanique, art. 216) que, si l'on fait osciller un seul et même pendule à des stations différentes, ou sous l'influence de forces diverses, et que l'on compte le nombre des oscillations faites dans le même temps dans chaque cas, les intensités des forces seront entr'elles inversément comme les carrés des oscillations, et ainsi leur proportion est connue. L'on trouve, par exemple, que sous l'équateur un pendule d'une certaine forme et longueur, fait 86400 vibrations dans un jour solaire moyen; et que, lorsqu'il est transporté à Londres, le même pendule fait 86535 vibrations dans le même temps. Nous concluons de là que l'intensité de la force qui, à l'équateur, attire le pendule vers la terre, est à celle de Londres comme 86400 est à 86535, ou comme 1 est à 100315; ou, en d'autres termes, qu'une masse de matière à l'équateur pesant 10000 livres exerce la même pression sur la terre, fait le même effort pour écraser un corps sous elle, que le feraient à Londres 10031 1/2 de *ces mêmes livres* qui y seraient transportées.

191. Des expériences de ce genre ont été faites, comme il a été dit ci-dessus, avec le plus grand soin et les précautions les plus minutieuses, à toutes les latitudes accessibles; et leur résultat général et final a été de donner 1/194 de différence de gravité entre celle de l'équateur et celle des pôles. Maintenant, le lecteur ne manquera pas de se faire une arme contre l'explication que nous venons de donner du fait de la rotation de la terre, de ce que cette différence n'est pas identique avec la fraction 1/289 qui exprime la force centrifuge à l'équateur. La différence dont la première fraction surpasse la dernière, est de 1/590, quantité petite en elle-même, mais encore trop grande, comparée avec les autres en question, pour n'être pas expliquée d'une manière expresse.

192. Si nous remontons à la source de cette différence, nous trouverons un exemple curieux et instructif de l'action indirecte qu'exercent souvent des causes mécaniques, et dont l'astronomie nous fournit des exemples innombrables. La rotation de la terre donne lieu à la force centrifuge; celle-ci produit l'ellipticité dans la forme de la terre elle-même; et cette même ellipticité modifie son pouvoir d'attraction sur les corps placés à sa surface, et fait naître ici la différence en question. Nous voyons donc la même cause exercer à-la-fois une influence directe et indirecte. Le degré de la première se calcule aisément; celui de la dernière, avec beaucoup plus de difficulté, au moyen d'une application profonde et compliquée de la géométrie, dont nous ne pouvons prétendre tracer la marche dans un ouvrage comme celui-ci, nous bornant à en constater la nature et les résultats.

193. Le poids d'un corps (considéré comme n'ayant pas subi de diminution par la force centrifuge) est l'effet de l'attraction que la terre exerce sur lui. Cette attraction, comme Newton l'a démontré, consiste, non dans la tendance de toute matière vers un centre particulier quelconque, mais dans la disposition de toutes les molécules de la matière de l'univers à tendre l'une vers l'autre; et, si elles n'éprouvent pas de résistance, à s'approcher. Ainsi, l'attraction de la terre sur un corps placé sur sa surface, n'est pas une force simple, mais complexe, résultant des attractions séparées de toutes ses parties : or, il est évident que si la terre était une sphère parfaite, l'attraction qu'elle exerce sur un corps situé à un point quelconque de sa surface devrait être parfaitement égale, par la simple raison de l'exacte symmétrie de la sphère dans tous les sens. Il n'est pas moins évident que la terre étant elliptique, et cette symmétrie ou identité de toutes ses parties n'existant pas, on ne saurait en attendre le même résultat. Un corps placé à l'équateur et un semblable au pôle d'un ellipsoïde aplati, se trouvent dans un rapport géométrique différent à l'égard de la masse comme un tout. Cette différence, sans entrer dans de plus grands détails, peut, on doit bien le penser, en entraîner une dans ses forces d'attraction sur les deux corps. Le calcul confirme cette idée. C'est une question du domaine exclusif des mathématiques, et elle a été traitée avec autant de clarté que de précision par Newton, Maclaurin, Clairaut, et beaucoup d'autres éminens géomètres. L'objet de leurs recherches est de faire voir que, par la raison seule de la forme elliptique de la terre, et indépendamment de la force centrifuge, son attraction doit accroître le poids d'un corps en allant de l'équateur aux pôles d'à-peu-près 1/590, ce qui, conjointement avec 1/289 dû à la force centrifuge, fait la quantité totale de 1/194 observée.

194. Un autre grand phénomène géographique, qui doit son existence à la rotation de la terre, est celui des *vents alisés*. Ces courans impétueux dans notre atmosphère, qui ont tant d'influence sur une partie de la navigation, viennent, 1°. de l'exposition inégale de la surface de la terre aux rayons du soleil, qui la réchauffent inégalement à différentes latitudes; et 2°. de la loi générale dans la constitution de tous les fluides, en vertu de laquelle ils occupent un plus grand

volume, et deviennent spécifiquement plus légers quand ils sont chauds que lorsqu'ils sont froids. Ces causes, combinées avec la rotation de la terre d'occident en orient, nous fournissent une explication aisée et satisfaisante des magnifiques phénomènes en question.

195. Un fait que l'observation constate, et dont nous donnerons l'explication plus loin, c'est que le soleil est constamment au zénith d'une des parties de la terre situées entre deux parallèles de latitude, appelés les tropiques, respectivement à 23° 1/2 au nord, et autant au sud de l'équateur; et que la totalité de cette zône de la surface de la terre renfermée entre les deux tropiques, et partagée en deux parties égales par l'équateur, est, en conséquence de la grande hauteur atteinte par le soleil dans sa course diurne, maintenue à une beaucoup plus haute température que ces régions au nord et au sud qui sont plus près des pôles. Or, la chaleur ainsi acquise par la surface de la terre se communique à l'air ambiant, qui par là se dilate, et devient spécifiquement plus léger que l'air qui pèse sur le reste du globe. Cet air, conformément aux lois générales de l'hydrostatique, est donc déplacé et soulevé de la surface, et sa place occupée par un air plus froid, et par conséquent plus pesant, qui se glisse, des deux côtés, de proche en proche, des régions extra-tropicales; tandis que l'air déplacé, élevé ainsi au-dessus de son niveau naturel, et privé du soutien d'une pression latérale, s'envole pour ainsi dire, et forme un courant supérieur dans la direction contraire, ou vers les pôles. Ce courant étant refroidi dans sa marche, et même pompé par la terre dans les régions en dehors des tropiques, conserve ainsi une circulation continuelle.

196. Puisque la terre tourne autour d'un axe qui passe par les pôles, la portion équatoriale de sa surface a la plus grande vitesse de rotation, et toutes les autres parties en ont moins, selon la proportion des rayons des cercles de latitude auxquels ils correspondent. Mais comme l'air, lorsqu'il est relativement et en apparence en repos sur quelque partie de la surface de la terre, ne l'est que parce qu'en réalité il participe du mouvement de rotation propre à cette partie, il s'ensuit que lorsqu'une masse d'air près des pôles est transportée à la région qui avoisine l'équateur par quelque agent qui la pousse directement vers ce cercle, elle doit, à chaque point de son progrès vers sa nouvelle situation, diminuer de vitesse de rotation, et être, par conséquent, incapable de lutter de vitesse avec la nouvelle surface sur laquelle elle est transportée: aussi les courans d'air qui se dirigent vers l'équateur en partant du nord ou du midi doivent-ils, à mesure qu'ils se glissent le long de la surface, être poussés en sens contraire à la rotation de la terre, c'est-à-dire d'orient en occident. Ces courans, qui, sans la rotation, ne seraient que des vents nord et sud, acquièrent donc par là une direction *relative* qui les porte vers l'ouest, et prennent le caractère de vents permanens de nord-est et sud-est.

197. Si une masse considérable d'air devait être transportée *tout-à-coup* des régions extra-tropicales à l'équateur, la différence des vitesses rotatoires propres aux deux situations serait assez grande pour produire, non seulement un vent, mais une tempête de la violence la plus destructive. Mais ce n'est point là le cas: le progrès de l'air venant du nord et du sud est graduel, et pendant tout ce temps, la terre ne cesse d'agir sur lui et d'en accélérer la vitesse de rotation par le frottement de sa surface. Supposant que sa marche vers l'équateur vînt à cesser à un point quelconque, cette cause frapperait presque aussitôt d'inertie son mouvement de rotation, et alors il tournerait tranquillement avec la terre, et se trouverait dans un repos relatif. Nous n'avons qu'à nous rappeler la *ténuité* relative de l'enveloppe que forme l'atmosphère autour du globe (art. 34), et l'immense masse de ce dernier, mise en parallèle avec la première (qu'elle surpasse d'au moins cent millions de fois), pour apprécier d'une manière complète

l'*empire* absolu qu'exerce une étendue considérable quelconque de la terre sur l'atmosphère qui y pèse immédiatement, sous le rapport du mouvement.

198. Il suit donc de là qu'à mesure que les vents approchent de part et d'autre de l'équateur, leur tendance vers l'orient doit diminuer. Les grandeurs des cercles diurnes augmentent très lentement dans le voisinage immédiat de ce cercle, et à la distance de plusieurs degrés de l'un et de l'autre côté, à peine y a-t-il une différence. Ainsi, le frottement de la surface a plus de temps pour accélérer la vitesse de l'air, l'amener à l'état de repos relatif, et diminuer par-là la force relative des courans d'orient en occident, qui, d'autre part, est affaiblie, et, à la fin, ne reçoit plus aucune influence de la cause qui l'avait originairement produite. Arrivés, par conséquent, à l'équateur, les vents alisés perdront nécessairement leur caractère oriental. Cependant, non seulement ceux-ci, mais encore les courans septentrionaux et méridionaux, qui se rencontrent et se heurtent en cet endroit, se détruiront réciproquement, la supériorité de l'un sur l'autre ne pouvant résulter que de causes locales agissant dans les deux hémisphères; causes qui, dans quelques régions autour de l'équateur, opèrent en sens divers.

199. Il doit donc en résulter la production de deux grandes zônes tropicales, au nord desquelles règne constamment un vent nord-est, et au sud un vent sud-est, tandis que les vents de la zône équatoriale, qui sépare les deux premières, doivent être comparativement calmes. Toutes ces circonstances s'accordent avec les faits observés; et le système des courans aériens ci-dessus décrits constitue en réalité ce que l'on entend par les *vents réguliers alisés.*

200. Le frottement continuel ainsi produit entre la terre et l'atmosphère dans les régions équatoriales doit, dira-t-on, diminuer par degrés, et à la fin détruire la rotation de toute la masse. Les lois de la dynamique, toutefois, rendent une pareille conséquence généralement impossible; et il est aisé de voir, dans le cas actuel, où et comment la compensation a lieu. L'air équatorial échauffé, quand il s'élève et se répand vers les pôles, emporte avec lui la vitesse rotatoire, due à sa situation équatoriale, à une latitude plus élevée, où la surface de la terre a moins de mouvement. Ainsi, à mesure qu'il s'avancera vers le nord ou vers le sud, il s'appesantira de plus en plus sur la surface de la terre dans son mouvement diurne, et prendra constamment une direction relative *occidentale;* et lorsqu'à la fin il sera retourné sur la surface, il agira sur elle par son frottement comme un puissant vent sud-ouest dans l'hémisphère septentrional, comme un puissant vent nord-ouest dans le méridional, et lui rendra l'impulsion dont il a été privé à l'équateur. Nous avons ici l'origine des vents frais sud-ouest et ouest qui se font tant sentir dans nos latitudes, et de presque tous les vents d'ouest de l'Atlantique septentrional, qui ne sont, dans le fait, qu'une partie du système général de la réaction des vents alisés, et de l'opération par laquelle l'équilibre du mouvement de la terre est maintenu par leur puissance.

201. Pour construire une carte ou modèle de la terre, et acquérir la connaissance de la distribution de la mer et du sol sur sa surface, des configurations de ses continens et de ses îles, du cours de ses rivières, des chaînes de montagnes, et de leurs situations relatives, il est nécessaire de posséder les moyens de déterminer avec exactitude toutes les stations de sa surface. Ces diverses conditions exigent que l'on connaisse deux élémens, la *latitude* et la *longitude*, la première assignant la distance entre chacun des pôles et l'équateur, à partir de celui-ci; la seconde indiquant sur l'équateur l'arc compris entre les deux méridiens des lieux dont on veut savoir l'éloignement l'un de l'autre. A cela il faudrait, rigoureusement parlant, ajouter la hauteur des lieux au-dessus du niveau de la

mer; mais il vaut mieux passer sur cette considération pour ne pas compliquer le sujet.

202. La latitude d'une station sur la sphère serait simplement la grandeur d'un arc du méridien, intercepté entre la station et l'équateur. (*Voy*. art. 86). Mais comme la terre est elliptique, ce mode de concevoir les latitudes devient inapplicable, et nous sommes forcés de recourir, pour notre définition de la latitude, à une généralisation de cette propriété (art. 95) qui fournit les moyens les plus faciles de la déterminer par l'observation, et qui a l'avantage d'être indépendante de la figure de la terre, qui, après tout, n'est pas *exactement* un ellipsoïde, ou tout autre volume géométrique connu. La latitude d'une station est alors la hauteur du pôle élevé, et, en conséquence, est astronomiquement déterminée par les méthodes déjà exposées, pour assigner cet élément important. Il faut donc se souvenir que, pour faire une carte parfaitement correcte de toute la surface de la terre, ou d'une partie quelconque, des différences égales de latitude ne sont pas représentées par des intervalles de surface exactement égaux.

203. Il est donc aisé d'assigner la latitude d'une station. Il n'en est pas de même de sa longitude, dont la détermination exacte offre de sérieuses difficultés. En voici la raison : comme il n'y a pas de méridiens marqués sur la terre, pas plus que des parallèles de latitude, nous sommes obligés, dans ce cas comme dans celui de la latitude, d'avoir recours à des marques extérieures à la terre, c'est-à-dire aux corps célestes; mais avec cette différence dans les deux cas : pour des observateurs situés à des stations du même *méridien* (c'est-à-dire à des latitudes différentes), les cieux présentent des aspects divers à *chaque* instant. Les portions du ciel visibles dans une complète rotation diurne, ne sont pas les mêmes, et les étoiles qui sont communes aux deux stations, décrivent des cercles différemment inclinés à leurs horizons, et différemment partagés par ceux-ci; elles atteignent aussi des hauteurs différentes. D'autre part, pour des observateurs situés sur le même *parallèle* (c'est-à-dire qui ne diffèrent qu'en longitude) les cieux présentent les mêmes aspects. Leurs portions visibles sont les mêmes; et les mêmes étoiles décrivent des cercles également inclinés, et partagés de la même manière par leurs horizons; elles atteignent aussi les mêmes hauteurs. Dans le second cas il n'y a rien dans le ciel, comme dans le premier, lorsqu'on l'observe pendant toute une rotation diurne, qui indique une différence de localité pour l'observateur.

204. Mais il n'y a pas deux points de la surface de la terre où l'on puisse avoir *au même instant* le même hémisphère céleste visible. Supposons, pour fixer nos idées, qu'un observateur stationne à un point donné de l'équateur, et qu'au moment où il a remarqué quelque étoile brillante à son zénith, et par conséquent à son méridien, il soit transporté soudainement, dans un clin d'œil, à la distance d'un quart de circonférence dans la direction *occidentale*, il est évident qu'il n'aura plus la même étoile sur sa tête; elle lui paraîtra alors ne faire que se lever, et il lui faudra attendre 6 heures pour qu'elle revienne à son zénith, c'est-à-dire pour que la rotation de la terre *le ramène* à la ligne joignant l'étoile et le centre de la terre d'où il est parti.

205. La différence des cas peut donc ainsi être établie de manière à fournir la clé de la solution astronomique du problème des longitudes. Dans la circonstance des stations qui ne diffèrent qu'en latitude, la même étoile passe au méridien en même *temps*, mais à des *hauteurs* différentes; dans celle des stations qui ne diffèrent qu'en longitude, la même étoile passe au méridien à la même *hauteur*, mais à des *temps* différens. Supposant donc qu'un observateur possède les moyens de constater avec certitude le temps du passage au méridien d'une étoile connue, il connaît la longitude où il se trouve; ou s'il connaît la différence

entre les temps de son passage à son méridien et à celui d'une autre station, il connaît la différence de leurs longitudes. Par exemple, si la même étoile passe au méridien d'un lieu A à un certain moment, et à celui de B au bout d'une heure sidérale exactement, ou la 24e partie de la révolution diurne de la terre, la différence de longitude entre A et B est d'une heure de temps, ou 15°, et B est d'autant à l'ouest de A.

206. Afin de dégager de toute obscurité le principe sur lequel est fondé le problème de la recherche des longitudes par les observations astronomiques, il faut que le lecteur apprenne à distinguer entre le *temps*, dans le sens abstrait, comme commun à tout l'univers, et compté par conséquent d'une époque indépendante des situations locales, et le *temps local*, qui compte, dans chaque lieu particulier, d'une époque, ou d'un instant initial, déterminé par des convenances locales. S'il s'agit du temps compté dans le premier système, ou dans le sens abstrait, nous en avons un exemple dans ce que nous avons déjà appelé *temps équinoxial*, qui date d'une époque déterminée par le mouvement du soleil parmi les étoiles. Pour ce qui est de la dernière supputation, ou *locale*, nous la voyons en usage dans toutes les montres sidérales des observatoires, et dans toutes les horloges des villes, pour les besoins ordinaires. Tous les astronomes règlent, ou cherchent à régler, leurs montres sidérales de manière à ce qu'elles indiquent 0 h. 0′ 0″, lorsqu'un certain point dans les cieux, appelé *l'équinoxe*, est au méridien de leur station. C'est là *l'époque* de leur temps sidéral; ce qui est par conséquent une supputation tout-à-fait *locale*. Elle ne nous instruit qu'un événement est arrivé à telle ou telle heure en temps sidéral, qu'autant que nous particularisons la station à laquelle appartient le temps sidéral dont il s'agit. Il en est exactement de même du temps moyen ou ordinaire. Celui-ci est aussi une supputation locale, qui a pour époque *midi moyen*, ou la moyenne de tous les instans de l'année où le soleil est au méridien *du lieu particulier auquel il appartient;* et, par conséquent, de la même manière, quand nous datons un événement par le temps moyen, il est nécessaire de nommer le lieu, ou de particulariser le temps moyen que nous entendons. D'un autre côté, une date en temps équinoxial est absolue, et ne demande pas une telle mention explicative.

207. L'astronome règle son horloge sidérale en observant les passages méridiens des étoiles les plus apparentes et les mieux connues. Chacune d'elles occupe dans les cieux un certain lieu déterminé et connu relativement à ce point imaginaire, appelé *l'équinoxe;* et en marquant à son horloge les instans de leur passage l'une après l'autre, il sait quand passe l'équinoxe. En ce moment son horloge doit marquer 0 h. 0′ 0″; dans le cas contraire, il en connaît l'écart et peut le corriger; et par l'accord ou le désaccord des erreurs assignées par chaque étoile, il peut s'assurer si son horloge est réglée correctement pour accuser 24 heures dans une révolution diurne; et s'il en est autrement, il peut en déterminer la marche. Ainsi, lors même que son horloge ne pourrait être réglée comme il faut, il n'en serait pas moins en état, en prenant en considération ses *écarts* et sa marche, d'en corriger les indications, et d'assigner les temps sidéraux exacts qui leur correspondent, et qui sont propres à sa localité. Cette opération indispensable s'appelle établir *son temps local*. Pour la simplicité, toutefois, de l'explication, nous supposerons que l'horloge est un instrument parfait; ou, ce qui revient au même, que ses écarts et sa marche ont été pris en considération chaque fois qu'on l'a consultée, et compris dans ses indications.

208. Supposons maintenant deux observateurs à des stations éloignées A et B, et que chacun indépendamment de l'autre, règle sa montre au vrai temps sidéral de sa station. Il est évident que si l'on pouvait prendre une de ces montres sans déranger sa marche, et la placer à côté de l'autre, on les trouverait, en les comparant, être en désaccord entre elles de la différence exacte de leurs époques

locales, c'est-à-dire du temps que prendrait l'équinoxe, ou une étoile quelconque, à passer du méridien de A à celui de B; en d'autres termes, leur différence serait celle de leurs longitudes, exprimée en heures sidérales, minutes et secondes.

209. Une horloge à pendule ne peut être ainsi transportée d'un lieu à un autre sans dérangement, mais un chronomètre le peut. Supposons, en conséquence, que l'observateur en B se serve d'un chronomètre au lieu d'une pendule; il peut, par le transport à bras de l'instrument à l'autre station, arriver à une comparaison directe des temps sidéraux, et obtenir ainsi la longitude où il se trouve de A; et même en employant une pendule, s'il la compare d'abord avec un bon chronomètre, et qu'ensuite il transporte ce dernier instrument pour le comparer à l'autre horloge, le but sera rempli, pourvu que l'on puisse compter sur la marche du chronomètre.

210. Si les chronomètres étaient parfaits, on ne pourrait rien désirer de plus exact et de plus convenable que ce mode de constater les différences de longitude. Un observateur, muni d'un pareil instrument, et d'une méridienne portative, ou de quelque moyen analogue de déterminer le temps local d'une station donnée, pourrait, en se rendant d'un lieu à un autre, et observant à chacun d'eux les passages méridiens des étoiles (en ayant soin de ne pas altérer son chronomètre), assigner leurs différences de longitude avec toute la précision requise. Dans ce cas, le même régulateur étant employé à chaque station, si, à l'une d'elles, A, il marque le véritable temps sidéral, à toute autre, B, il s'écartera du temps sidéral tout juste de la quantité à laquelle se monte la différence des longitudes de A et de B; en d'autres termes, la longitude de B à partir de A, sera l'écart du régulateur sur le temps local de B. S'il marche vers l'occident, alors son chronomètre paraîtra gagner continuellement, quoique en réalité sa marche soit correcte. Supposons, par exemple, qu'il soit parti de A lorsque l'équinoxe était au méridien, ou son chronomètre à 0 h., et que dans vingt-quatre heures (temps sidéral) il se soit avancé de 15° à l'occident jusqu'à B. Au moment de son arrivée, son chronomètre marquera de nouveau 0 h.; mais l'équinoxe sera, non à son nouveau méridien, mais à celui de A, et il faut qu'il attende une heure de plus pour le voir arriver à celui de B. Lorsqu'il y sera arrivé, sa montre ne marquera pas 0 h. mais 1 h., et elle avancera par conséquent d'une heure sur le temps local de B. S'il voyage vers l'orient, le contraire aura lieu.

211. Maintenant, qu'un observateur parte d'une station quelconque, et qu'il s'avance constamment vers l'occident pour faire le tour du globe, et retourner au point d'où il est parti, il en résultera une singulière circonstance : il aura perdu un jour dans sa supputation du temps. Il marquera le jour de son arrivée dans son journal, lundi, par exemple, lorsque réellement ce sera mardi. La raison en est évidente. Les jours et les nuits nous viennent de la présence alternative du soleil et des étoiles, à mesure que la rotation de la terre fait faire au spectateur un mouvement circulaire pour les présenter tour-à-tour à sa vue. Autant il fait de révolutions autour du centre, autant il voit passer de jours et de nuits. Mais s'il fait une fois le tour du globe dans la direction du mouvement de celui-ci, il aura, à son arrivée, fait réellement un tour de plus autour de son centre que s'il était resté stationnaire à un point de sa surface; tandis que s'il se dirige dans le sens contraire, c'est-à-dire d'orient en occident, il aura fait un tour de *moins*. Dans le premier cas il aura donc vu une fois de plus la succession du jour et de la nuit, dans le second une fois de moins, que s'il avait abandonné à la rotation seule de la terre le soin de le faire tourner. Comme la terre tourne d'occident en orient, il s'ensuit que la direction occidentale de son voyage, par laquelle il prend le contre-pied de sa rotation, lui fera perdre un jour, et que la direction orientale, par laquelle il confond son mouvement

avec le sien, lui en fera gagner un. Dans le premier cas, tous ses jours seront plus longs, dans le second, plus courts que ceux d'un observateur stationnaire. C'est ce qui est en effet arrivé à des navigateurs autour du monde. D'après cela, il doit nécessairement arriver aussi que des établissemens éloignés *sur le même méridien*, diffèrent d'un jour dans leur supputation ordinaire du temps, selon qu'ils ont été colonisés par des individus qui venaient dans une direction orientale ou occidentale, circonstance qui peut produire une étrange confusion lorsqu'ils doivent communiquer entr'eux. Le seul moyen de remédier à l'ambiguité, et de concilier les contestations auxquelles une pareille différence peut donner lieu, consiste à avoir recours à la date équinoxiale, qui ne peut jamais admettre d'équivoque.

212. Malheureusement pour la géographie et la navigation, le chronomètre, malgré les notables et merveilleux perfectionnemens qu'il doit à l'habileté des artistes modernes, est encore un instrument beaucoup trop imparfait pour mériter une confiance illimitée. Quelque uniformité de marche qu'un pareil instrument puisse conserver pendant quelques heures, ou même des jours entiers, néanmoins, pendant de longues absences de chez soi, les chances d'erreur peuvent tellement se multiplier qu'elles détruisent tous les sujets de confiance que l'on pourrait fonder sur les meilleurs. On peut, à la vérité, y remédier jusqu'à un certain point, en se munissant de plusieurs de ces instrumens pour les faire servir à compenser leurs écarts réciproques; mais, sans compter les frais et les dérangemens qu'ils occasionneraient, ce ne serait là qu'un faible palliatif du mal. Il devient donc nécessaire d'avoir recours à d'autres moyens de communiquer d'une station à une autre le temps local, ou de propager de quelque station principale, comme centre, son temps local comme type universel auquel on puisse comparer de suite le temps local de tout autre point, et rapporter ainsi les longitudes de tous les lieux au méridien de ce point central.

213. La méthode la plus simple et la plus exacte par laquelle on puisse arriver à ce but, lorsque les circonstances en permettent l'adoption, est celle des signaux télégraphiques. Soient A et B deux observatoires, ou autres stations, pourvus de moyens exacts de déterminer *leurs temps locaux respectifs*, et supposons d'abord qu'ils sont visibles l'un de l'autre. Leurs horloges étant réglées, et leurs écarts et leurs lois de mouvement constatés, on fera en A un signal d'une nature soudaine et distincte, comme la flamme de la poudre à canon, l'explosion d'une fusée, l'extinction subite d'une lumière brillante, ou tout autre signal sur lequel on ne puisse se méprendre, et qui soit visible à de grandes distances. Le moment où l'on donne le signal doit être noté par *chaque* observateur à son horloge ou à sa montre, comme pour le passage au méridien d'une étoile, ou de tout autre phénomène astronomique; et faisant application de l'écart et de la loi du mouvement de l'horloge à chaque station, le temps local du signal est déterminé de part et d'autre. Ainsi, lorsque les observateurs se communiquent les observations qu'ils ont faites du signal, puisque (vu la transmission presque instantanée de la lumière) il a dû être vu au même instant *absolu* par l'un et l'autre, la différence de leurs temps locaux, et par conséquent de leurs longitudes, est connue. Par exemple, au point A, on remarque que le signal a lieu à 5 h. 0 m. 0 s. temps sidéral de A, comme on le trouve en appliquant l'écart et la loi du mouvement au temps indiqué par l'horloge en A, lorsque le signal y a été vu. Au point B, le même signal a été vu à 5 h. 4′ m. 0 s., temps sidéral de B, déduit de la même manière d'après le temps noté par l'horloge de B, en tenant compte de son écart et de la loi de son mouvement. La différence de leurs époques locales est donc de 4 m.; c'est aussi celle de leurs longitudes en temps, ou un angle horaire d'un degré.

214. On peut donner un plus haut degré d'exactitude à la détermination finale

en faisant et observant plusieurs signaux de distance en distance. Chacun d'eux fournira la comparaison des différens temps, sur lesquels on pourra, par conséquent, prendre une moyenne bien plus propre à inspirer de la confiance que le résultat d'une seule comparaison. Par ce moyen, l'erreur introduite par la comparaison des horloges, peut être regardée comme tout-à-fait détruite.

215. Les distances auxquelles les signaux peuvent être rendus visibles, doivent donc dépendre de la nature des terrains interposés. Sur mer, l'explosion des fusées peut se voir aisément à 50 ou 60 milles (80465 à 96558 mètres); et dans les pays montueux, la flamme de la poudre à canon, en choisissant une station convenable, s'offre aux regards à des éloignemens bien plus considérables. On peut aussi augmenter l'intervalle entre les stations d'observation en faisant faire les signaux, non à l'une d'elles, mais à un point intermédiaire; car pourvu qu'ils soient vus de part et d'autre, peu importe où ils sont exposés. Encore l'intervalle que l'on pourrait ainsi embrasser serait-il très limité, et la méthode, par conséquent, peu utile, sans les expédiens ingénieux que l'on va voir, par lesquels on peut l'étendre à une distance quelconque, et la pratiquer dans quelque localité que ce soit, quelque difficile qu'elle puisse être.

216. Ce procédé consiste à établir entre les stations extrêmes, dont on veut assigner la différence de longitude, et auxquelles on a observé les temps locaux, une chaîne de stations intermédiaires, alternativement destinées pour des signaux et pour des observateurs. Ainsi, soient A et Z (fig. 33) les stations extrêmes. Soit établi à la station B un signal, où l'on fera partir des fusées à des intervalles fixes. Soit placé un observateur en C, muni d'un chronomètre; à la station D un autre signal; en E un autre observateur avec un chronomètre, et ainsi de suite, jusqu'à ce que toute la ligne soit occupée par des stations arrangées de manière que les signaux en B puissent être vus de A et de C; ceux en D, de C et de E, etc. Ces dispositions étant faites, et les écarts, et la marche des horloges en A et en Z, étant déterminés par l'observation astronomique, qu'un signal soit donné en B, et observé en A et en C, que de plus les temps soient notés; on connaîtra ainsi la différence entre l'horloge de A et le chronomètre de C. Après un court intervalle (cinq minutes par exemple) que l'on donne un signal en D, et qu'on l'observe en C et en E. La différence entre leurs chronomètres respectifs sera alors déterminée; et la différence entre le premier et l'horloge en A étant déjà assignée, la différence entre l'horloge de A et le chronomètre de E sera par conséquent connue. Ceci, toutefois, suppose que le chronomètre intermédiaire de C a conservé le vrai temps sidéral, ou du moins une marche connue, dans l'intervalle entre les signaux. Or cet intervalle est à dessein rendu si court, qu'aucun instrument de quelque réputation ne pourrait produire une erreur appréciable dans ce laps de temps. Ainsi, le temps transmis de A en C peut être considéré comme l'ayant été, sans gain ni perte (sauf erreur d'observation) jusqu'en E. Pareillement par le signal donné en F, et observé en E et Z, le temps ainsi transmis jusqu'en E l'est jusqu'à Z; et ainsi à la fin sont comparées les horloges en A et en Z. Le procédé peut être répété aussi souvent que cela est nécessaire pour détruire l'erreur par une moyenne des résultats.

217. Au lieu de signaux artificiels, on peut également en employer de naturels, lorsqu'ils se présentent d'une manière assez distincte pour l'observation. Dans une nuit bien claire, le nombre de ces météores singuliers, que l'on appelle *étoiles filantes*, et que l'on peut observer, est ordinairement très considérable; et comme ils sont subits dans leur apparition et leur disparition, et que d'après l'immense hauteur à laquelle on les a reconnus avoir lieu, ils sont visibles sur une étendue considérable de la surface de la terre, il n'y a nul doute que l'on ne puisse en faire un usage avantageux, si des observateurs éloignés ont soin

de s'entendre d'avance pour les épier et les noter. La première idée en est due à feu le docteur Maskelyne.

218. Un autre genre de signal naturel, d'une étendue et d'une universalité bien plus considérables (étant visible à la fois sur tout un hémisphère terrestre), est celui que fournissent les éclipses des satellites de Jupiter, dont nous parlerons avec plus de détails lorsque nous traiterons de ces corps. Chacune de ces éclipses est un événement qui porte avec lui le grand avantage d'être applicable au but en question, c'est-à-dire que le temps où il a lieu, à une station fixe quelconque, telle que Paris, peut *se prédire* d'après une longue suite d'observations préalables mises en écrit et de calculs fondés sur elles, et que cette prédiction est assez précise et certaine pour tenir lieu d'observations correspondantes; en sorte qu'un observateur placé à toute autre station, qui aura observé une ou plusieurs de ces éclipses, et reconnu son temps local, au lieu d'attendre qu'une communication de Paris lui apprenne à quel instant l'éclipse y a eu lieu, peut y substituer *le temps prédit à Paris*, et déterminer sur le champ sa longitude. Ce mode de déterminer les longitudes n'est pas toutefois, comme on le verra dans la suite, susceptible d'une grande exactitude, et ne doit être employé que lorsque d'autres ne peuvent l'être. La nature de l'observation est telle aussi qu'on ne peut la faire sur mer; en sorte que, quelque avantageuse qu'elle puisse être au géographe, elle ne peut être d'aucune utilité au navigateur.

219. Mais de pareils phénomènes ne peuvent être employés qu'occasionnellement; et dans leurs intervalles, et lorsque l'on est privé de toute communication avec toute station fixe, il est indispensable, pour déterminer les longitudes, de posséder quelques moyens sur lesquels non seulement le géographe puisse compter pour acquérir la connaissance de l'exacte position de stations importantes sur terre dans des pays éloignés, mais qui mettent aussi le navigateur à chaque instant de son existence aventureuse en état de garantir sa vie, celle de ses compagnons, les intérêts de son pays, et la fortune publique. On puise ces moyens dans LES OBSERVATIONS LUNAIRES. Quoique nous n'ayons pas encore initié le lecteur dans les phénomènes du mouvement de la lune, cela ne nous empêchera pas de donner ici l'exposition du principe de la méthode lunaire; bien loin de là, il sera éminemment avantageux d'en agir ainsi, puisque par cette marche nous serons en présence du principe tout nu, dégagé de toutes les sources particulières de difficultés qui envahissent la théorie de la lune, mais qui sont en réalité entièrement étrangères au *principe* de son application au problème des longitudes, qui est tout-à-fait élémentaire.

220. S'il y avait dans les cieux une horloge, munie d'un cadran et d'une aiguille qui marquât toujours le temps de Paris, la longitude d'une station quelconque serait déterminée aussitôt que le *temps local* serait connu, en le comparant avec cette horloge. Or, voici quelles sont les fonctions du cadran et de l'aiguille : le premier porte une série de marques, dont la position est connue; la dernière, en parcourant ces marques, nous apprend, par la place qu'elle occupe parmi elles, quelle heure il est, ou combien de temps il s'est écoulé depuis un certain moment où elle se trouvait à un endroit particulier.

221. Aux horloges, les marques du cadran sont uniformément distribuées tout autour de la circonférence d'un cercle dont le centre est le point sur lequel tournent les aiguilles d'un mouvement uniforme. Mais il est clair que nous pourrions, avec une égale certitude, quoique avec beaucoup plus de peine, dire quelle heure il est, quand les marques du cadran seraient *inégalement* distribuées, que leurs aiguilles seraient excentriques, et que leur mouvement ne serait pas uniforme, pourvu, 1°. que nous connussions les intervalles exacts autour du cercle auxquels les marques des heures et des minutes seraient placées; ce qui

aurait lieu, si nous les avions tous enregistrés dans une table, d'après les résultats de mesures antérieures faites avec soin; 2°. que nous sussions avec exactitude le montant et la direction de l'excentricité du centre de mouvement des aiguilles; et 3°. que rien ne nous échappât de tout le mécanisme qui mettrait les aiguilles en mouvement, pour être en état d'apprécier à chaque instant leur vitesse, et pouvoir calculer, sans crainte d'erreur, COMBIEN de *temps* correspondrait à un *mouvement angulaire* DONNÉ.

222. La surface visible des cieux étoilés est le cadran de notre horloge; les étoiles sont les marques fixes distribuées autour de sa circonférence; la lune est l'aiguille mobile qui, avec un mouvement en apparence uniforme, en le considérant superficiellement, mais bien irrégulier quand on l'examine avec soin, et gouverné par des lois mécaniques d'une étonnante complication dans les résultats, quoique d'une simplicité parfaite dans le principe et le but, accomplit une révolution circulaire mensuelle parmi ces corps célestes, les dépassant visiblement, et cachant, ou, comme l'on dit, *occultant* quelques-uns d'entre eux, et se glissant entre d'autres, et dont la position parmi eux peut, toutes les fois qu'elle est visible, être exactement mesurée au moyen d'un sextant, tout comme nous pourrions mesurer le lieu de notre aiguille de montre parmi les marques du cadran avec un compas, et ensuite, d'après les lois connues et calculées de son mouvement, en déduire le temps. Que la lune se meuve *parmi les étoiles*, tandis que ces dernières conservent constamment entre elles la même position relative, c'est ce dont l'observation de quelques nuits, ou même seulement de quelques heures, convaincra le candidat à cette science; et c'est tout ce que nous demanderons à présent.

223. Il ne manque qu'une circonstance pour rendre notre analogie complète. Supposons que les aiguilles de notre horloge, au lieu de se mouvoir *tout contre* le cadran, en fussent à une distance considérable, mais toujours en face dans une direction verticale. A moins alors qu'en regardant le cadran nous ne tinssions l'œil précisément dans la ligne de leur centre, nous ne les verrions pas exactement *se projeter* sur leurs véritables endroits du cercle horaire; et si nous ne nous apercevions pas de cette cause de changement optique de place, de cette *parallaxe*, ou si nous négligions de la mettre en ligne de compte, nous pourrions faire de grandes méprises dans l'appréciation du temps, en rapportant l'aiguille à la fausse marque, ou en ne jugeant pas avec justesse à quel point elle répond. D'autre part, si nous avions soin de noter, dans chaque cas, lorsque nous avons occasion d'observer le temps, l'exacte position de l'œil, il n'y aurait nulle difficulté à assigner l'influence précise de cette cause de déplacement apparent. Or, c'est justement ce qui a lieu pour le mouvement apparent de la lune parmi les étoiles. La première (comme on le verra) est comparativement bien près de la terre; les dernières sont à des distances immenses; et comme nous n'occupons pas le centre de la terre, mais que nous sommes emportés dans l'espace sur sa superficie, et que nous changeons constamment de lieu, il en résulte une *parallaxe* qui déplace en apparence la lune parmi les étoiles, et que nous devons admettre avant de dire le véritable lieu qu'elle occuperait si elle était vue du centre.

224. Une horloge telle que celle que nous avons décrite, serait, sans nul doute, considérée comme fort mauvaise; mais si c'était la *seule* que nous eussions, et que d'incalculables intérêts dépendissent d'une parfaite connaissance du temps, nous la regarderions à juste titre comme très précieuse, et nous ne croirions pas employer mal notre temps en nous livrant à l'étude des lois de ses mouvemens, ou en facilitant les moyens de la *lire* d'une manière correcte. Telle est, dans le parallèle que nous traçons, la théorie lunaire, dont l'objet est de transformer en régularité les indications de cette horloge si étrangement irrégulière dans ses

mouvemens, pour nous mettre en état de prédire, long-temps d'avance, et avec une certitude absolue, *à quel point du ciel* parmi les étoiles, à une heure, à une minute, et à une seconde données, à chaque jour de l'année, en temps local de Paris, la lune *serait* vue du centre de la terre, et le *sera* de tout point accessible de la surface; telle est aussi la *méthode lunaire* des longitudes. Les distances angulaires apparentes de la lune, de toutes ces étoiles principales et visibles qui se trouvent dans sa course, en supposant cet astre vu du centre de la terre, sont calculées, avec le plus grand soin et la plus grande précision, et consignées dans des tables recueillies dans des almanachs publiés sous les auspices des corps savans. Un observateur n'a pas plus tôt mesuré, dans quelque partie du globe que ce soit, sur mer comme sur terre, la distance réelle de la lune à quelqu'une des *étoiles primaires* (dont les lieux dans le ciel ont été assignés dans ce but avec les soins les plus minutieux), qu'il n'a, dans le fait, établi cette comparaison de son temps local avec les temps locaux de chaque observatoire dans toutes les parties de la terre, comparaison qui le met en état d'assigner la différence de sa longitude avec l'un quelconque d'entre eux ou tous ensemble.

225. Les latitudes et longitudes d'un nombre quelconque de points sur la surface de la terre peuvent être déterminées par les méthodes décrites ci-dessus; et en marquant ainsi un nombre suffisant de points principaux, et remplissant les espaces intermédiaires par des levées de plans locaux, on pourrait construire des cartes de provinces, déterminer les configurations des continens et des îles, tracer les cours des rivières et des chaînes de montagnes, et rapporter les villes et les villages à leurs propres localités. Dans la pratique, cependant, on trouve plus simple et plus aisé de partager chaque nation particulière en une suite de grands triangles, dont les angles sont des stations bien visibles l'une de l'autre. On ne mesure de ces triangles que les trois angles et la base; les angles au moyen du théodolite, et la base en se servant de tout ce que les arts et le génie, aidés de l'opulence, ont pu exécuter de plus délicat et de plus exact. Cette base est d'une moyenne étendue, n'allant guère au-delà de six à sept milles (9655 à 11265 mètres), et choisie à dessein dans un plan parfaitement horizontal, du reste convenablement pour la triangulation. Sa longueur entre ses deux points extrêmes (qui sont des marques sur des plaques d'or ou de platine incrustées dans des blocs massifs de pierre, que l'on conserve, ou que du moins *on devrait* conserver avec un soin, j'ai presque dit religieux, comme des actes monumentaux de la plus haute importance) est alors mesurée avec tous les ménagemens qui peuvent en assurer la précision, et sa position à l'égard du méridien, aussi bien que les situations géographiques de ses extrémités, soigneusement déterminée.

226. La figure 34 représente une pareille chaîne de triangles. AB est la base, O, C, sont des stations visibles des deux extrémités (l'une desquelles, O, sera supposée un observatoire national, avec lequel il importe beaucoup que la base soit aussi étroitement et immédiatement liée que possible); et D, E, F, G, H, K, d'autres stations, points remarquables dans le département, par la liaison desquels toute sa surface peut être couverte, pour ainsi dire, par un réseau de triangles. Or, il est évident que les angles du triangle ABC étant observés, et un de ses côtés, AB, mesuré, les deux autres côtés, AC, BC, peuvent être calculés par les règles de la trigonométrie; et qu'ainsi chacun des côtés AC et BC devient à son tour une base capable de servir de côté connu d'un autre triangle. Par exemple, les angles des triangles ACG et BCF étant connus par l'observation, ainsi que leurs côtés AC et BC, nous pouvons de là calculer les longueurs AG, CG, et BF, CF. De même, CG et CF étant connus, ainsi que l'angle compris GCF, GF peut être calculé, et ainsi de suite. Toutes les stations peuvent de même être exactement déterminées et notées; et comme ce procédé peut être conduit aussi

loin que l'on veut, il est facile de construire ainsi la carte de tout le département, et de la remplir de tous les détails que l'on juge à propos.

227. Maintenant il y a deux remarques importantes à faire sur ce procédé. La première, c'est qu'il est nécessaire d'apporter le plus grand soin dans le choix des stations, de manière à former des triangles exempts de toute grande inégalité dans leurs angles. Par exemple, le triangle KBF serait très peu propre à déterminer la situation de F d'après des observations faites en B et en K, parce que l'angle F étant très aigu, une petite erreur dans l'angle K en produirait une grande en F *sur la ligne* BF. On doit donc éviter de pareils triangles qui renferment de si *mauvais élémens*. Mais si l'on a cette précaution, l'exactitude de la détermination des côtés calculés ne différera guère de celle que l'on obtiendrait par la mesure effective, si elle était praticable; et, par conséquent, à mesure que nous nous éloignons de la base de tous côtés, en la prenant comme centre, nous trouvons une grande facilité à employer *comme bases* les côtés de *beaucoup plus grands* triangles, tels que GF, GH, HK, etc. En agissant ainsi, le second degré de l'opération sera traité sur une échelle beaucoup plus grande, et embrassera des intervalles beaucoup plus considérables qu'on n'aurait pu le faire sans nuire à la précision (par le motif ci-dessus) dans le voisinage immédiat de la base. Il est donc aisé de partager toute la face d'un pays en *grands triangles* dont les côtés aient de 30 à 100 milles (48282 à 160931 mètres), selon la nature du terrain; et, ces triangles étant une fois bien déterminés, on peut ensuite, par une seconde série d'opérations subordonnées, les partager en plus petits, et subdiviser encore ceux-ci en d'autres de plus petites dimensions, jusqu'à ce que l'opération finale soit restreinte dans les limites d'une triangulation personnelle et du levé d'un plan, et qu'une carte soit construite avec tous les détails que l'on peut désirer.

228. La première observation que nous ayons à faire est que tous les triangles en question ne sont pas, à la rigueur, *plans*, mais *sphériques;* car ils sont sur la surface d'une sphère, ou plutôt, pour parler correctement, d'un ellipsoïde. Dans de forts petits triangles, de 6 à 7 milles (9656 à 11265 mètres) de côté, on peut négliger cela, vu que la différence est imperceptible; mais, dans les grands, il faut y avoir égard.

Il est évident que, comme tout objet employé pour pointer le télescope d'un théodolite, a une certaine *élévation*, non seulement au-dessus du *sol*, mais au-dessus du niveau de la *mer*, et que, d'ailleurs, ces élévations diffèrent dans toutes les localités, une *réduction à l'horizon* de tous les angles mesurés semblerait nécessaire. Mais, dans le fait, par la construction du théodolite (art. 155), qui n'est autre chose qu'un instrument des hauteurs et des azimuths, cette réduction *se fait* par la lecture même des angles horizontaux. Soient E le centre de la terre (fig. 35); A, B, C, les lieux de sa *surface sphérique*, auxquels trois stations, A, P, Q, dans un pays sont rapportées par les rayons EA, EBP, ECQ. Si un théodolite est placé en A, l'axe de son cercle horizontal pointera sur E lorsqu'il sera bien ajusté, et son plan sera une tangente à la sphère en A, entrecoupant les rayons EBP, ECQ en M et en N. *au-dessus* de la surface sphérique. Le télescope du théodolite, il est vrai, est pointé tour-à-tour sur P et sur Q; mais les lectures de son cercle azimuthal donnent, *non* l'angle PAQ compris entre les directions du télescope, ou entre les corps P, Q, vus de A; *mais l'angle azimuthal* MAN, qui est la mesure de l'angle A du triangle sphérique BAC. De là résulte cette circonstance remarquable, que la somme des trois angles observés d'un quelconque des grands triangles dans les opérations géodésiques, se trouve toujours être un peu *plus grande* que 180° : si la surface de la terre était un *plan*, elle devrait être exactement de 180°; et cet *excès*, que l'on appelle *l'excès sphérique*, est si loin d'être une preuve d'incorrection dans le travail, qu'il témoigne hautement

de son exactitude, et offre en même temps une autre preuve palpable de la sphéricité de la terre.

229. Le vrai moyen, par conséquent, de saisir l'esprit d'une triangulation, lorsque l'on a égard à la forme sphérique de la terre, est de regarder le réseau de triangles dont le pays est couvert, comme formant les bases d'un assemblage de pyramides qui convergent vers le centre de la terre. Le théodolite *nous donne les véritables mesures des angles compris par les plans de ces pyramides;* et la surface d'une sphère imaginaire sur le niveau de la mer, les coupe en un assemblage de triangles sphériques, au-dessus des angles desquels, dans les rayons prolongés, s'élèvent les stations réelles des observations, à cause des inégalités superficielles des montagnes et des vallées. On évite dans la pratique les calculs laborieux de trigonométrie sphérique que cette considération semblerait rendre nécessaires, au moyen d'une règle bien simple et bien aisée, appelée la *règle des excès sphériques*, que l'on trouve dans la plupart des ouvrages de trigonométrie. Si nous mettions en ligne de compte l'ellipticité de la terre, nous pourrions aussi le faire par des procédés analogues de calculs, qui sont, cependant, trop abstraits pour nous y appesantir dans un ouvrage comme celui-ci.

230. Quelle que soit la marche que nous adoptions dans nos calculs, le résultat sera toujours une réduction au niveau de la mer de tous les triangles, et par suite la détermination de la latitude et de la longitude géographiques de chaque station observée. Nous sommes par là enfin en état de lever les cartes des pays; de configurer les continens et les îles; le cours des rivières; la direction des chaînes de montagnes, et les lieux de leurs sommets principaux; et d'y faire entrer tous les détails dont, comme appartenant à la géographie physique et statistique, et sortant du domaine de l'astronomie, nous n'avons pas à nous occuper ici. Il sera nécessaire toutefois de dire quelques mots sur les cartes dont on se sert en astronomie aussi bien qu'en géographie.

231. Une carte n'est autre chose que la représentation sur un plan, de quelque partie de la surface d'une sphère, sur laquelle sont tracés les détails que l'on veut y faire entrer, soit par des lignes continues, soit par des points. Or, comme une surface sphérique ne saurait s'étendre ou se projeter en un plan sans l'agrandissement ou la contraction de quelques-unes de ses parties que ne pourraient comporter quelques autres; et que le système adopté dans cette extension ou projection doit décider *quelles* parties seront agrandies ou relativement restreintes, et dans quelles proportions; il s'ensuit que, lorsque l'on veut dresser des cartes de grandes portions de la sphère, il peut exister de grandes différences dans leur représentation, selon le système de projection adopté.

232. Les projections principalement usitées pour les cartes, sont celles appelées *orthographiques*, *stéréographiques* et de *Mercator*. Dans la projection *orthographique* (fig. 36) chaque point de l'hémisphère est rapporté à son plan diamétral ou à sa base, par une perpendiculaire que l'on y a abaissée, en sorte que la représentation de l'hémisphère ainsi décrit sur sa base est telle que la verrait un œil placé à une distance infinie. Il est clair, d'après la figure 36, que dans cette projection il n'y a que les portions centrales qui soient figurées dans leurs véritables formes, tandis que tout l'extérieur est de plus en plus contourné et entassé dans un petit espace, selon que nous approchons des bords de la carte. Ce motif fait que la projection orthographique, quoique fort bonne pour de petites portions du globe, est de fort peu d'utilité pour les grandes.

233. La projection *stéréographique* est à beaucoup d'égards exempte de ce défaut. Pour comprendre cette projection, il faut que nous concevions un œil placé en E (fig. 37), une des extrémités d'un diamètre ECB de la sphère, et qui regarde la surface concave de la sphère, dont chaque point, comme P, est

rapporté au plan diamétral ADF, perpendiculaire à EB, par le rayon visuel PME. Ainsi, la projection stéréographique d'une sphère est une véritable représentation en perspective de sa concavité sur un plan diamétral; et, comme telle, elle a des propriétés géométriques d'une singulière élégance, dont nous allons faire connaître deux des principales.

234. Et d'abord tous les cercles de la sphère sont représentés par des cercles dans la projection. Ainsi le cercle X est projeté en x. Il n'y a que les grands cercles passant par le sommet B qui soient projetés en lignes droites qui traversent le centre C : ainsi BPA est projeté en CA.

En second lieu, tout petit triangle, GHK, sur la sphère, est représenté par un triangle *semblable*, *ghk*, dans la projection. C'est là une propriété très précieuse, car elle donne à une carte cet aspect général de ressemblance à la réalité dans toutes ses parties, et nous met en état de projeter au moins un hémisphère dans une seule carte, sans altérer brusquement les configurations qu'offre la surface. Comme dans la projection orthographique, les bords de l'hémisphère sont mal-à-propos ramenés l'un contre l'autre; dans la stéréographique, leurs dimensions projetées sont, au contraire, un peu agrandies en s'éloignant du centre.

235. Ces projections, tant l'une que l'autre, peuvent être considérées comme *naturelles*, en tant que ce sont réellement des représentations en perspective de la surface sur un plan. Celle de Mercator est entièrement artificielle, attendu qu'elle représente la sphère comme on ne peut la voir d'aucun point, mais telle que la verrait un œil qui parcourrait successivement chacune de ses parties. Dans ce système, les degrés de *longitude* et ceux de *latitude* conservent toujours entre eux une proportion convenable : on conçoit l'équateur comme s'étendant en ligne droite, et les méridiens comme le coupant à angles droits par des lignes droites aussi, comme dans la figure 38. Le caractère général des cartes ainsi dressées, ne ressemble pas mal à ce que l'on produirait en rapportant chaque point du globe à un cylindre circonscrit, au moyen de lignes tirées du centre, et en déroulant ensuite le cylindre pour le convertir en un plan. Comme la projection stéréographique, celle-ci donne une représentation fidèle, quant à la *forme*, de chaque petite portion particulière, mais varie beaucoup, quant à l'*échelle*, dans ses différentes régions, les parties polaires surtout étant extraordinairement agrandies, et toute la carte, même d'un seul hémisphère, se trouvant en dehors de toutes limites déterminées.

236. Nous n'entrerons donc ici dans aucun détail géographique; mais un résultat dû à des découvertes maritimes est assez important pour appeler notre attention comme fait astronomique. Lorsque les continens et les mers sont tracés sur un globe (et depuis la découverte de l'Austrasie, nous sommes sûrs qu'il y a peu de contrées considérables qui restent inconnues, excepté peut-être au pôle sud), nous trouvons qu'il est possible de partager le globe en deux hémisphères de manière que l'un contienne *à-peu-près toute la partie de terre*, et que l'autre représente presque toute la mer. Un fait qui n'est pas d'un faible intérêt pour la nation anglaise, et qui, combiné avec notre station insulaire dans cette grande route ouverte à toutes les nations, l'Atlantique, explique assez bien notre prééminence commerciale, c'est que Londres occupe, pour ainsi dire, le centre de l'hémisphère terrestre.

237. Nos connaissances sur la surface du globe que nous habitons seraient incomplètes, si nous n'embrassions en même temps les hauteurs au-dessus du niveau de la mer de tous les côtés du sol, et la dépression du lit de l'océan au-dessous de la surface dans toute son étendue. On peut remplir cette dernière condition (malgré les difficultés et les lenteurs) en employant directement la sonde; quant à la première, on a recours à deux méthodes distinctes : l'une consiste à mesurer trigonométriquement les différences de niveau de toutes les

stations d'un arpentage; l'autre, à faire usage du baromètre, dont le principe est au fond identique avec celui de la sonde. Dans l'un et l'autre cas, nous mesurons la distance du point, dont nous voudrions connaître le niveau, à la surface d'un océan en équilibre, avec cette seule différence que dans l'un des cas c'est un océan d'eau, et dans l'autre un océan aérien; dans le premier, notre sonde est réelle et tactile; dans le second, elle est imaginaire, et la mesure est déterminée par la longueur de la colonne de mercure que la pression de l'air supérieur est capable de contrebalancer.

238. Supposons qu'au lieu d'air, la terre et l'océan fussent couverts d'huile, et que la vie humaine pût exister dans un pareil milieu. Soit ABCDE (fig. 39) un continent, dont la partie ABC se projette au-dessus de l'eau, mais est couverte d'huile, qui flotte aussi à une hauteur uniforme sur tout l'océan. Pour connaître la profondeur d'un point quelconque D au-dessous du niveau de la mer, il faudrait que nous fissions descendre une sonde du point F. Mais si nous voulions savoir la hauteur de B au-dessus du même niveau, nous n'aurions qu'à employer un flotteur, et le laisser monter jusqu'à la surface de l'huile; *et en ayant fait autant en C, point du niveau de la mer, la différence des deux lignes flottantes donnerait la hauteur en question.*

239. Or, quoique l'atmosphère diffère de l'huile en ce qu'elle n'a pas une *surface* rigoureusement déterminée, et qu'elle n'est point capable de faire élever un corps propre à cet emploi, elle n'en possède pas moins toutes les propriétés d'un fluide réellement essentielles pour le but en question, et celle-ci en particulier, savoir, que par toute la surface du globe, ses *couches d'égale densité* sont parallèles à la surface d'équilibre, ou à ce que *serait* la surface de la mer, si *elle était prolongée au-dessous des continens*, et que, par conséquent, chacune a tous les caractères d'une surface définie pour servir de point de départ, pourvu que l'on puisse la constater. Or, la hauteur à laquelle, à une station quelconque B, le mercure peut se soutenir dans un baromètre, nous apprend à l'instant quelle quantité d'atmosphère pèse sur B, ou, en d'autres termes, *dans quelle couche* de l'atmosphère générale (indiquée par sa densité) B se trouve situé; d'où nous sommes enfin en état de conclure, d'après les lois de la mécanique, à quelle hauteur au-dessus du niveau de la mer on peut trouver *le degré de densité* par toute la surface du globe. Tel est le principe de l'application du baromètre à la mesure des hauteurs. Pour les détails, on consultera d'autres ouvrages.

240. Dès que l'on connaît les hauteurs des stations au-dessus de la mer, l'on peut lier toutes les stations également élevées par des lignes de niveau, dont la plus basse indiquera la configuration des côtés, et les autres représenteront les lignes littorales qui se formeraient successivement si la mer s'élevait par des atterrissemens réguliers et égaux sur toute la surface de la terre, jusqu'à ce que les plus hautes montagnes fussent submergées. Les fonds des vallées et les sommets des collines sont déterminés par la propriété qu'ils ont d'entre-couper toutes ces lignes à angles droits. Les premiers constituent les cours d'eau d'un pays, les derniers le partagent en bassins d'écoulement; et ainsi surgissent des districts naturels du caractère le plus prononcé, d'où dépendent généralement la distribution, les limites et les traits distinctifs des sociétés humaines.

CHAPITRE IV.

DE L'URANOGRAPHIE.

Construction de cartes et de globes célestes par l'observation de l'ascension droite et de la déclinaison. — Corps célestes distingués en fixes et errans. — Des constellations. — Régions naturelles dans les cieux. — La voie lactée. — Le zodiaque. — De l'écliptique. — Latitudes et longitudes célestes. — Précession des équinoxes. — Nutation. — Aberration. — Problèmes uranographiques.

241. La détermination des positions relatives des corps célestes, la construction de cartes ou de globes qui représentent fidèlement leurs configurations mutuelles, la composition de catalogues qui consignent numériquement d'une manière plus précise la situation de chacun d'eux, sont une tâche à-la-fois plus simple et moins pénible que celle par laquelle la surface de la terre est figurée sur une carte et mesurée. Chaque étoile, dans la grande constellation qui semble tourner au-dessus de nous, constitue, pour ainsi dire, une station céleste; et parmi ces stations nous pouvons, comme sur la terre, faire des triangulations, en mesurant avec des instrumens convenables leurs distances angulaires entre elles, qui, dégagées de l'effet de la réfraction, peuvent alors être inscrites sur des cartes, comme nous inscririons les villes et les villages d'un pays; et cela sans quitter le lieu où nous sommes, du moins pour tous les astres qui se lèvent au-dessus de notre horizon.

242. On pourrait certainement obtenir une grande exactitude par ce moyen, et construire d'excellentes cartes célestes; mais il est une voie beaucoup plus simple et plus aisée, et en même temps infiniment plus exacte, qui s'offre à nous, si nous tirons parti de la rotation de la terre sur son axe, et qu'en observant chaque corps céleste à mesure qu'il passe par notre méridien, nous le rapportions séparément, et d'une manière indépendante, à l'équateur céleste, et qu'ainsi nous assignions sa place sur une sphère imaginaire, que l'on peut concevoir tourner avec lui.

243. L'ascension droite et la déclinaison d'un point dans le ciel correspondent à la longitude et à la latitude d'une station sur la terre; et le lieu d'un astre sur la sphère céleste est déterminé, lorsque les premiers élémens sont connus, comme l'est celui d'une ville sur une carte en connaissant les derniers. Les grands avantages qui assurent à la méthode de l'observation méridienne la prééminence sur la triangulation d'étoile à étoile, sont donc, 1°. que par elle on observe chaque astre au point de sa course diurne où on le voit le mieux, et où la réfraction exerce le moins d'influence pour le déplacer; 2°. que les instrumens requis (la méridienne et le mural) sont les plus simples et les moins sujets à erreur ou à des dérangemens parmi tous ceux dont se servent les astronomes; 3°. que toutes les observations peuvent se faire systématiquement, à des époques régulières, et avec les mêmes avantages, n'y ayant pas lieu de s'occuper si les triangles sont construits ou non pour la facilité des calculs, etc.; et enfin que, en adoptant cette marche, les quantités mêmes que nous aurions autrement à calculer par des opérations de trigonométrie sphérique aussi longues qu'épineuses, et qui sont essentielles à la formation d'un catalogue, se prêtent à une mesure immédiate. Il est donc à-peu-près superflu d'établir que c'est ainsi que procèdent les astronomes.

244. Pour déterminer l'ascension droite d'un corps céleste, il suffit d'observer le moment de sa culmination au moyen d'un instrument des passages, en se munissant d'une montre réglée sur le temps sidéral exact, ou réduite à cette condition en appliquant son écart connu et sa marche. Sa *marche* se constate par des

observations réitérées de la même étoile à ses passages méridiens successifs. L'*écart*, toutefois, exige la connaissance de l'*équinoxe*, ou le point initial d'où comptent toutes les ascensions droites dans les cieux, comme cela se pratique pour les longitudes terrestres en partant d'un premier méridien.

245. La nature de ce point sera expliquée tout-à-l'heure. Mais les besoins de l'uranographie, en tant qu'ils ne concernent que les configurations réelles des étoiles, ne vont pas jusqu'à rendre nécessaire la connaissance de l'équinoxe. Le choix de l'équinoxe, comme le point zéro des ascensions droites, est purement artificiel et de convention; mais comme sur la terre toute station (telle qu'un observatoire national) peut être choisie pour le point de départ des longitudes, de même, en uranographie, toute étoile remarquable peut être adoptée comme point initial d'où l'on puisse compter les angles horaires, et d'où, en se bornant à observer les *différences* ou *intervalles* de temps, l'on puisse déduire la situation de toutes les autres. Dans la pratique, ces intervalles sont affectés de certaines causes légères d'inégalité, dont on doit tenir compte, et que nous expliquerons lorsque nous aurons à traiter ce sujet.

246. Les déclinaisons des corps célestes s'obtiennent, 1°. par l'observation de leurs *hauteurs méridiennes*, au moyen du mural ou d'autres instrumens convenables. Ceci exige la connaissance de la latitude géographique de la station de l'observateur, qui ne peut s'obtenir elle-même que par l'observation céleste; 2°. et plus directement par l'observation de leurs *distances polaires* prises sur le mural, comme on l'a expliqué à l'article 136, opération indépendante de toute détermination préalable de la latitude de la station; et cependant, même dans ce cas, l'observation ne donne pas directement et immédiatement les déclinaisons *exactes*. Il faut que les observations soient d'abord corrigées de la réfraction, et de plus de ces causes légères d'inégalité dont nous venons de parler dans le cas des ascensions droites.

247. C'est donc ainsi qu'on peut assigner les lieux relatifs de tous les corps célestes, et construire des globes ou dresser des cartes. Ici s'élève une question très importante : jusqu'à quel point ces lieux sont-ils permanens? Ces corps célestes conservent-ils à jamais entre eux un caractère d'étroite union qui rende invariable leur situation relative, comme s'ils faisaient partie d'un firmament solide quoique invisible; et, comme les grandes bornes naturelles que se partagent les contrées de la terre, conservent-ils d'une manière immuable les mêmes distances et les mêmes rapports entre eux? S'il en était ainsi, l'idée la plus rationnelle que nous pussions nous faire de l'univers serait celle d'une terre dans un repos absolu au centre, et d'une sphère cristalline creuse se mouvant autour d'elle, et emportant le soleil, la lune et les autres astres dans sa rotation diurne. S'il en est autrement, nous devons nous affranchir de ces idées, et porter nos investigations sur l'histoire individuelle et distincte de tous les corps célestes, dans le but de découvrir les lois des mouvemens qui leur sont propres, et les rapports de toute espèce qui peuvent subsister entre eux.

248. Le cas est toutefois si éloigné d'être tel, que les observations, même les plus superficielles, suffisent pour faire voir que quelques-uns, du moins, des corps célestes, et ce sont les plus apparens, sont dans un état de changement continuel de place parmi les autres. S'il s'agit de la lune, son changement est si rapide et si remarquable, que sa différence de situation à l'égard de ces belles étoiles qui peuvent se trouver près d'elle est reconnue facilement par un observateur qui s'attacherait à la regarder l'espace de quelques heures dans une belle nuit; et en faisant cette épreuve deux nuits de suite, la personne la plus inattentive ne pourrait que s'en apercevoir. Le soleil aussi éprouve un changement de position constant et rapide parmi les étoiles, quoique, par l'invisibilité de ces dernières pendant le jour à l'œil nu, on ne s'en aperçoive pas aussi facilement, et qu'il

faille, ou l'usage de télescopes et autres instrumens angulaires pour le mesurer, ou des observations plus prolongées pour en être frappé. Toutefois, il suffit de faire attention que sa hauteur méridienne est plus grande en été qu'en hiver, et de remarquer que les étoiles qui se montrent à nos yeux pendant la nuit varient avec la saison de l'année, pour nous apercevoir qu'il a dû s'opérer un grand changement pendant cet intervalle dans sa situation relativement à toutes les étoiles. En outre du soleil et de la lune, il y a aussi plusieurs autres corps, appelés planètes, qui, pour la plupart, ne paraissent à l'œil nu que comme les étoiles les plus grandes et les plus brillantes, et présentent le même phénomène d'un constant changement de place parmi ces dernières, tantôt s'approchant, et tantôt s'éloignant de telle ou telle étoile que nous prenons pour point de comparaison, et faisant, les unes dans de plus longues, les autres dans de plus courtes périodes, comme le soleil et la lune, le tour complet du ciel.

249. Ce sont là, cependant, des exceptions à la règle générale. La multitude innombrable d'étoiles distribuées sur la voûte des cieux, forme une constellation qui conserve, non seulement aux yeux de l'observateur indifférent, mais à ceux plus exercés de l'astronome, une uniformité d'aspect qui, mise en parallèle avec le changement perpétuel des configurations formées par le soleil, la lune et les planètes, peut à juste titre être appelée *invariable*. Ce n'est pas, certes, que, par le raffinement de mesures exactes poursuivies de siècle en siècle, on ne puisse découvrir dans quelques-unes d'entre elles quelques légers changemens de place apparente que l'on ne peut attribuer à aucune illusion ni à aucune cause *terrestre;* on les appelle en astronomie les *mouvemens propres* des étoiles; mais ils sont si excessivement lents, que leur somme totale (même pour les étoiles qui les subissent le plus) a été insuffisante, dans toute la durée de l'histoire astronomique, pour produire une altération frappante ou matérielle dans l'aspect des cieux étoilés.

250. Cette circonstance établit donc une distinction bien prononcée des corps célestes en deux grandes classes; les *corps fixes*, parmi lesquels (si ce n'est dans une suite d'observations continuées pendant plusieurs années) on ne peut découvrir aucun changement de situation relative, et les *corps errans*, ou *planètes*, dans lesquels on comprend le soleil et la lune, aussi bien que cette singulière classe de corps appelés *comètes*, dans les lieux apparens desquels parmi les étoiles, aussi bien qu'entre eux, l'observation de quelques jours, ou même de quelques heures, suffit pour signaler un déplacement incontestable.

251. Ainsi, l'uranographie, en tant qu'elle concerne les corps fixes célestes, ou, comme on les appelle ordinairement, les *étoiles fixes*, est réduite à la simple désignation de leurs places relatives sur un globe ou sur des cartes; à la fixation sur ce globe, dans la grande constellation des étoiles, du pôle des cieux, ou point d'expiration des lignes parallèles à l'axe de la terre; et enfin à la détermination sur ce même globe, de l'équateur et du lieu de l'équinoxe : points et cercles qui, quoique artificiels, et rapportés entièrement à notre terre, et par conséquent sujets à tous les changemens (s'il en existe) dont l'axe de la terre peut être susceptible, sont cependant si commodes dans la pratique, qu'ils ont été admis (avec quelques autres cercles et lignes) dans tous les globes et planisphères, et sanctionnés par l'usage. Le lecteur, toutefois, aura soin de les tenir séparés dans son esprit, et de se familiariser avec l'idée de deux ou plutôt de plusieurs globes célestes superposés, sur l'un desquels sont inscrites les étoiles, tandis que les autres porteraient l'indication de ces points, de ces lignes et cercles imaginaires que les astronomes ont imaginés pour leur propre usage et pour faciliter leurs calculs. Il conviendra aussi qu'il s'accoutume à concevoir dans chacune de ces sphères artificielles la propriété de se mouvoir dans tous les sens sur la surface de l'autre; en sorte que, si l'expé-

rience démontrait (et c'est ce qui a lieu) que ces lignes et ces points artificiels sont amenés, par un mouvement lent de l'axe de la terre, ou par d'autres *variations séculaires* (comme on les appelle) à coïncider à des intervalles de temps très éloignés, avec différentes étoiles, il ne soit pas pris au dépourvu dans ce changement, et n'ait pas de fausses notions à réformer.

252. Nous ne parlerons donc pas ici de ces configurations grotesques qui représentent des hommes et des monstres, qui blessent ordinairement nos regards sur les globes et les cartes célestes, et nous fournissent assez grossièrement le moyen de parler de groupes d'étoiles ou de régions dans les cieux, sous des noms qui, quoique absurdes ou puérils dans leur origine, ont acquis un droit de bourgeoisie qu'il serait difficile, et peut-être nuisible, de leur ravir. Quand elles ont réellement (comme c'est le cas de quelques-unes) une légère ressemblance avec les figures que crée notre imagination par la vue des constellations les plus éclatantes, il n'y a rien que de convenable; mais lorsque, à cela près, elles n'offrent que de l'arbitraire et ne correspondent nullement à des subdivisions naturelles ou groupes d'étoiles, les astronomes n'en font presque pas de cas, et s'ils s'en servent, ce n'est que pour désigner avec brièveté des étoiles remarquables, comme α du Lion, β du Scorpion, etc., etc., par des lettres de l'alphabet grec qui les accompagnent. Le lecteur les trouvera dans toutes les cartes ou globes célestes, et pourra les comparer avec les cieux pour y apprendre tout seul leur position.

253. Nous ne sommes pas embarrassés, toutefois, à trouver dans les cieux des régions *naturelles* qui offrent des particularités extrêmement tranchantes, et frappent tout observateur : telle est la *voie lactée*, cette grande bande lumineuse, qui sillonne le firmament d'un horizon à l'autre, et qui, dessinée avec soin, forme une zône qui entoure *toute la sphère*, presque selon un grand cercle, en dehors de tous ceux imaginés par les astronomes pour indiquer les divisions, mais qui ressemble plus que tout autre à un cercle horaire. Après avoir parcouru une certaine étendue du ciel, elle donne naissance à une espèce de rameau qui s'en détache pour franchir isolément 150 degrés et se réunir alors au corps principal. Ce remarquable baudrier a conservé, depuis les siècles les plus reculés, la même situation relative parmi les étoiles; et, quand on l'examine avec de puissans télescopes, on trouve (chose étonnante à dire!) *qu'il se compose en totalité d'étoiles dispersées par millions*, comme de la poussière d'or, sur le fond noir de l'universalité des cieux.

254. Une autre région remarquable dans les cieux est le *zodiaque*, non d'après des particularités qui concernent sa constitution, mais parce que c'est le plan dans lequel se meuvent en apparence le soleil, la lune et toutes les planètes du premier ordre. Pour tracer la marche de l'une quelconque d'entre elles, il suffit d'assigner, par des observations non interrompues, les lieux qu'elle occupe à des époques successives, et, les marquant sur notre carte ou globe en nombre suffisant pour former une série passablement serrée, de les lier par des lignes de point en point, comme nous indiquons le sillage d'un vaisseau sur mer en notant sa place de jour en jour. Or, cela étant fait, on trouve 1°. que la marche apparente du soleil sur la surface des cieux n'est autre chose qu'une grande circonférence d'un cercle de la sphère appelé *écliptique*, faisant un angle d'environ 23° 28′ avec l'équateur, qu'il coupe en deux points opposés, appelés *les points équinoxiaux*, ou *les équinoxes*, distingués l'un de l'autre par l'adjonction respective des mots *du printemps* et *de l'automne;* le premier, ou *l'équinoxe du printemps*, étant celui auquel le soleil traverse l'équateur, en allant du sud au nord; le second, ou *l'équinoxe d'automne*, ayant lieu lorsque cet astre quitte l'hémisphère septentrional pour entrer dans l'hémisphère méridional; 2°. que la lune et toutes les planètes suivent des routes qui, de la même manière, entourent tout

le ciel, mais ne sont pas, comme celle du soleil, de grandes circonférences rentrant sur elles-mêmes et coupant la sphère en deux parties égales, mais plutôt des spirales d'une grande complication, et décrites avec des vitesses très inégales dans leurs diverses parties. Elles ont toutes, cependant, ceci de commun, que la *direction générale* de leurs mouvemens est la même que celle du soleil, savoir *d'occident en orient*, c'est-à-dire, le contraire de celle dans laquelle paraissent être transportées tant les planètes que les étoiles par le mouvement diurne des cieux; et, de plus, qu'elles ne s'éloignent jamais beaucoup de l'écliptique de part et d'autre, le traversant et retraversant à des intervalles de temps réguliers et égaux, et se renfermant dans une zône (le zodiaque dont il a déjà été parlé) de la largeur de 9° des deux côtés de l'écliptique.

255. Il serait évidemment inutile de marquer sur des globes ou des cartes les chemins apparens de tous ces corps qui ne retracent jamais la même route, et qui, en conséquence, comme cela est démontré, doivent occuper dans un moment ou dans un autre de leur histoire, tous les points de la surface de cette zône des cieux dans laquelle ils sont circonscrits. La complication apparente de leurs mouvemens vient (celui de la lune excepté) de ce que nous les voyons d'une station qui est elle-même en mouvement, et qui disparaîtrait si nous pouvions changer notre point de vue de place et les observer du soleil. D'autre part, le mouvement apparent du soleil nous est présenté sous sa forme la moins problématique, et la station où nous sommes se prête à son étude de la manière la plus avantageuse.

256. Il traverse l'écliptique, qui est son chemin apparent parmi les étoiles, dans la période appelée *année sidérale*, qui se compose de 365 j. 6 h. 9 m. 9 s., 6, comptés en temps solaire moyen, ou de 366 j. 6 h. 9 m. 9 sec, 6, en temps sidéral. La raison de cette différence (et c'est là ce qui constitue l'origine de la différence entre le temps solaire et le temps sidéral) est que, comme le mouvement annuel apparent du soleil *parmi* les étoiles, se fait dans un sens contraire au mouvement apparent diurne tant du soleil que des étoiles, L'EFFET EST LE MÊME QUE SI LE MOUVEMENT DIURNE DU SOLEIL SE RALENTISSAIT DE TOUT SON MOUVEMENT QUOTIDIEN DE TRANSLATION, OU QUE SI LE SOLEIL S'ARRÊTAIT DERRIÈRE LES ÉTOILES DANS SA COURSE JOURNALIÈRE. QUAND CELA AURA CONTINUÉ TOUTE UNE ANNÉE, LE SOLEIL SE SERA TROUVÉ DERRIÈRE LES ÉTOILES DE TOUTE LA CIRCONFÉRENCE DES CIEUX; ou, en d'autres termes, LE SOLEIL AURA, DANS UNE ANNÉE, FAIT UNE RÉVOLUTION DIURNE DE MOINS QUE LES ETOILES. On voit donc que le même intervalle de temps qui est mesuré par 366 j. 6 h. etc., ou en temps sidéral, s'il est compté en temps solaire moyen, s'appellera 365 j. 6 h. etc. Ainsi se trouve établie la proportion entre le jour solaire moyen et le jour sidéral, qui sont entre eux comme 1.00273791 est à 1. La mesure du temps par ces deux termes de comparaison, peut être assimilée à celle de l'espace qui se fait au moyen de pieds étalons, d'aunes, etc., chez deux nations différentes; et leur proportion, une fois établie, ne peut jamais devenir une source d'erreurs.

257. La position de l'écliptique parmi les étoiles, pour notre but actuel, peut être regardée comme invariable. Il est vrai que ce n'est pas exactement le cas; et en comparant sa position actuelle avec celle qu'il occupait à l'époque la plus reculée dont nous puissions posséder des traditions astronomiques, nous trouvons des preuves d'un léger changement que la théorie ne saurait négliger, et dont la nature sera expliquée ci-après; mais cette variation est si lente, que pendant un grand nombre d'années successives, ou même pendant des siècles entiers, ce cercle peut être regardé comme occupant la même position dans les cieux.

258. *Les pôles de l'écliptique*, comme ceux de tout autre grand cercle de la sphère, sont des points diamétralement opposés sur sa surface, également éloignés de l'écliptique dans tous les sens. Ils ne coïncident par conséquent pas avec ceux de l'équateur, mais en sont éloignés d'un intervalle angulaire, égal à l'in-

clinaison de l'écliptique sur ce cercle (23°. 28′), que l'on appelle *l'obliquité de l'écliptique*. Dans la figure 40, si P, *p* représentent les pôles nord et sud (par lesquels nous entendons toujours les pôles de *l'équateur*, lorsque nous ne les désignons pas d'une manière particulière), et EQAV le cercle équinoxial, VSAW l'écliptique, et K*k* ses pôles, l'angle sphérique QVS est l'obliquité de l'écliptique, et a pour mesure SQ ou PK. Si nous supposons que le mouvement apparent du soleil soit dans la direction VSAW, V sera *l'équinoxe du printemps* et A *celui d'automne*. Les deux points S et W indiqueront le plus grand éloignement de l'écliptique à l'équinoxe; on les appelle *solstices*, parce que, arrivé là, le soleil cesse de s'éloigner de l'équateur, et semble se tenir immobile dans les cieux. Le point S, où le soleil a la plus grande déclinaison *boréale*, s'appelle le *solstice d'été*, et le point W, où il se trouve à la plus grande déclinaison australe, porte le nom de *solstice d'hiver*. Ces désignations ont évidemment leur source dans la loi qui fait dépendre les saisons de la déclinaison du soleil, et que l'on expliquera dans le chapitre suivant. Le cercle EKPQ*kp*, qui passe par les pôles de l'écliptique et de l'équateur, s'appelle *le colure des solstices*; et un méridien PV*p*A qui passe par les équinoxes, est nommé *colure des équinoxes*.

259. Puisque l'écliptique occupe une position déterminée dans les cieux étoilés, on peut s'en servir, comme on fait pour l'équateur, de point de départ pour y rapporter les astres, au moyen de cercles qui passent par ses pôles et par les astres, et qui, par conséquent, lui sont perpendiculaires. Ces cercles sont appelés, en astronomie, *cercles de latitude*. La distance d'un astre à l'écliptique, comptée sur le cercle de latitude qui y passe, s'appelle *latitude de l'astre;* et l'arc de l'écliptique intercepté entre l'équinoxe du printemps et ce cercle, porte le nom de *longitude*. Dans la figure 40, X est un astre, PXR un cercle de déclinaison qui y passe, au moyen duquel l'astre est rapporté à l'équateur; et KXT est un cercle de latitude qui le rapporte à l'écliptique; et comme VR est l'ascension droite et RX la déclinaison de X, de même aussi VT en est la longitude, et TX la latitude. L'emploi des termes de *longitude* et de *latitude*, dans ce sens, semble venir de ce que l'on a considéré l'écliptique comme formant une espèce d'équateur naturel pour les cieux, comme l'équateur géographique l'est pour la terre; le premier conservant une position invariable à l'égard des astres, comme le dernier le fait pour les stations de la surface de notre globe, La force de cette observation va tout-à-l'heure devenir sensible.

260. Connaissant l'ascension droite et la déclinaison d'un corps céleste, nous pouvons trouver sa longitude et sa latitude, et *vice versâ*. C'est là un problème d'un grand usage dans l'astronomie physique; en voici la solution : dans la même figure 40, EKPQ, colure des solstices, est donc éloigné de 90° de V, équinoxe du printemps, qui est un de ses pôles; en sorte que VR (l'ascension droite) étant donné, ainsi que VE, on connaît l'arc ER qui mesure l'angle sphérique EPR, ou KPX. Dans le triangle sphérique KPX nous connaissons donc 1°. le côté PK qui, étant la distance des pôles de l'écliptique et de l'équateur, est égal à l'obliquité de l'écliptique; 2°. le côté PX, *distance polaire*, ou le complément de la déclinaison RX; et, 3°. l'angle compris KPX. Il est par conséquent facile, par la trigonométrie sphérique, de trouver le troisième côté KX, et les autres angles. Or, KX est le complément de la latitude demandée, XT, et l'angle PKX étant connu, l'angle XKV l'est aussi, puisque c'est le complément de l'angle droit PKV qui a pour mesure l'arc SV de 90°. Mais cet angle n'est autre chose que la longitude du corps céleste, mesurée par l'arc VT. Le problème inverse se résout par le même triangle, et par un procédé exactement semblable.

261. La même série d'observations par laquelle on trace le chemin du soleil parmi les étoiles, et l'on dessine l'écliptique parmi elles, détermine aussi le lieu de l'équinoxe V du printemps sur la sphère étoilée. Ce point est d'une grande importance dans l'astronomie pratique, car c'est celui où commence l'ascension

droite. Or, lorsque ce procédé est répété à des intervalles de temps très considérables, un phénomène des plus remarquables se présente; c'est que l'équinoxe ne conserve *pas* un lieu constant parmi les étoiles, mais il change de position, reculant continuellement et régulièrement, quoique avec une extrême lenteur, *en arrière*, le long de l'écliptique, dans la direction VW d'orient en occident, ou *dans le sens opposé* à celle dans laquelle le soleil semble se mouvoir dans ce cercle. Comme l'écliptique et l'équateur ne sont pas considérablement inclinés, ce mouvement de l'équinoxe d'orient en occident, le long de l'écliptique, se combine avec le mouvement diurne, et le fait constamment précéder les étoiles : c'est de là que lui est venu le nom de *précession des équinoxes.* La quantité de mouvement dont l'équinoxe se porte vers l'occident, c'est-à-dire contre l'ordre des signes, est de 0°. 0'. 50", 1 *par an*, et n'est presque pas appréciable, mais elle le devient en s'accumulant sans cesse d'année en année, ce qui suscite de grandes difficultés pour les astronomes pratiques, en détruisant, dans le laps d'un assez petit nombre d'années, l'arrangement de leurs catalogues d'étoiles, et en les mettant dans la nécessité de les recomposer. Depuis la formation du premier catalogue dont l'histoire fasse mention, le lieu de l'équinoxe a déjà rétrogradé d'environ 30°. Le temps pendant lequel il accomplit dans l'écliptique une révolution complète est de 25,868 ans.

262. L'effet uranographique immédiat de la précession des équinoxes est de produire un *accroissement* uniforme *de longitude* dans tous les corps célestes, soit fixes, soit errans. Car l'équinoxe du printemps étant le point initial des longitudes, aussi bien que des ascensions droites, la rétrogradation de ce point sur l'écliptique affecte les longitudes de tous les astres également, soit qu'ils se trouvent en repos ou en mouvement, et produit, selon le degré de son extension, *l'apparence* d'un mouvement de longitude commun à tous, comme si l'universalité des cieux avait une rotation lente autour des pôles de l'écliptique dans la longue période ci-dessus mentionnée, semblable à celle qu'ils ont dans vingt-quatre heures autour de ceux de l'équateur.

263. Pour se faire, toutefois, une juste idée de ce curieux phénomène astronomique, il faut, pendant quelque temps, faire abstraction de toute idée de l'écliptique, comme tendant à produire de la confusion dans notre esprit; par la raison que la fixité de l'écliptique lui-même parmi les étoiles n'est (comme on l'a déjà indiqué, art. 257) qu'approximative, et qu'en conséquence son intersection avec l'équateur est sujette à un certain écart provenant de sa fluctuation, qui se combine avec l'action de la cause principale du phénomène. Cette cause deviendra tout-à-coup apparente, si, au lieu de regarder l'équinoxe, nous fixons notre attention sur le pôle de l'équateur, ou le point d'expiration de l'axe de la terre.

264. Le lieu de ce point parmi les étoiles est aisément déterminé à une époque quelconque par les plus directes de toutes les observations astronomiques, celles que l'on fait avec le mural. Au moyen de cet instrument, nous sommes en état d'assigner à chaque instant la distance exacte du point polaire à trois ou un plus grand nombre d'étoiles, et par conséquent de le marquer sur une carte ou un globe avec une précision exempte de toute erreur, en faisant des triangulations qui partent de ces étoiles, sans avoir égard à la position de l'écliptique, ou à tout autre cercle avec lequel il ne se trouve pas naturellement en relation. Or, cela étant fait avec tous les soins et l'exactitude convenables, on trouve que, quoique à de courts intervalles de temps, quelques jours, par exemple, le fait de la variation du lieu du pôle puisse être regardé comme insensible, il n'en est pas moins en réalité dans un état de mouvement non interrompu, quoique extrêmement lent; et, ce qu'il y a de plus remarquable encore, c'est que ce mouvement n'est pas uniforme, mais composé d'un élément principal uniforme, ou presque uniforme, et d'autres fluctuations périodiques moins considérables et subordonnées : le premier donnant lieu au phénomène de la *précession*; les

dernières, à un autre phénomène distinct appelé *nutation*. Ces phénomènes, il est vrai, appartiennent, théoriquement parlant, à une seule et même loi générale, et sont intimement liés entre eux, comme faisant partie d'une grande chaîne compliquée de conséquences qui découlent de la rotation de la terre sur son axe : mais pour la clarté de ce que nous allons dire, il convient de les considérer séparément.

265. On trouve donc qu'en vertu de la partie uniforme du mouvement du pôle du monde, ce pôle décrit un cercle dans le ciel autour du pôle de l'écliptique comme centre, en se tenant constamment à la même distance de ce dernier de 23° 28′, dans la direction d'orient en occident, et avec une vitesse à décrire, dans cette orbite imaginaire, l'arc annuel de 50″, 1 ; en sorte que tout le cercle serait décrit dans l'espace ci-dessus mentionné de 25,868 ans. Il est aisé de voir comment un pareil mouvement du pôle donne lieu au mouvement rétrograde des équinoxes.

266. La précession des équinoxes, ainsi conçue, consiste donc dans le mouvement réel, mais très lent, du pôle du monde parmi les étoiles, dans un petit cercle autour du pôle de l'écliptique. Or, ceci ne peut se faire sans produire des changemens correspondans pour le mouvement diurne apparent de la sphère, et l'aspect que les cieux doivent présenter à des époques très éloignées dans la succession des temps. Le pôle n'est autre chose que le point d'expiration de l'axe de la terre. Comme ce point a donc le mouvement dont nous avons parlé, il s'ensuit nécessairement que l'*axe* de la terre doit avoir un mouvement conique, en vertu duquel il se dirige successivement vers tous les points de la circonférence du petit cercle en question. Nous nous ferons la plus juste idée d'un pareil mouvement, en faisant attention à la toupie d'un enfant, lorsqu'elle dort en s'inclinant légèrement dans son mouvement circulaire ; ou bien encore, en prenant pour objet de comparaison ce jouet amusant appelé tonton, qui, lorsqu'il est délicatement exécuté et balancé avec précision, devient un instrument philosophique élégant, et offre l'image aussi fidèle que charmante de tout le phénomène, d'une manière propre à en donner tout-à-la-fois des notions non équivoques comme fait, et à nous faire pénétrer dans ses ressorts secrets comme effet dynamique. Le lecteur aura soin de ne pas confondre la variation de la *position de l'axe de la terre dans l'espace* avec le simple changement de lieu de la ligne imaginaire autour de laquelle il tourne dans son intérieur. Toute la terre participe à ce mouvement, et marche avec l'axe comme si celui-ci était réellement une barre de fer qu'on lui aurait passée au travers. Deux grands faits prouvent que c'est là le cas ; les voici : 1°. les latitudes des différens lieux de la terre, ou leur situation géographique par rapport aux pôles, n'ont éprouvé aucun changement sensible depuis les siècles les plus reculés ; 2°. la mer maintient son niveau, ce qui n'aurait point lieu si le mouvement de l'axe n'était accompagné de celui de toute la masse de la terre.

267. L'effet visible de la précession sur l'aspect des cieux consiste dans le rapprochement *apparent* de quelques étoiles et constellations vers le pôle et l'éloignement de quelques autres. L'étoile brillante de la petite Ourse, que nous appelons l'*étoile polaire*, n'a pas toujours été, et ne continuera pas toujours d'être notre étoile polaire : lors de la formation des premiers catalogues, elle était à 12° du pôle ; elle n'en est à présent qu'à 1° 24′, et s'en rapprochera encore d'un demi-degré, après quoi elle s'en éloignera de nouveau, et fera lentement place à d'autres, qui lui succéderont dans sa confraternité avec le pôle. Après un laps d'environ 12000 ans, l'étoile α de la Lyre, la plus brillante de l'hémisphère boréal, occupera la position remarquable d'une étoile polaire, à la distance d'environ cinq degrés du pôle.

268. La *nutation* de l'axe de la terre est un petit mouvement circulaire lent et subordonné, par lequel, s'il subsistait seul, le pôle décrirait parmi les étoiles, dans

l'espace d'environ dix-neuf ans, une très petite ellipse, dont le grand diamètre serait de 18″, 5, et le petit de 13″, 74; le grand étant dirigé vers le pôle de l'écliptique, et le petit le coupant à angles droits. La conséquence de ce mouvement réel du pôle est le rapprochement ou l'éloignement apparens de toutes les étoiles relativement au pôle dans le même espace de temps. Puisque, de même, le lieu de l'équinoxe sur l'écliptique est déterminé par le lieu du pôle du monde, la même cause créera alternativement une légère avance et une légère rétrogradation des points équinoxiaux, par lesquels, dans le même intervalle, tant les longitudes que les ascensions droites des étoiles, se trouveront aussi alternativement augmentées et diminuées.

269. L'un et l'autre de ces mouvemens, toutefois, quoique considérés ici à part, subsistent simultanément; et comme, tandis qu'en vertu de la nutation le pôle décrit sa petite ellipse de 18″, 5 de diamètre, ce même pôle parcourt, par l'effet du mouvement plus grand et régulièrement progressif de précession, un arc de sa circonférence autour du pôle de l'écliptique correspondant à dix-neuf années, c'est-à-dire un arc de dix-neuf fois 50″, 1 autour du centre; ce qui, dans un petit cercle de 23° 28′ de diamètre, correspond à un arc de 6′ 20″, vu du centre de la sphère. Le chemin qu'il parcourra en vertu des deux mouvemens simultanés, ne sera ni une ellipse, ni une circonférence parfaite, mais un anneau à légères ondulations, comme celui de la figure 41, où, cependant, cette forme circulaire est très exagérée.

270. Ces mouvemens de précession et de nutation sont communs à tous les corps célestes, tant fixes qu'errans; et cette circonstance met dans l'impossibilité de les attribuer à d'autres causes qu'au mouvement réel de l'axe de la terre, tel que nous l'avons décrit. S'ils n'affectaient que les étoiles, on pourrait, avec une égale apparence de raison, prétendre qu'ils proviennent de la rotation *réelle* des cieux étoilés, comme une coque solide, autour d'un axe qui passe par les pôles de l'écliptique, dans 25868 ans, et d'un mouvement circulaire réel et elliptique de cet axe dans dix-neuf ans; mais puisqu'ils affectent aussi le soleil, la lune et les planètes qui, ayant des mouvemens indépendans du corps général des étoiles, ne peuvent, sans absurdité, passer pour être attachés à la concavité du ciel, cette idée tombe d'elle-même; il ne reste donc plus que le mouvement réel de la terre, qui puisse les expliquer. On fera voir dans un des chapitres suivans que ce sont des conséquences nécessaires de la rotation de la terre, combinées avec sa figure elliptique, et avec l'attraction inégale du soleil et de la lune, sur ses régions polaires et équatoriales.

271. Considérés sous le rapport uranographique, comme affectant les lieux apparens des étoiles, ils sont de la plus haute importance dans l'astronomie pratique. Lorsque nous parlons de l'ascension droite et de la déclinaison d'un objet céleste, il devient nécessaire d'établir quelle *époque* nous entendons, et si nous voulons parler de l'ascension droite *moyenne*, c'est-à-dire corrigée de la fluctuation périodique, qui provient de la nutation, ou bien de l'ascension droite *apparente* qui, étant comptée du lieu réel de l'équinoxe du printemps, est affectée de l'avance et de la rétrogradation du point équinoxial qui en résultent; et ainsi des autres élémens. C'est un usage reçu parmi les astronomes, de réduire toutes leurs observations, tant d'ascension droite que de déclinaison, à quelque époque commune et commode, comme le commencement de l'année pour des besoins temporaires, ou de la décade, ou du siècle, pour des usages plus permanens, en en soustrayant tout l'effet de la précession dans l'intervalle; et, de plus, de les dépouiller de l'influence de la nutation en recherchant et retranchant la somme de changement, tant en ascension droite qu'en déclinaison, due au déplacement du pôle du centre à la circonférence de la petite ellipse ci-dessus mentionnée. Ce dernier travail s'appelle *équation* de l'observa-

tion pour la nutation, et l'on a toujours entendu par ce mot en astronomie, l'action de se débarrasser d'une cause périodique d'oscillation, et de présenter un résultat, non comme *il a été* observé, mais comme il l'aurait été, si cette cause d'oscillation n'avait pas existé.

272. Pour satisfaire à ces besoins, l'on a imaginé des formules très commodes, et dressé des tables; et quoiqu'elles aient un caractère trop scientifique pour cet ouvrage, nous n'en indiquerons pas moins la manière de procéder dans cette recherche. Nous avons fait voir à l'article 260, fig. 40, par quels moyens l'on déduit l'ascension droite et la déclinaison d'un corps céleste de sa longitude et sa latitude. En nous référant à cette figure 40, et supposant le triangle KPX projeté orthographiquement sur le plan de l'écliptique, comme dans la figure 41, dans le triangle KPX, KP est l'obliquité de l'écliptique, KX la *co-latitude* (ou complément de la latitude), et l'angle PKX la *co-longitude* du corps céleste X. Ce sont là les *données* de notre question, dont la première est constante, et les deux dernières varient par l'effet de la précession et de la nutation; et leurs variations (en considérant l'exiguité du dernier effet en général, et le petit nombre d'années en comparaison de toute la période de 25,868 ans), sont de cet ordre que l'on peut regarder en géométrie comme infinitésimal, et traiter comme tel sans crainte d'erreur. Toute la question se réduit donc à celle-ci: soit (fig. 41) le triangle sphérique KPX dont un côté KX est constant, et dont un angle K et un côté adjacent KP varient par des changemens donnés de l'ordre infinitésimal de la position de P: on demande quels changemens en résultent pour l'autre côté PX, et l'angle KPX. Voilà un problème très simple de trigonométrie sphérique qui, étant résolu, donne à l'instant les réductions que nous cherchons; car PX étant la distance polaire du corps céleste, et l'angle KPX son ascension droite *plus* 90°., leurs variations sont les quantités mêmes que nous cherchons. Il ne reste donc qu'à exprimer dans une forme convenable, le montant de la précession et de la nutation en *longitude* et en *latitude*, et alors la quantité de leur ascension droite et de leur déclinaison sera aussitôt obtenue.

273. La précession en latitude est zéro, puisqu'elle ne fait pas changer les latitudes des corps: celle en longitude est une quantité proportionnelle au temps à raison de 50″, 1 par année. Quant à la nutation en *longitude* et en *latitude*, ce n'est autre chose que *l'abscisse* et *l'ordonnée* de la petite ellipse dans laquelle se meut le pôle. Le lecteur, toutefois, ne pourra comprendre la loi de son mouvement qu'il ne se soit rendu compte des principaux caractères du mouvement de la lune, dont elle dépend. *Voyez* chap. XI.

274. Une autre conséquence de ce que nous avons fait voir au sujet de la précession et de la nutation, c'est que le *temps sidéral*, selon l'usage qu'en font les astronomes, c'est-à-dire celui qui se compte par le passage au méridien du point équinoxial, n'est *pas une quantité moyenne* ou *qui s'écoule uniformément*, puisqu'il est affecté de la nutation; et que d'ailleurs, en le comptant *ainsi*, fût-il dégagé de l'oscillation périodique de la nutation, il ne correspondrait pas encore *rigoureusement* à la rotation diurne de la terre. Comme le soleil *perd* un jour dans l'année sur les étoiles, par son mouvement *direct* en longitude, de même l'équinoxe en *gagne* un sur elles dans 25,868 ans par sa *rétrogradation*. Nous devons donc distinguer avec autant de soin entre le temps sidéral moyen, et celui apparent, qu'entre le temps solaire moyen et le temps solaire apparent.

275. Ni la précession, ni la nutation ne changent les lieux apparens des corps célestes *entre eux*. Nous les voyons, quant à ces causes, tels qu'ils *sont*, quoique d'une station plus ou moins *mobile*, comme nous voyons des objets terrestres dans l'éloignement, figurés avec exactitude, mais semblant s'élever et s'abaisser lorsqu'on les regarde du haut du tillac d'un vaisseau, à mesure que celui-ci tangue et se berce. Mais il y a une cause optique, indépendante de la réfraction

ou de la perspective, qui les déplace *entre eux*, et nous fait voir le ciel sous un aspect toujours faux, dans certaines limites très étroites; et il est nécessaire d'apprécier et de faire la part de son influence, pour constater d'une manière précise le lieu d'un corps quelconque. Cette cause est ce qu'on appelle *l'aberration de la lumière;* elle révèle un fait singulier et surprenant, savoir que nous occupons une station qui n'est pas en repos, mais en mouvement rapide, et que les directions apparentes des rayons de la lumière ne sont pas les mêmes pour un spectateur en mouvement que pour celui qui est en repos. Comme l'estimation de son effet appartient à l'uranographie, nous devons l'expliquer ici, quoique, en le faisant, il nous faille anticiper sur quelques-uns des résultats que nous détaillerons dans les chapitres suivans.

276. Supposons qu'une averse tombe perpendiculairement au milieu d'un calme plat; un individu, exposé à cette pluie, qui se tiendrait parfaitement tranquille et droit, recevrait l'eau sur son chapeau, et s'en trouverait ainsi garanti; mais s'il se mettait à courir dans une direction quelconque, il en serait frappé au visage. L'effet serait le même que s'il demeurait tranquille, et que s'il s'élevait un vent doué de la même vitesse qui poussât la pluie contre lui. Supposons encore qu'on laisse tomber une balle d'un point A (fig. 42) au-dessus d'une ligne horizontale EF, et que l'on place en B, pour la recevoir, l'ouverture d'un tube creux incliné PQ; si le tube était tenu immobile, la balle frapperait sur son côté inférieur; mais si le tube était entraîné en avant dans la direction EF avec une vitesse calculée pour chaque instant à celle de la balle, tandis qu'il *conserverait son inclinaison* à l'horizon, en sorte que lorsque la balle, dans sa descente naturelle, aurait atteint C, le tube avait été transporté dans la position RS, il est évident que la balle, pendant toute sa descente, ne quitterait pas l'axe du tube; et un spectateur, qui rapporterait au tube le mouvement de la balle, et qui serait emporté avec lui, sans avoir la conscience de son mouvement, s'imaginerait que la balle s'est mue dans la direction inclinée RS de l'axe du tube.

277. Nos yeux et nos télescopes sont des tubes de cette espèce. De quelque manière que nous considérions la lumière, soit comme une vague qui s'avance dans un éther immobile, ou comme une pluie d'atômes qui traversent l'espace, si dans le moment où les rayons traversent l'objectif de l'un ou la cornée de l'autre (moment où ils acquièrent cette convergence qui les dirige vers un certain point *dans l'espace fixe*), les fils en croix de l'un, ou la rétine de l'autre, sont frappés de côté, le point de convergence (qui demeure invariable) ne correspondra plus à l'intersection des fils au centre de la rétine. Le corps *paraîtra* alors déplacé; et la quantité de ce déplacement, c'est l'*aberration.*

278. La terre se meut dans l'espace avec une vitesse d'environ 19 milles (30,577 mètres) par seconde, dans une ellipse autour du soleil, et change par conséquent la direction de son mouvement à chaque instant. La vitesse de la lumière lui fait parcourir 192,000 milles (308,988,460 mètres) par seconde. Cette vitesse, quoique beaucoup plus grande que celle de la terre, ne *l'est pas d'une manière infinie.* Il faut du temps à la lumière pour traverser l'espace, et pendant ce temps, la terre en décrit un qui est au premier comme 19 est à 192000, ou comme la tengente de 20″. 5 est au rayon. Supposons maintenant (fig. 42) que APS représente un rayon de lumière partant d'une étoile en A, et que le tube PQ soit celui d'un télescope incliné de manière que le foyer *formé* par son objectif soit *reçu* sur ses fils en croix, il est évident, d'après ce qui a été dit, que l'inclinaison du tube doit être telle que l'on ait PS : SQ : : la vitesse de la lumière : la vitesse de la terre : : la tangente de 20″. 5 : 1; et, par conséquent, l'angle SPQ, ou PSR, dont l'axe du télescope doit dévier de la véritable direction de l'étoile, doit être de 20″. 5.

279. Un raisonnement semblable s'applique au cas où la direction du mouvement de la terre n'est pas perpendiculaire au rayon visuel. Si SB (fig. 43) est la véritable direction du rayon visuel, et AC la position dans laquelle il faut tenir le télescope selon la direction apparente, nous devons toujours avoir la proportion BC : BA : : la vitesse de la lumière : la vitesse de la terre : : le rayon : sinus de 20″. 5; car dans des angles aussi petits, peu importe que nous fassions usage des sinus ou des tangentes. Mais la trigonométrie nous fournit aussi BC : BA : : le sinus de BAC : au sinus de ACB ou CBP. Ce dernier est le déplacement apparent causé par l'aberration. On voit par là que le sinus de l'aberration, (ou puisque l'angle est extrêmement petit, l'aberration elle même) est proportionnel au sinus de l'angle fait par le mouvement de la terre, dans l'espace, avec le rayon visuel, et est par conséquent au *maximum* lorsque le rayon visuel est perpendiculaire à la direction du mouvement de la terre.

280. L'effet uranographique de l'aberration est donc de dénaturer l'aspect du ciel, de manière à refouler les étoiles vers ce point du firmament, qui est le point d'expiration de toutes les lignes parallèles à celle dans laquelle la terre se meut. Comme la terre se meut autour du soleil dans le plan de l'écliptique, ce point doit se trouver dans ce plan, à 90° d'avance sur la longitude de la terre, ou à 90° *en retard* sur celle du soleil, et change par conséquent sans cesse de lieu, en décrivant l'écliptique dans une année. Il est aisé de démontrer que l'effet sur chaque étoile particulière sera de lui faire décrire en apparence une petite ellipse dans les cieux, dont le centre est le point où l'on verrait l'étoile si la terre était en repos.

281. Ainsi l'aberration affecte les ascensions droites et les déclinaisons apparentes de toutes les étoiles, et cela de quantités faciles à calculer. Les formules les plus commodes pour atteindre ce but, et qui, embrassant systématiquement à-la-fois les corrections pour la précession et la nutation, fournissent à l'observateur les moyens les plus faciles de dégager de leur influence ses observations d'ascension droite et de déclinaison, ont été dressées par le professeur Bessel, et converties en tables, dans le supplément au premier volume des *Transactions de la société astronomique*, où on les trouvera accompagnées d'une longue liste, pour 1830, des lieux des principales étoiles, c'est l'un des ouvrages les plus utiles et les mieux rédigés dans ce genre, qui aient jamais paru.

282. Lorsque le corps dont émane le rayon visuel, est lui-même en mouvement, le meilleur moyen de concevoir l'effet de l'aberration (indépendamment des vues théoriques qui regardent la nature de la lumière) est celui que nous allons indiquer. Le rayon par lequel nous voyons un objet, n'est pas celui qu'il émet au moment où nous le regardons, mais celui qu'il a émis quelque temps auparavant, c'est-à-dire le temps employé par la lumière à traverser l'intervalle qui la sépare de nous. L'aberration d'un pareil corps, provenant alors de la vitesse de la terre, doit être appliquée comme correction à la ligne qui joint le lieu de la terre lors de l'observation, non avec celui occupé par le corps *au même moment*, mais avec celui qu'il occupait l'instant auparavant, lorsque le rayon l'a quitté. De là, il est aisé de déduire la règle donnée par les astronomes pour le cas d'un corps en mouvement. *D'après les lois connues de son mouvement et de celui de la terre, calculer son mouvement angulaire apparent ou relatif dans le temps employé par la lumière à traverser la distance qui le sépare de la terre. C'est là son aberration, et son effet est de le déplacer dans une direction contraire à son mouvement apparent relatif parmi les étoiles.*

Nous terminerons ce chapitre par quelques problèmes uranographiques d'un usage fréquent, que l'on peut résoudre par les règles de la trigonométrie sphérique.

283. Etant données trois quelconques des cinq quantités suivantes, en trouver une ou les deux autres :

1°. La latitude du lieu; 2°. La déclinaison d'un corps; 3°. Son angle horaire à l'orient ou à l'occident du méridien; 4°. Sa hauteur; 5°. Son azimut.

Dans la figure 11, dont il a été question à l'article 94, P est le pôle, Z le zénith, et S l'étoile; et les cinq quantités ci-dessus mentionnées, ou leurs complémens constituent les côtés et les angles du triangle sphérique PZS; PZ étant le complément de la latitude, PS celui de la déclinaison, ou la distance polaire; SPZ l'angle horaire; PS le complément de la hauteur, ou la distance au zénith, et PZS l'azimut. Par la solution de ce triangle sphérique, on peut donc résoudre tous les problèmes où les relations de ces quantités sont établies.

284. Supposons, par exemple, que l'on demandât le moment du lever ou du coucher du soleil ou d'une étoile, dont on aurait donné l'ascension droite et la distance polaire. L'étoile se lève lorsqu'elle est *en apparence* à l'horizon, ou *en réalité* quand elle est environ 34′ au-dessous, à cause de la réfraction; en sorte que, à l'instant de son lever apparent, sa distance au zénith est de 90° 34′ = ZS (fig. 11). Sa distance polaire PS étant également donnée, ainsi que le complément de latitude ZP du lieu, nous connaissons les trois côtés du triangle pour trouver l'angle horaire ZPS qui, étant trouvé, doit s'ajouter à l'ascension droite de l'étoile, ou en être retranché, ce qui donnera le temps sidéral du coucher ou du lever, que nous pouvons, au besoin, convertir en temps solaire par les règles et les tables adaptées à cet usage.

285. Comme nouvelle application du même triangle, nous pouvons proposer de trouver le temps sidéral local, et la latitude du lieu d'observation, en observant des hauteurs égales de la même étoile à l'orient et à l'occident du méridien, et en notant l'intervalle des observations en temps sidéral.

Les angles horaires qui correspondent à des hauteurs égales d'une étoile étant égaux, l'angle horaire oriental ou occidental sera mesuré par la moitié de l'intervalle écoulé entre les observations. Ainsi, dans notre triangle (fig. 11), nous avons donné cet angle horaire ZPS, la distance polaire PS de l'étoile, et ZS, complément de sa hauteur au moment de l'observation. Nous pouvons donc trouver PZ, complément de la hauteur du lieu. De plus, l'angle horaire de l'étoile étant connu, ainsi que son ascension droite, on connaît le point de l'équateur qui est au méridien au moment de l'observation, et, par conséquent, le temps local sidéral en ce moment. C'est un moyen très commode pour déterminer la latitude et le temps à une station inconnue.

286. Il est souvent utile de connaître la situation de l'écliptique à chaque instant dans la partie visible du ciel, c'est-à-dire, les points où il coupe l'horizon, et la hauteur de son point le plus élevé, ou, comme on l'appelle quelquefois, le *nonagésime*, qui est le point de l'écliptique éloigné de 90 degrés de ceux où il coupe l'horizon : il importe aussi de savoir quelle est l'ascension droite de ce point même de l'écliptique. Ces questions, et toutes celles de ce genre, se résolvent par le triangle sphérique ZPE, formé (fig. 44) par le zénith Z (considéré comme le pôle de l'horizon), le pôle de l'équateur P, et le pôle de l'écliptique E. Le temps sidéral étant donné, ainsi que l'ascension droite du pôle de l'écliptique (qui est toujours le même, savoir 18h. 0′ 0″), l'angle horaire ZPE de ce point est connu. Nous connaissons donc dans ce triangle PZ, complément de la latitude; PE, distance polaire du pôle de l'écliptique, ou 23° 28′, et l'angle ZPE, au moyen desquels nous pouvons trouver, 1°. le côté ZE, que l'on voit aisément être égal à la hauteur du nonagésime cherché, et 2°. l'angle PZE, qui est l'azimut du pôle de l'écliptique, et qui, par conséquent, étant ajouté à et soustrait de 90°, donne les azimuts des intersections orientale et occidentale de l'écliptique avec l'horizon. Enfin, la longitude du nonagésime peut s'obtenir en calculant dans le même triangle l'angle PEZ, qui en est le complément.

287. *L'angle de situation* d'un astre est l'angle compris entre des cercles de latitude et de déclinaison qui passent par cet astre. Pour le déterminer dans tous les cas, il faut résoudre le triangle PSE, dans lequel sont donnés PS, PE, et l'angle SPE, qui est la différence entre l'ascension droite de l'étoile et 18 heures, ce qui conduira aisément à trouver l'angle PSE requis. Cet angle est employé dans beaucoup de recherches physico-astronomiques. On l'appelle, dans la plupart des livres d'astronomie, *l'angle de position.*

288. D'après ces exemples, la manière de traiter, dans l'uranographie, les questions qui dépendent de la trigonométrie sphérique, sera claire, et présentera, dans la plupart des cas, peu de difficulté, si le lecteur s'attache à bien retenir cette maxime pratique, *qu'il vaut mieux considérer les pôles des grands cercles auxquels se rapporte son théorême, que les cercles eux-mêmes.*

CHAPITRE V.

DU MOUVEMENT DU SOLEIL.

Le mouvement apparent du soleil n'est pas uniforme. — Son diamètre apparent est aussi variable. — On en a conclu la variation de sa distance. — Son orbite apparente est une ellipse. — Loi de la vitesse angulaire. — Uniformité des aires parcourues. — Parallaxe du soleil. — Sa distance et sa grandeur. — Explication du système de Copernic sur le mouvement apparent du soleil. — Parallélisme de l'axe de la terre. — Les saisons. — Chaleur reçue du soleil dans différentes parties de l'orbite.

289. Dans les chapitres précédens, l'on a fait voir que le chemin apparent du soleil est une grande circonférence de la sphère, qu'il parcourt dans l'espace d'une année sidérale. Il suit de là que la ligne qui joint la terre et le soleil est toujours *dans un même plan;* et que, par conséquent, quel que soit le mouvement réel qui crée ce mouvement apparent, il doit être réduit à un seul plan, que l'on appelle *le plan de l'écliptique.*

290. Nous avons déjà vu (art. 118) que le mouvement du soleil en ascension droite parmi les étoiles n'est pas uniforme. Cela est dû en partie à l'obliquité de l'écliptique, en conséquence de laquelle des variations égales en longitude ne correspondent pas à des changemens égaux d'ascension droite. Mais si nous observons le lieu du soleil journellement dans le cours de l'année, au moyen de la méridienne, et que par là nous calculions la longitude de chaque jour, on trouvera encore que, même dans ce qui lui est propre, son mouvement angulaire apparent est loin d'être uniforme. Le changement de longitude dans 24 heures solaires moyennes est de 0° 59′ 8″, 33; mais vers le 31 décembre, il se monte à 1° 1′ 9″, 9, et vers le 1er. juillet, il n'est que de 0° 57′ 11″, 5. Telles sont les limites extrêmes, et telle est la valeur moyenne de la vitesse angulaire apparente du soleil dans son orbite annuelle.

291. Cette variation de sa vitesse angulaire est accompagnée d'un changement correspondant de distance par rapport à nous. Ce changement se reconnaît par la variation que l'on remarque dans son diamètre apparent, lorsqu'on le mesure, à des saisons différentes de l'année, avec un instrument propre à cet usage, appelé *l'héliomètre;* on le reconnaît aussi en calculant le temps qu'emploie son disque à traverser le méridien dans l'instrument des passages. Le plus grand diamètre apparent correspond au 31 décembre, ou à la plus grande vitesse angulaire; il est de 32′ 35″, 6; le moindre est de 31′ 31″, 0, et correspond au 1er. juillet; époques où, comme nous l'avons vu, le mouvement angulaire est aussi à son extrême limite dans l'un et l'autre sens. Or, comme nous ne pouvons

supposer que le soleil change de grandeur réelle périodiquement, le changement observé de sa grandeur apparente ne peut venir que d'un changement réel de distance ; et les sinus ou tangentes de ces petits arcs étant proportionnels aux arcs eux-mêmes, ses distances à notre égard, aux époques ci-dessus mentionnées, doivent être en raison inverse des diamètres apparens. On peut donc inférer de là que la plus grande, la moyenne et la plus petite distance du soleil à nous sont dans les proportions respectives des nombres 1,01679, 1,00000 et 0,98321, et que sa vitesse angulaire apparente diminue à proportion que la distance augmente, *et vice versâ.*

292. Il suit de ce qui précède que l'orbite réelle du soleil, en la rapportant à la terre supposée en repos, n'est pas une circonférence qui ait la terre pour centre. La situation de la terre y est *excentrique*, et cette *excentricité* s'élève à 0,01679 de la distance moyenne, que l'on peut regarder comme notre unité de mesure dans cette recherche. En outre de cela, la *forme* de l'orbite n'est pas circulaire, mais elliptique. Si d'un point quelconque O (fig. 45), pris pour représenter la terre, nous tirons une ligne OA, dans une direction fixe ; que nous partions ensuite de là pour former une série d'angles, AOB, AOC, etc., égaux aux longitudes observées du soleil dans sa course annuelle ; que, dans ces directions respectives, nous mesurions depuis O les distances OA, OB, OC, etc., représentant les distances déduites du diamètre observé, et qu'après cela nous joignions toutes les extrémités A, B, C, etc., de ces lignes par une courbe continue, il est évident que nous aurons là une représentation exacte de l'orbite du soleil autour de la terre. Or, cela étant fait, on voit aussitôt une déviation de la figure circulaire dans la courbe qui en résulte ; on la trouve évidemment oblongue, c'est-à-dire, elliptique, et l'on s'aperçoit que le point O n'occupe point le *centre*, mais un des foyers de l'ellipse. Le procédé graphique que nous décrivons ici est suffisant pour indiquer la figure générale de la courbe en question ; mais pour arriver à une vérification exacte, il est nécessaire de recourir aux propriétés de l'ellipse, et d'exprimer la distance de chacun de ces points par les valeurs que donne la situation angulaire de ces points à l'égard du grand diamètre de l'ellipse. C'est ce que l'on peut faire très facilement ; et lorsque le calcul est établi sur la supposition de l'excentricité ci-dessus mentionnée, l'on trouve un parfait accord entre les distances ainsi comptées et celles déduites de la mesure du diamètre apparent.

293. La moyenne distance de la terre au soleil étant prise pour unité, les extrêmes sont 1.01679 et 0.98321. Mais si nous comparons de la même manière la vitesse angulaire moyenne avec les extrêmes, la plus grande et la moindre, nous trouverons qu'elles sont comme les nombres 1.03386, 1.00000, et 0.96614. La variation de la *vitesse angulaire* du soleil est donc beaucoup plus grande à proportion que celle de sa distance, et n'est pas moins du double ; et si nous en examinons les expressions numériques à différentes époques, en les comparant à la valeur moyenne, ainsi qu'aux distances correspondantes, on trouvera que, de quelque fraction de sa valeur moyenne la distance excède la moyenne, la vitesse angulaire sera moindre que sa quantité moyenne d'environ la moitié de la dernière, et *vice versâ.* De là nous sommes amenés à conclure que la *vitesse angulaire* est en raison inverse, non simplement de la distance, mais de son *carré ;* en sorte que, pour comparer le mouvement journalier du soleil en longitude, en un point donné, A, de son orbite, avec celui en B (fig. 45), nous devons établir cette proportion :

$\overline{OB}^{1} : \overline{OA}^{2}$: : le mouvement journalier en A : mouvement journalier en B ;

et cette vérité est constatée avec exactitude dans toutes les parties de l'orbite.

294. Nous tirons de là une autre conclusion remarquable, savoir, que si l'on

suppose le soleil se mouvoir réellement sur la ligne qui termine le plan de cette ellipse, sa vitesse ne peut être uniforme, mais doit être la plus grande à sa moindre distance, et la plus petite à sa plus grande distance; car, si elle était uniforme, la vitesse angulaire apparente serait, par suite, inversement proportionnelle à l'éloignement; et cela parce que le même changement linéaire de lieu étant produit dans le même temps à diverses distances de l'œil, doit, par les lois de la perspective, correspondre à des déplacemens angulaires apparens inversement comme ces distances. Ainsi, puisque l'observation indique une loi plus rapide de variation dans les vitesses angulaires, il est évident qu'un pur changement de distance, sans être accompagné d'un changement de vitesse réelle, ne suffit pas pour l'expliquer, et que l'augmentation de rapprochement du soleil vers la terre doit être accompagnée d'un accroissement effectif de sa vitesse réelle dans son orbite.

295. Cette direction elliptique du chemin du soleil, la position excentrique de la terre dans l'ellipse, et la vitesse inégale avec laquelle le soleil lui-même le franchit, tout tend à rendre difficile, et même impossible, le calcul de sa longitude d'après la théorie (c'est-à-dire d'après la connaissance des causes et de la nature de son mouvement) aussi long-temps que la *loi* de sa vitesse effective reste inconnue, Cette *loi*, cependant, ne nous frappe pas au premier abord; elle ne vient pas, pour ainsi dire, au-devant de nos recherches, comme la forme elliptique de l'orbite, en se prêtant à une comparaison directe des angles et des distances, mais elle exige un examen attentif de toute la série des observations enregistrées pendant une période entière. Ce ne fut donc pas sans un calcul pénible et laborieux qu'elle fut découverte par Kepler (qui fut aussi le premier à constater la forme elliptique de l'orbite), et annoncée dans les termes suivans : Admettons qu'une ligne joigne constamment le soleil, supposé en mouvement, tandis que la terre serait en repos : alors, à mesure que le soleil se mouvra sur le contour de son ellipse, cette ligne (que l'on appelle en astronomie *rayon vecteur*) *décrira* cette portion de *l'aire* entière ou *surface* de l'ellipse qui est comprise entre ses positions consécutives : et le mouvement du soleil sera tel que des *aires égales seront* ainsi *parcourues dans des temps égaux* par le rayon vecteur opérant sa révolution, sur quelque point du contour de l'ellipse que le soleil puisse se mouvoir.

296. Il suit nécessairement de là que, dans des temps inégaux, les aires décrites doivent être proportionnelles aux temps : ainsi, dans la figure 45, le temps dans lequel le soleil se meut de A en B est au temps dans lequel il se meut de C en D, comme l'aire du secteur elliptique AOB est à l'aire du secteur DOC.

297. Les circonstances du mouvement annuel apparent du soleil peuvent donc se résumer de la manière suivante : Il s'opère dans une orbite qui se trouve dans un seul plan qui passe par le centre de la terre, appelé le plan de l'écliptique, et dont la projection dans le ciel est le grand cercle ainsi nommé. Dans ce plan, toutefois, le chemin réel n'est pas circulaire, mais elliptique, ayant la terre, non à son centre, mais à un de ses foyers. L'excentricité de cette ellipse est de 0.01679, en parties de l'unité égale à la *moyenne distance*, ou *la moitié du grand diamètre de l'ellipse*; et le mouvement du soleil dans le contour de cette figure est réglé de manière à ce que des aires égales de l'ellipse sont parcourues par le rayon vecteur dans des temps égaux.

298. Ce que nous venons d'établir ne suppose point que l'on connaisse la distance réelle de la terre au soleil, ni par conséquent les dimensions de son orbite, non plus que le volume du soleil lui-même. Pour arriver à quelque résultat à cet égard, nous devons d'abord considérer par quels moyens nous pouvons parvenir à la connaissance de l'éloignement d'un objet dont nous ne pouvons approcher. Or, il est évident qu'il n'y a que sa *parallaxe* qui puisse nous fournir

des lumières à cet égard. On peut définir en général la parallaxe *le changement de situation apparente d'un objet produit par le changement réel de situation de l'observateur.* Supposons donc (fig. 46) que PABQ représente la terre, C son centre, et S le soleil, et que A, B soient deux stations d'un spectateur, ou, ce qui revient au même, les stations de deux spectateurs, observant l'un et l'autre le soleil S au même instant. Le spectateur A le verra dans la direction AS*a*, et le rapportera à un point *a* dans la sphère indéfiniment éloignée des étoiles, tandis que le spectateur B le verra dans la direction BS*b*, et le rapportera à *b*. L'angle compris par ces deux rayons visuels, mesuré par l'arc céleste *ab*, qui est la quantité dont le soleil est *déplacé*, est égal à l'angle ASB; et si cet angle est connu, ainsi que les situations de A et de B, et la partie de la surface de la terre AB comprise entre ces points, il est évident que l'on peut calculer la distance CS.

299. Cependant la parallaxe, dans l'acception astronomique du mot, a une signification plus technique; elle est restreinte à la différence des positions apparentes de tout corps céleste vu d'une station sur la *surface* de la terre, et de son *centre*. *Le centre de la terre* est la station générale à laquelle se rapportent toutes les observations astronomiques : mais, comme nous observons depuis la surface, *une réduction au centre* est nécessaire; et le montant de cette réduction s'appelle *parallaxe*. Ainsi, le soleil étant vu, du centre de la terre, dans la direction CS, et de A, sur la surface de la terre, dans la direction AS, l'angle ASC, compris entre ces deux rayons visuels, est la parallaxe en A, et pareillement BSC l'est en B.

La parallaxe dans ce sens peut se distinguer, par la dénomination de *diurne*, ou *géocentrique*, de celle *annuelle* ou *héliocentrique*. Nous en parlerons dans la suite avec plus de détails.

300. On obtient donc la réduction de la parallaxe, dans tous les cas, en résolvant le triangle ACS (fig. 46), formé par le spectateur, le centre de la terre, et le corps observé; et comme le côté CA prolongé passe par le zénith de l'observateur, il est évident que *l'effet de la parallaxe*, dans son acception technique considérée ici, *est toujours d'abaisser le corps céleste observé dans un cercle vertical.* Pour exprimer le degré de cette dépression, nous avons, par la trigonométrie plane,

CS : CA : : sinus de CAS : sinus de ASC.

301. Ainsi la parallaxe, pour des corps équidistans de la terre, est proportionnelle aux sinus de leurs distances au zénith. Elle est donc à son maximum lorsque le corps observé est à l'horizon. Dans cette situation, on l'appelle *parallaxe horizontale ;* et lorsque celle-ci est connue, comme les petits arcs sont proportionnels à leurs sinus, on peut aisément obtenir la parallaxe à toute hauteur donnée, par la règle suivante :

La parallaxe est égale à la parallaxe horizontale multipliée par le sinus de la distance au zénith.

La parallaxe horizontale s'obtient par cette proportion :

La distance du corps céleste est au rayon de la terre comme ce rayon est au sinus de la parallaxe horizontale.

Elle est donc connue lorsqu'on connaît la proportion qui existe entre la distance du corps céleste et le rayon de la terre; et *vice versâ*, si, par une méthode quelconque d'observation, nous pouvons arriver à la connaissance de la parallaxe horizontale d'un corps céleste, sa distance, exprimée en unités du rayon de la terre, est connue aussi.

302. Appliquons ce raisonnement général au cas du soleil. Nous supposerons deux observateurs, l'un dans l'hémisphère septentrional, l'autre dans celui méridional, dont les stations soient au même méridien, pour observer le même jour les

hauteurs méridiennes du centre du soleil. Après en avoir déduit les distances apparentes au zénith, et les avoir dégagées des effets de la réfraction, si la distance du soleil était égale à celle des étoiles, la somme des distances au zénith ainsi trouvées, serait exactement égale à celle des latitudes septentrionales et méridionales des lieux d'observation : car la somme en question serait alors égale (fig. 46) à l'angle ZCX, qui est la distance des stations. Mais l'effet de la parallaxe étant, dans les deux cas, d'augmenter les distances apparentes au zénith, leur somme observée sera plus grande que celle des latitudes de toute la quantité réunie des deux parallaxes, ou de l'angle ASB. On obtient donc cet angle en soustrayant la somme des latitudes de celle des distances au zénith; et cela une fois déterminé, la parallaxe horizontale se trouve aisément, en divisant cet angle par la somme des sinus des deux latitudes.

303. Si les deux stations ne sont pas exactement sous le même méridien (condition très difficile à remplir), on n'en suivra pas moins le même procédé, en ayant soin de mettre en ligne de compte la différence de la distance zénithale réelle du soleil dans l'intervalle de temps écoulé entre ses passages aux méridiens des deux lieux. Cette différence s'évalue facilement, soit au moyen de tables du soleil, basées sur l'épreuve d'une longue suite d'observations, soit par la propre observation de sa hauteur méridienne plusieurs jours avant et après celui auquel se font les observations pour la parallaxe. Ainsi, plus les stations sont rapprochées dans le sens de la longitude, moins cet intervalle de temps est considérable, et moindre est la quantité de cette correction; en sorte que la précision du résultat final est d'autant moins compromise dans toute incertitude du changement journalier de la distance au zénith qui pourrait résulter de l'imperfection des tables solaires, ou dans les observations faites pour la déterminer.

304. La parallaxe horizontale du soleil a été conclue d'observations du genre de celles dont on a parlé ci-dessus, faites à des stations les plus éloignées l'une de l'autre en latitude, et auxquelles des observatoires ont été établis. Elle a aussi été déduite d'autres méthodes d'une nature plus délicate, et susceptibles d'une beaucoup plus grande exactitude, dont nous parlerons ci-après. Trouvée par ces moyens, elle est d'environ 8″, 6. Toute petite qu'est cette quantité, on ne peut douter que ce ne soit une approximation assez exacte; et d'après cette donnée, nous sommes obligés de reconnaître que le soleil est situé à une moyenne distance de nous qui n'est pas moindre que 23984 fois la grandeur du rayon de la terre, ou environ 95000000 de milles (152884915500 mètres). (1)

305. Qu'à cette immense distance où est le soleil il nous apparaisse de la grandeur que nous lui voyons, et qu'il exerce une si puissante influence sur nous par sa chaleur et sa lumière, il y a là de quoi nous inspirer une haute idée de sa grandeur réelle, et du degré d'action de ces forces imposantes qui le constituent, et par lesquelles il est en état de nous fournir sans cesse ces deux élémens avec la plus grande libéralité. Cette grandeur réelle, il nous est facile de l'assigner en connaissant sa distance, et les angles sous lesquels nous voyons le diamètre de ce globe. Un corps placé à 95000000 de milles (152884915500 mètres), et sous tendant un angle de 32′. 3″, doit avoir un diamètre réel de 882,000 milles (1419415742 mètres). Tel est donc le diamètre de cet étonnant luminaire; si nous le comparons aux évaluations que nous avons déjà données de l'étendue de la terre, nous trouverons que la grandeur de son diamètre est à celle du diamètre de la terre comme 111. 1/2 est à 1, et que son volume est à celui de notre globe comme 1384472 est à l'unité.

(1) Lorsque le nombre de mètres est trop considérable, comme dans ce cas-ci, pour se faire une idée claire de l'étendue, il n'y a qu'à compter en myriamètres, en supprimant les quatre derniers chiffres. (*Note du traducteur.*)

306. Il n'est guère possible d'éviter d'associer les idées que nous nous formons d'un corps d'une figure globuleuse limitée, et de si énormes dimensions, à quelque attribut correspondant de solidité matérielle. Que le soleil ne soit pas un simple fantôme, mais un corps d'une structure et d'une économie particulières, c'est ce dont nous ne pouvons douter au moyen de nos télescopes. Ils nous font voir des taches noires sur sa surface, qui changent lentement de lieu et de forme : et en remarquant attentivement leur situation, à des temps différens, les astronomes se sont assurés que le soleil tourne autour d'un axe incliné constamment de 7°. 20′ sur le plan de l'écliptique, en effectuant sa révolution dans l'espace de 25 jours dans le même sens que la rotation de la terre, c'est-à-dire d'occident en orient. Il y a donc ici analogie avec notre globe, la révolution plus lente (1) et plus majestueuse du soleil ne faisant que correspondre avec les dimensions plus grandes de ce corps. Or, l'idée que nous nous faisons de cette masse imposante, ne nous permet guère de la supposer en circulation autour d'un corps comparativement aussi petit que l'est la terre, sans, d'un côté, qu'elle entraîne cette dernière, et la déplace, si elle lui est enchaînée par quelque lien invisible; ou, d'autre part, si ce lien n'existe pas, sans qu'elle poursuive seule sa course dans l'espace, et laisse la terre derrière elle. Si nous lions deux pierres ensemble avec un cordon, et que nous les lancions à une certaine hauteur, nous les voyons circuler autour d'un point au milieu d'elles, qui est leur centre commun de gravité; mais si l'une d'elles est beaucoup plus pesante que l'autre, ce centre commun sera proportionnellement plus près de cette dernière, et même dans son intérieur, en sorte que la plus petite circulera dans le fait autour de la plus grande, qui ne sera comparativement que très peu dérangée de sa place.

307. Soit que la terre tourne autour du soleil, que le soleil tourne autour de la terre, ou que l'un et l'autre tournent autour de leur centre commun de gravité, peu importe, eu égard aux apparences, pourvu que l'on suppose les étoiles assez éloignées pour n'éprouver aucun déplacement *parallactique* apparent et sensible par le mouvement ainsi attribué à la terre.

Que telle soit ou non leur condition, c'est encore un problème; et l'absence de toute quantité assignable d'un tel déplacement, ne nous permet pas de conclure autre chose, sinon que l'échelle de l'univers sidéral est si grande, que l'orbite mutuelle de la terre et du soleil peut être regardée comme un point imperceptible. En admettant donc, conformément aux lois de la dynamique, que deux corps liés entre eux, et tournant autour l'un de l'autre dans l'espace libre, tournent, dans le fait, autour de leur centre commun de gravité, qui demeure immobile par leur action réciproque, il s'agit maintenant de savoir *en quel point* intermédiaire ce centre est situé. La mécanique nous enseigne que ce point partage la distance des deux corps en raison inverse de leurs *poids* ou *masses*; et des calculs fondés sur des phénomènes, dont nous rendrons compte plus loin, nous apprennent que cette raison dans le cas du soleil et de la terre, est exactement celle de 354936 à 1, le soleil étant dans cette proportion plus pesant que la terre. Il suit de là que le centre de gravité, autour duquel ils circulent l'un et l'autre, n'est qu'à 267 milles (429687 mètres) du centre du soleil, ou environ la 3300e partie de son diamètre.

308. Conformément aux assertions ci-dessus, et pour coordonner notre système avec les principes de Copernic, nous devons donc désormais apprendre à regarder le soleil comme le centre comparativement immobile autour duquel la terre décrit une ellipse annuelle avec une vitesse réglée par la loi précitée, le soleil occupant

(1) Il ne faut pas confondre *révolution* avec *mouvement*, car le mouvement de la terre, dans le sens de la rotation, est plus lent que celui de rotation du soleil, et cela dans le rapport de 1 à 4. (*Note du traducteur.*)

un de ses foyers d'où il dispense tranquillement de tous côtés sa lumière et sa chaleur ; tandis que la terre se mouvant autour de ce globe, et se présentant à lui en divers sens à différentes époques de l'année et du jour, subit les vicissitudes du jour et de la nuit, de l'été et de l'hiver, dont nous jouissons.

309. Dans ce mouvement annuel de la terre, son axe conserve, dans tous les temps, la même direction que si le mouvement de translation n'existait pas ; il est transporté circulairement, parallèle à lui-même, de manière à se diriger constamment vers le même point d'expiration dans la sphère sidérale. Voilà ce qui donne lieu à la variété des saisons, comme nous allons l'expliquer. Dans ce travail, nous négligerons (pour un motif dont nous rendrons compte tout-à-l'heure) l'ellipticité de l'orbite, et nous la supposerons un cercle, avec le soleil au centre.

310. Soient S le soleil (fig. 47), et A,B,C,D quatre positions de la terre dans son orbite, à une distance de 90° entre elles, savoir A, celle qu'elle occupe au 20 mars, ou à l'équinoxe du printemps ; B, au 21 juin, ou au solstice d'été ; C, au 23 septembre, ou à l'équinoxe d'automne ; et D, au 21 décembre, ou au solstice d'hiver. Que dans chacune de ces positions PQ représente l'axe de la terre, autour duquel s'opère sa rotation, indépendamment de sa translation annuelle. Puisque le soleil ne peut éclairer que la moitié de la surface à-la-fois, savoir, celle qui est tournée de son côté, les parties ombrées du globe dans ses diverses positions représenteront l'obscurité, et les parties brillantes les hémisphères éclairés de la surface de la terre dans ces positions. Or, premièrement, dans la position A le soleil est sur la ligne droite qui passe par le centre de la terre et l'intersection de l'équateur FE avec l'écliptique HG ; il est donc à l'équinoxe ; et dans cette position les pôles P,Q, rasent tous les deux les limites du côté éclairé. Il est donc alors jour à-la-fois dans la moitié de l'hémisphère septentrional et dans la moitié du méridional ; et comme la terre tourne sur son axe, chaque point de sa surface décrit la moitié de sa course diurne dans la lumière, et la moitié dans les ténèbres ; en d'autres termes, la durée du jour et celle de la nuit sont alors égales par tout le globe : c'est de là qu'est venu le terme d'*équinoxe*. On en peut dire autant de l'équinoxe d'automne à la position C.

311. B est la position de la terre lors du *solstice d'été dans l'hémisphère septentrional*. Ici le pôle boréal P, et une partie considérable de la surface de la terre dans son voisinage jusqu'en B, sont situés *dans* la moitié éclairée. Comme la terre tourne sur son axe, il s'ensuit que dans cette position toute cette partie est constamment éclairée, et qu'ainsi, à ce point de son orbite, ou en cette saison de l'année, il y a jour continuel au pôle boréal, et dans toute cette région de la terre qui entoure ce pôle jusqu'en B, c'est-à-dire jusqu'à la distance de 23°. 28′ du pôle, ou jusqu'à la limite que l'on appelle en géographie *la circonférence du cercle polaire arctique*. D'autre part, le pôle austral ou opposé, Q, avec toute la région comprise dans le cercle antarctique, jusqu'à 23°. 28′ du pôle austral, est plongé dans les ténèbres dans cette saison, pendant toute la rotation diurne, en sorte qu'il y a nuit continuelle.

312. Quant à la portion de la surface comprise entre les cercles arctique et antarctique, il n'est pas moins évident, les circonstances demeurant les mêmes que dans l'article qui précède, que plus un point est près du pôle boréal, plus sera grande la partie de sa course diurne, comprise dans la lumière, et plus sera petite celle comprise dans les ténèbres ; c'est-à-dire que plus son jour sera long, et plus sa nuit sera courte. Chaque station au nord de l'équateur aura un jour plus grand et une nuit plus courte que 12 heures, et *vice versâ*. Tous ces phénomènes sont exactement renversés lorsque la terre arrive au point opposé D de son orbite.

313. Or, la température d'une partie quelconque de la surface de la terre dépend principalement, sinon tout-à-fait, de son exposition aux rayons du soleil. Toutes les fois que le soleil est au-dessus de l'horizon d'un lieu, ce lieu reçoit de la chaleur en vertu de ce qu'on appelle la *radiation* ; lorsqu'il est au-dessous, il l'abandonne, et l'ensemble des quantités reçues et abandonnées dans l'année doit être tel qu'elles se balancent à chaque station, ou l'équilibre de la température ne pourrait se soutenir. Toutes les fois donc que le soleil demeure plus de 12 heures au-dessus de l'horizon d'une station, et moins au-dessous, la chaleur générale de ce lieu sera supérieure à la moyenne, et inférieure dans le cas contraire. Comme donc la terre se meut de A en B, les jours devenant plus longs, et les nuits plus courtes, dans l'hémisphère septentrional, la température de chaque partie de cet hémisphère s'accroît, et nous passons du printemps à l'été ; tandis que, dans le même temps, le contraire a lieu dans l'hémisphère méridional. A mesure que la terre s'avance de B en C, les jours et les nuits sont sur la voie de redevenir égaux ; l'excès de température dans l'hémisphère septentrional au-dessus de la moyenne diminue, aussi bien que l'excès de cette dernière sur celle de l'hémisphère méridional ; et à l'équinoxe d'automne C, l'état moyen est encore une fois obtenu. De là jusqu'en D, et, enfin, jusqu'au retour en A, tous les mêmes phénomènes, cela est évident, doivent se reproduire, mais à rebours ; c'est maintenant l'hiver qui règne dans l'hémisphère boréal, et l'été dans celui austral.

314. Tout ceci est dans un parfait accord avec les faits observés. Le jour continuel dans le cercle polaire arctique en été, et la nuit en hiver ; l'accroissement général de température et de longueur du jour à mesure que le soleil approche du pôle élevé, et le renversement des saisons dans les hémisphères boréal et austral, sont des faits trop bien connus pour demander de plus amples éclaircissemens. Les positions A, C de la terre correspondent, comme nous avons dit, aux équinoxes ; celles en B et D aux *solstices*. Ce terme a besoin d'être expliqué. Si (fig. 47), à un point quelconque X de l'orbite, nous tirons XP parallèle à l'axe de la terre, et que nous joignions X avec le centre du soleil S, il est évident que l'angle PXS sera la *distance polaire* du soleil. Or cet angle est à son maximum dans la position D, et à son minimum en B ; dans le premier cas, il est égal à 90° + 23° 28′, ou 103° 28′, et dans le second il est de 90° — 23° 28′, ou 66° 32′. En ces points le soleil cesse de s'approcher ou de s'éloigner du pôle, et de là le nom de *solstice*.

315. La forme elliptique de l'orbite de la terre ne contribue que très légèrement à produire la variation de température correspondante à la différence des saisons. Cette assertion peut, au premier aspect, paraître incompatible avec ce que nous savons des lois de la communication de la chaleur partant d'un luminaire placé à une distance variable. La chaleur, comme la lumière, étant également émise du sein du soleil dans toutes les directions, et répandue sur la surface d'une sphère qui s'agrandit continuellement à mesure que nous nous éloignons du centre, doit nécessairement diminuer en intensité, selon la raison inverse de la surface de la sphère sur laquelle elle se porte, c'est-à-dire, selon la raison inverse du carré de la distance. Mais nous avons vu (art. 293) que c'est aussi la proportion dans laquelle varie *la vitesse angulaire* de la terre autour du soleil. On comprend par là que la *quantité momentanée de chaleur* que la terre reçoit du soleil varie dans l'exacte proportion de la vitesse angulaire, c'est-à-dire, de *l'accroissement momentané de longitude*, et qu'ainsi des quantités égales de chaleur sont distribuées par le soleil en parcourant des angles égaux, dans quelque partie de l'ellipse que ces angles puissent être situés. Soient (fig. 48) S le soleil, AQMP l'orbite de la terre, A son point le plus rapproché du soleil, ou, comme on l'appelle, *le périhélie*, M le plus éloigné, ou *l'aphélie*, et par conséquent ASM le grand diamètre de l'ellipse. Supposons maintenant que l'orbite soit partagée

en deux segmens par une ligne droite PSQ passant par le soleil, et située dans une direction quelconque ; alors, si nous admettons que la terre circule dans le sens PAQMP, elle aura parcouru 180° de longitude en se mouvant de P en Q, et autant en se mouvant de Q en P. On voit donc, d'après ce qui précède, que la quantité de chaleur fournie par le soleil sera égale dans les deux segmens, dans quelque sens que l'on tire la ligne PSQ. Ils seront, à la vérité, décrits dans des temps inégaux; celui où se trouve le périhélie A dans un plus court, et l'autre dans un plus long, selon l'inégalité de leurs aires : mais la plus grande proximité du soleil dans le plus petit segment compense avec précision sa plus grande vitesse, et ainsi se maintient, pour ainsi dire, un équilibre de chaleur. Sans cela, l'excentricité de l'orbite influencerait sensiblement la démarcation des saisons. La variation de la distance s'élève à-peu-près à 1/30 de sa quantité moyenne, et, par conséquent, la variation de la puissance directe de chaleur du soleil au double, ou 1/15 de la totalité. Or, le périhélie de l'orbite est situé à-peu-près au point du solstice d'hiver septentrional; en sorte que, sans la compensation dont nous avons parlé, l'effet serait d'augmenter la différence de l'été et de l'hiver dans l'hémisphère méridional, et de la diminuer dans celui septentrional; faisant succéder ainsi plus brusquement les saisons dans un hémisphère, et produisant presque un printemps perpétuel dans l'autre. Tels que les faits existent, toutefois, il n'y a rien qui ressemble à une pareille inégalité; au contraire, de part et d'autre on voit une distribution égale et impartiale de chaleur et de lumière.

316. Le grand moyen d'arriver à des idées nettes en astronomie, et même dans toutes les sciences où il s'agit de locomotion, consiste à la rapporter à des points qui sont, ou fixes d'une manière absolue, ou si près de l'être, que leurs mouvemens seront trop petits pour nous induire en erreur. Dans le choix de ces points dominans de comparaison, nous devons aussi tâcher, autant que possible, de nous arrêter à ceux qui ont des rapports de situation simples, symétriques et géométriques avec les courbes que décrivent les parties mobiles du système, et qui sont par là propres à tenir lieu de centres naturels, stations avantageuses pour l'œil de la raison et de la théorie. Accoutumé qu'il est à attribuer un mouvement de translation à la terre, il perd cet avantage, qui est transporté au soleil, comme le centre fixe autour duquel se décrit son orbite. Comme, pour éviter l'inconvénient du mouvement diurne de la terre, nous avons appris à transporter, en imagination, notre point d'observation de sa surface à son centre, en ayant égard à la parallaxe diurne ; de même, quand nous en viendrons à examiner les mouvemens des planètes, nous nous trouverons continuellement embarrassés par le mouvement de translation de notre point de vue, à moins que, par la considération de la *parallaxe annuelle* ou *héliocentrique*, comme on peut l'appeler, nous ne nous décidions à rapporter toutes nos observations sur elles au centre du soleil, ou plutôt au centre commun de gravité du soleil et des autres corps qui sont liés avec lui dans notre système. De là vient la distinction entre le lieu *géocentrique* et celui *héliocentrique* d'un corps. La première dénomination rapporte sa situation dans l'espace à une sphère imaginaire d'un rayon infini, qui a son centre à celui de la terre; la seconde à une sphère concentrique avec le soleil. Ainsi, lorsque nous parlons des *longitudes* et des *latitudes héliocentriques* des corps célestes, nous supposons le spectateur placé dans le soleil, les rapporter, par des cercles perpendiculaires au plan de l'écliptique, au grand cercle marqué dans les cieux par le prolongement indéfini de ce plan.

317. Le point, dans la concavité imaginaire d'un ciel infini, auquel un spectateur dans le soleil rapporte la terre, doit, par conséquent, être diamétralement opposé à celui dans lequel un spectateur sur notre globe rapporte le centre du soleil; ainsi *la latitude* héliocentrique de la terre est toujours zéro, et sa longitude

héliocentrique toujours égale à la longitude géocentrique du soleil + 180°. Les équinoxes et solstices héliocentriques sont donc les mêmes que les géocentriques; et, pour les concevoir, nous n'avons qu'à imaginer un plan passant par le centre du soleil, parallèle à l'équateur de la terre, et prolongé indéfiniment de tous côtés. La ligne d'intersection de ce plan avec le plan de l'écliptique est la ligne des équinoxes, et les solstices en sont éloignés de 90°.

518. La position du grand diamètre de l'orbite de la terre est un objet très important. Soient (fig. 48) ECLI l'écliptique, E l'équinoxe du printemps, L celui d'automne, c'est-à-dire, les points *auxquels un observateur placé dans le soleil rapporte la terre lorsque ses longitudes héliocentriques sont respectivement* 0° *et* 180°. En supposant que le mouvement de la terre s'opère dans la direction ECLI, l'angle ESA, ou la longitude du périhélie en 1800, était de 99° 30′ 5″. Nous disons en 1800, parce que, en point de fait, par l'action de causes que nous expliquerons dans la suite, sa position est sujette à une variation extrêmement lente d'environ 12″ par an vers l'est, et qui, dans l'espace d'une période immensément longue, de 20984 ans, fait faire au grand diamètre ASM de l'orbite une révolution complète autour de l'écliptique. Mais ce mouvement peut être négligé ici, aussi bien que beaucoup d'autres légères déviations qui feront l'objet de nos remarques lorsqu'on pourra mieux les comprendre.

519. Si l'orbite de la terre était une circonférence, décrite avec une vitesse uniforme autour du soleil placé à son centre, rien ne serait plus aisé que de calculer sa position, dans un temps donné, à l'égard de la ligne des équinoxes, ou sa longitude, car nous n'aurions qu'à réduire en nombres la proportion suivante, savoir : une année est au temps écoulé comme 360° est à l'arc de longitude parcouru. La longitude ainsi calculée s'appelle en astronomie *longitude moyenne* de la terre. Mais comme l'orbite de la terre n'est ni circulaire, ni uniformément parcourue, cette règle ne nous donnera pas le lieu véritable de la terre dans un moment proposé. Néanmoins, comme l'excentricité et la déviation du contour sont peu considérables, le *lieu véritable* ne s'écartera jamais de beaucoup de celui ainsi déterminé (que, pour en faire la différence, l'on appelle *lieu moyen*), et l'on peut à chaque instant calculer le premier d'après le second, en lui appliquant l'*équation* (comme on la nomme), dont la quantité n'est jamais fort grande, et dont le calcul est une question de géométrie, basée sur les aires uniformément parcourues par la terre autour du soleil. Car puisque, dans le mouvement elliptique, selon la loi de Kepler ci-dessus mentionnée, les *aires*, et non les *angles*, sont décrites uniformément, la proportion doit maintenant être établie de cette manière : une année est au temps écoulé comme toute l'*aire* de l'ellipse est à l'*aire* du secteur parcouru par le rayon vecteur dans ce temps. Cette aire est donc connue; et c'est à la géométrie, comme nous venons de le dire, à déterminer l'*angle* (ASP fig. 48) autour du soleil, qui correspond à une partie proposée quelconque de l'aire de l'ellipse entière, supposée contenue dans le secteur APS. Si nous partons du périhélie A, l'angle ASP augmentera d'abord plus rapidement que la *longitude moyenne*, et en surpassera par conséquent la quantité pendant toute la demi-révolution de A en M; ou, en d'autres termes, le *lieu vrai* sera en avance sur le *moyen;* en M, il se sera écoulé la moitié de l'année, en même temps qu'une moitié de l'orbite aura été décrite, soit qu'elle soit circulaire ou elliptique. Ici, par conséquent, les lieux *moyen* et *vrai* coïncident; mais, dans toute l'autre moitié de l'orbite, de M en A, le lieu vrai sera en retard du moyen, puisqu'en M le mouvement angulaire est le plus lent, et que le lieu vrai commence en ce point à être en retard sur le lieu moyen, pour se confondre toutefois avec lui, à mesure qu'il approche de A, qu'il atteint encore une fois.

520. La quantité dont la *vraie* longitude de la terre diffère de la *moyenne*

s'appelle *équation du centre*. Elle est *additive* pendant toute la moitié de l'année dans laquelle la terre passe de A en B, commençant à 0° 0′ 0″, augmentant jusqu'au maximum, et diminuant de nouveau jusqu'à zéro en M; après quoi elle devient *soustractive*, atteint le *maximum* de grandeur soustractive entre M et A, et diminue de nouveau jusqu'à 0 en A. Son *maximum*, tant additif que soustractif, est de 1° 55′ 33″, 3.

321. En appliquant donc à la longitude moyenne de la terre l'équation du centre correspondante à un temps quelconque donné auquel nous voudrions en assigner le lieu, la longitude vraie est connue; et puisque le soleil est toujours vu de la terre à une longitude supérieure de 180° à celle de notre globe vu du soleil, on connaît aussi par ce moyen le vrai lieu du soleil dans l'écliptique. Le calcul de l'équation du centre se fait par une table dressée à cet effet, que l'on trouve dans toutes les tables solaires.

322. Le *maximum* de valeur de l'équation du centre ne dépend que de l'ellipticité de l'orbite, et peut s'exprimer en termes de l'excentricité. Réciproquement, si la première quantité peut être assignée par l'observation, la dernière peut en être déduite; parce que, toutes les fois que la loi, ou la liaison numérique, entre deux quantités, est connue, l'une peut toujours se conclure de l'autre. Or, par l'observation assidue des passages du soleil au méridien, nous pouvons déterminer, pour chaque jour, son ascension droite exacte, et en déduire la longitude (art. 260). Après cela, il est aisé d'assigner l'angle dont cette longitude *observée* surpasse la moyenne ou en est surpassée; et la plus grande quantité de cet excès ou de ce défaut, qui se manifeste dans le cours entier de l'année, est le *maximum* de l'équation du centre. Ce procédé, comme moyen de déterminer l'excentricité de l'orbite, est beaucoup plus aisé et plus rigoureux que celui de conclure la distance en mesurant le diamètre apparent. Les résultats des deux méthodes sont, toutefois, dans un parfait accord.

323. Si l'écliptique coïncidait avec l'équateur, l'effet de l'équation du centre, en troublant l'uniformité du mouvement apparent du soleil en longitude, serait de produire de l'inégalité dans le temps qu'il met à passer au méridien plusieurs jours de suite. Lorsque le centre du soleil arrive au méridien, l'on a *midi apparent*, et si son mouvement en longitude était uniforme, et que l'écliptique coïncidât avec l'équateur, ce moment coïnciderait toujours avec *midi moyen*, ou le coup de douze heures à une horloge bien réglée sur le soleil. Mais, en outre du défaut d'uniformité dans son mouvement, l'obliquité de l'écliptique donne lieu à une autre inégalité à cet égard; en conséquence de quoi, le soleil, même en supposant uniforme son mouvement dans l'écliptique, n'en serait pas moins alternativement dans le cas, au moment d'atteindre le méridien, de devancer, ou de venir après, le midi moyen indiqué par l'horloge. Car l'ascension droite d'un corps céleste formant un côté d'un triangle sphérique rectangle, dont sa longitude est l'hypoténuse, il est clair que l'accroissement uniforme de cette dernière doit nécessiter une déviation de l'uniformité d'accroissement de la première.

324. Ces deux causes agissant donc conjointement, produisent en réalité une variation très considérable dans le temps indiqué par une horloge, lorsque le soleil arrive véritablement au méridien. Elle se monte à plus d'une demi-heure, midi apparent ayant quelquefois lieu jusqu'à 16 minutes *avant midi moyen*, et d'autres fois jusqu'à 14 minutes 1/2 après. Cette différence entre midi apparent et midi moyen s'appelle *équation du temps*; elle est calculée et insérée dans les *éphémérides* pour chaque jour de l'année sous ce titre; ou bien, ce qui revient au même, le moment, *en temps moyen*, de la culmination journalière du soleil, est noté comme phénomène astronomique à observer.

325. Comme le soleil, dans sa course annuelle apparente, est transporté le

long de l'écliptique, sa déclinaison varie continuellement entre les extrêmes limites de 23° 28′ nord, et autant au sud, qu'il atteint aux solstices. Il est donc continuellement au zénith d'une station ou d'une autre de la zône située, sur la surface de la terre, entre les parallèles nord et sud de 23° 28′. Ces parallèles sont appelés en géographie les *tropiques;* le septentrional est celui du *cancer*, et le méridional celui du *capricorne*, parce que le soleil, aux solstices respectifs, est situé dans les signes de l'écliptique ainsi nommés. Ces signes sont au nombre de douze, chacun occupant 30° de sa circonférence. Ils commencent à l'équinoxe du printemps, et sont nommés dans cet ordre : LE BÉLIER, LE TAUREAU, LES GÉMEAUX, LE CANCER, LE LION, LA VIERGE, LA BALANCE, LE SCORPION, LE SAGITTAIRE, LE CAPRICORNE, LE VERSEAU et LES POISSONS. On les désigne encore par les symboles suivans :

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍ ♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

L'écliptique se divise aussi en signes, degrés et minutes, etc. Ainsi $5^s 27^\circ 0'$ correspond à 177° 0′; mais cela commence à tomber en désuétude.

326. Lorsque le soleil se trouve à l'un ou l'autre tropique, il éclaire, comme nous avons vu, le pôle de ce côté de l'équateur, et étend sa clarté 23° 28′ au-delà. Les parallèles de latitude, à cette distance de l'un et l'autre pôle, s'appellent *circonférences* (ou improprement *cercles*) *polaires*, que l'on distingue par les noms d'*arctique* et d'*antarctique*. Les régions situées entre ces circonférences sont quelquefois appelées *zônes glaciales*, tandis que la zône entre les tropiques se nomme la *zône torride*, et celles immédiates les *zônes tempérées*. Ces derniers noms, toutefois, ne doivent leur naissance qu'à la manie de nommer; puisque, au fond, vu les différentes distributions de terre et de mer dans les deux hémisphères, les zônes de *climat* ne sont pas identiques avec les zônes de *latitude*.

327. Nos saisons sont déterminées par les passages apparens du soleil sous l'équateur, et son arrivée alternative dans l'hémisphère septentrional et celui méridional. Si l'équinoxe était invariable, ces passages auraient lieu à des intervalles exactement égaux à la durée de l'année sidérale; mais, vu le mouvement lent et conique de l'axe de la terre décrit à l'art. 264, l'équinoxe rétrograde sur l'écliptique, et *rencontre* le soleil un peu *avant* que toute la révolution sidérale soit accomplie. La rétrogradation annuelle de l'équinoxe est de 50″, 1, et cet arc est décrit par le soleil dans l'écliptique dans 20′ 19″, 9. Le retour périodique de nos saisons est donc *plus court* de cette quantité que la véritable révolution sidérale de la terre autour du soleil. Comme cette dernière période, ou année sidérale, est égale à $365^j. 6^h. 9' 9'', 6$, il s'ensuit que la première ne doit être que de $365^j. 5^h. 48' 49'', 7$; et voilà ce que l'on entend par l'année *tropique*.

328. Nous avons déjà dit que le grand diamètre de l'ellipse décrite par la terre a un mouvement lent de 11″, 8 par année d'accélération. Il résulte de là que lorsque la terre, après avoir quitté le périhélie, aura accompli une révolution sidérale, le périhélie se sera avancé de 11″, 8, arc qu'il faudra qu'elle décrive avant de se retrouver au périhélie. Pour franchir cet espace, elle devra employer 4′. 39″, 7, que l'on aura, par conséquent, à ajouter à la période sidérale pour obtenir l'intervalle entre deux retours consécutifs au périhélie. Cet intervalle est donc de $365^j. 6^h. 13^m. 49^s., 3$; on l'appelle *année anomalistique*. Toutes ces périodes ont leurs usages en astronomie; mais celle à laquelle la société en général est le plus intéressée est l'*année tropique*, sur laquelle se règle le retour des saisons, et dans laquelle nous reconnaissons ainsi un phénomène composé, dépendant principalement et directement de la révolution annuelle de la terre autour du soleil, mais aussi d'une manière subordonnée, et indirectement, de sa rotation autour de son axe, qui donne lieu à la précession des équinoxes; fournissant ainsi un exemple instructif de la manière dont un mouvement, une fois admis

dans une partie quelconque de notre système, peut se découvrir dans son influence sur d'autres parties avec lesquelles on ne pouvait raisonnablement, au premier coup-d'œil, supposer qu'il eût rien de commun.

329. Comme une première et vague considération de l'apparence de la terre nous la fait trouver généralement d'une forme ronde, et qu'un examen plus exact nous a conduits d'abord à la découverte de sa figure elliptique pour nous faire arriver, de progrès en progrès, à la connaissance de déviations locales plus minutieuses de cette figure; de même, en scrutant les mouvemens solaires, la première idée que nous nous en faisons est celle d'une orbite ronde, généralement parlant, ressemblant assez à une circonférence, qu'un examen plus approfondi et plus rigoureux nous prouve être une ellipse de peu d'excentricité, et décrite conformément à certaines lois ci-dessus mentionnées. Toutefois, des recherches encore plus scrupuleuses nous font découvrir de nouvelles et plus petites déviations encore de cette forme et de ces lois, dont nous avons un exemple dans le mouvement lent du grand diamètre de l'orbite cité dans l'article 318, et que l'on comprend généralement sous la dénomination de *perturbations* et *inégalités séculaires*. Nous entrerons ci-après dans des détails sur ces déviations et leurs causes. C'est le triomphe de l'astronomie physique d'en avoir rendu un compte général et fidèle, et de n'avoir rien laissé à expliquer, soit dans les mouvemens du soleil, ou dans ceux de tout autre corps de notre système. Mais la nature de ces explications ne saurait être comprise qu'après avoir développé la loi de la gravitation, et en avoir déduit les connaissances les plus directes. C'est ce qui fera le sujet des trois chapitres suivans, dans lesquels nous profiterons de la proximité de la lune et de ses rapports intimes avec la terre, afin de nous en faire un jalon qui nous dirige dans l'explication générale des mouvemens planétaires.

330. Nous terminerons ceci par la description de la constitution physique du soleil, autant qu'elle nous est connue.

Lorsqu'on le regarde avec de puissans télescopes, munis de verres colorés, pour en absorber la chaleur, qui autrement nous ferait mal aux yeux, on y aperçoit souvent de grandes taches entièrement noires, entourées d'une espèce de bord, moins complètement obscur, appelé *pénombre*. Quelques-unes d'entre elles sont représentées en a, b, c, fig. 1, planche 15. Elles ne sont cependant pas permanentes. Lorsqu'on les observe d'un jour à l'autre, ou même d'heure en heure, elles paraissent s'agrandir ou se rétrécir, changer de forme, et à la fin disparaître tout-à-fait, ou surgir de nouveau dans des parties de la surface où il n'y en avait pas auparavant. Dans de pareils cas de disparition, la tache noire centrale se rétrécit de plus en plus, et s'évanouit avant le bord. Quelquefois ces taches se séparent ou se partagent en deux ou un plus grand nombre, et, dans cet état, elles offrent tous les caractères de cette extrême mobilité qui n'appartient qu'à l'état fluide, et de cette agitation excessivement violente qui ne semble compatible qu'avec l'état atmosphérique ou gazeux de la matière. L'échelle sur laquelle leurs mouvemens ont lieu est immense. Une seule seconde de mesure angulaire, vue de la terre, correspond sur le disque du soleil à 465 milles (658,331 mètres); et un cercle de ce diamètre (qui a par conséquent près de 170000 milles carrés, ou 340533982920 mètres carrés) est le moindre espace superficiel que l'on puisse distinguer nettement sur le disque du soleil. Or, on a observé des taches dont le diamètre a été de plus de 45000 milles (72419170 mètres), et même, s'il faut ajouter foi à de certains mémoires, d'une beaucoup plus grande étendue. Pour qu'une pareille tache disparaisse au bout de six semaines (car on n'en voit guère durer plus long-temps), il faut que ses bords s'approchent avec une vitesse égale à plus de 1000 milles (1609314 mètres) par jour.

Beaucoup d'autres circonstances tendent à donner du poids à cette manière

d'envisager le sujet. La partie du disque du soleil exempte de taches est loin d'être uniformément brillante ; le fond en est légèrement tapissé d'une apparence de petits points noirs, que l'on trouve, en y apportant la plus grande attention, dans un état continuel de changement. Rien n'est plus propre à représenter aussi fidèlement cette apparence que l'aspect de certaines précipitations chimiques dans un fluide transparent, lorsqu'on les regarde perpendiculairement ; si fidèlement, répéterons-nous, qu'il n'est guère possible de ne pas se sentir prévenu de l'idée d'un milieu lumineux qui s'interpose, sans s'y confondre, dans une atmosphère transparente et obscure, soit en flottant comme le font les nuages dans notre atmosphère, soit en s'y précipitant en vastes nappes et colonnes semblables à la flamme, ou aux traînées de nos aurores boréales.

331. Enfin, dans le voisinage de grandes taches ou de vastes groupes, on observe souvent une grande étendue de la surface couverte de raies fortement marquées, recourbées ou se partageant en branches, plus lumineuses que le reste, appelées *facules*, au milieu desquelles surgissent fréquemment des taches, si elles n'existaient déjà. On pourrait peut-être les regarder, avec le plus haut degré de probabilité, comme les sommets de vagues immenses dans les régions lumineuses de l'atmosphère du soleil, symptômes d'une violente agitation dans leur voisinage.

332. Mais que sont ces taches? Il n'est pas de sujet sur lequel l'imagination se soit autant donné carrière : une seule conjecture, cependant, semble porter un caractère de probabilité physique, savoir, que ces taches sont le corps opaque (ou au moins comparativement opaque), solide, du soleil lui-même, mis à nu à notre vue par ces immenses oscillations dans les régions lumineuses de son atmosphère, auxquelles elle paraît être sujette. Quant à la manière dont cette *dénudation* s'opère, les avis se sont aussi partagés. Lalande (art. 3240) dit que des éminences de la nature de nos montagnes sont réellement mises à nu, et s'élèvent au-dessus de l'océan lumineux, en offrant l'apparence de taches noires, tandis que leurs nombreuses pentes produisent les pénombres, où le fluide lumineux est moins profond. Une objection accablante contre cette théorie, c'est l'uniformité parfaite de la pénombre dont les limites sont bien tranchées, tant en dedans, où elle joint la tache, qu'en dehors, où elle frise la surface brillante. Sir William Herschel a eu une idée plus heureuse, en prétendant que les couches lumineuses de l'atmosphère sont soutenues beaucoup au-dessus du niveau du corps solide par un milieu élastique transparent, portant à sa surface supérieure (*ou plutôt*, pour éviter la première objection, *à un niveau considérablement plus bas*) une couche nébuleuse qui, étant fortement éclairée d'en haut, réfléchit à nos yeux une portion considérable de la lumière, et forme une pénombre, tandis que le corps solide, ombragé par les nuages, n'en réfléchit point. Il suppose que l'éloignement temporaire de l'une et l'autre couche, mais plus de la supérieure que de l'inférieure, est causé par des courans ascendans vigoureux de l'atmosphère, qui ont peut-être leur source dans des soupiraux que recèle le corps, ou dans des agitations locales. (*Voy.* planche XV, fig. 1, lettre *d.*)

333. La région des taches est limitée à la distance d'environ 30° de l'équateur du soleil, et d'après leur mouvement sur la surface, soigneusement mesuré avec des micromètres, on a assigné la position de l'équateur, qui est un plan incliné de 7° 20′ sur l'écliptique, et dont l'intersection avec ce dernier fait un angle de 80° 21′ avec la ligne des équinoxes. On a aussi prétendu (mais ceci, suivant nous, a grand besoin de confirmation) que des taches éclipsées avaient reparu, après de longs intervalles de temps, sur des points identiquement les mêmes du globe du soleil. Nos connaissances sur la période de sa rotation (qui, selon les calculs de Delambre, est de 25j., 01154, mais selon d'autres, considérablement différente)

ne peuvent guère être regardées comme assez précises pour établir un point aussi délicat.

334. Que la température à la surface visible du soleil ne puisse qu'être fort élevée, beaucoup plus qu'aucune chaleur artificielle produite dans nos fourneaux, ou par des procédés chimiques ou galvaniques, c'est ce dont nous avons des indices de diverses espèces distinctes : 1°. Dans la loi de décroissement de la chaleur rayonnante et de la lumière, qui, étant en raison inverse des carrés des distances, produisent cette conséquence, que la chaleur reçue sur une aire donnée, exposée à la distance où est la terre, et sur une aire égale située à la surface visible du soleil, doit être dans la même proportion que l'aire du firmament occupée par le disque apparent du soleil avec tout l'hémisphère, ou comme 1 est à environ 300000. Une beaucoup moindre intensité de la radiation solaire, recueillie au foyer d'un verre ardent, suffit pour faire évaporiser l'or et le platine. 2°. Dans la facilité avec laquelle les rayons calorifiques du soleil traversent le verre, propriété que l'on a trouvé appartenir à la chaleur des feux artificiels, dans la proportion directe de leur intensité. 3°. Dans le fait observé, que les flammes les plus vives disparaissent, et que les solides les plus incandescens ne paraissent que comme des taches noires sur le disque du soleil, lorsqu'on les interpose entre ce dernier et l'œil. Il suit de cette dernière remarque, que le corps du soleil, quelque noir qu'il puisse paraître lorsqu'il est vu à travers ses taches, *peut* cependant être dans l'état d'ignition le plus intense. Toutefois, il n'en résulte pas nécessairement que tel *doive* être le cas ; au moins le contraire est-il physiquement possible. Un dais qui aurait une forte puissance de réflexion, le défendrait efficacement de la radiation des régions lumineuses au-dessus de son atmosphère, et nulle chaleur ne serait transmise de haut en bas par un milieu gazeux augmentant rapidement en densité. Que les nuées *pénombrales* soient puissamment réfléchissantes, c'est ce dont le fait de leur visibilité dans une pareille situation ne peut laisser aucun doute.

335. Cet immense dégagement de chaleur causé par la radiation, nous pouvons aussi le remarquer, expliquera d'une manière satisfaisante l'état permanent d'agitation tumultueuse, dans lequel se maintiennent les fluides qui forment la surface visible, et la génération continuelle des pores (comme leur disparition), sans avoir recours à des causes intérieures. Le mode d'action, dont nous parlons ici, est parfaitement représenté à l'œil dans les précipitations chimiques dont nous avons parlé à l'article 330, lorsque le fluide est chaud, et que la chaleur se dégage de sa surface.

336. Les rayons du soleil sont la source vitale de presque tous les mouvemens qui ont lieu sur la surface de la terre. C'est sa chaleur qui produit tous les vents, et ces commotions dans l'équilibre électrique de l'atmosphère qui donnent naissance aux phénomènes du magnétisme terrestre. Par son action vivifiante les végétaux sont élaborés dans le sein de la matière inorganique, et deviennent, à leur tour, le soutien de l'homme et des animaux ; par elle, les eaux de la mer se transforment en vapeurs pour circuler dans l'air, arroser la terre, et produire les sources et les rivières. C'est elle qui produit toutes les perturbations de l'équilibre chimique entre les élémens de la nature, qui, par une série de compositions et décompositions, donnent lieu à de nouveaux produits.

337. Le grand mystère toutefois est de concevoir comment une si énorme conflagration (si elle a lieu) peut être alimentée. Toutes les découvertes dans la science physique nous laissent ici dans une ignorance complète, ou plutôt ne sont propres qu'à reculer la perspective d'une explication vraisemblable. Si l'on pouvait hasarder une conjecture, nous nous attacherions plutôt à la possibilité

d'une génération indéfinie de la chaleur par le frottement, qu'à admettre une combustion de matières pondérables, solides ou gazeuses, pour expliquer l'origine de la radiation solaire (1).

CHAPITRE VI.

De la lune. — Sa période sidérale. — Son diamètre apparent. — Sa parallaxe, sa distance et son diamètre réel. — Première approximation de son orbite. — C'est une ellipse dont la terre occupe le foyer. — Son excentricité et son inclinaison. — Mouvement des nœuds de son orbite. — Occultations — Eclipses de soleil. — Phases de la lune. — Sa période synodique. — Eclipses de lune. — Mouvement des apsides de son orbite. — Constitution physique de la lune. — Ses montagnes. — Atmosphère. — Rotation autour de son axe. — Libration. — Aspect de la terre pour un observateur placé dans la lune.

338. La lune, comme le soleil, semble s'avancer parmi les étoiles, avec un mouvement contraire au mouvement général diurne des cieux, mais beaucoup plus rapide que celui de cet astre, à ce point que l'on peut facilement s'en apercevoir (comme nous l'avons déjà observé) en y donnant une légère attention pendant quelques heures d'un clair de lune. Par ce progrès continuel qui, quoique tantôt plus prompt, tantôt plus lent, n'est jamais interrompu ni interverti, elle fait le tour du ciel dans une période moyenne de 27 ^{j} 7 ^{h} 43 $_{m}$ 11 $_{s}$ 5, retournant, dans cet intervalle, à une position parmi les étoiles à-peu-près identique avec celle qu'elle avait auparavant, et qui le serait exactement sans la présence de causes que nous allons exposer.

339. La lune décrit donc une orbite autour de la terre, et cette orbite ne peut différer *considérablement* d'une circonférence, parce que le diamètre angulaire apparent de la pleine lune n'est pas susceptible d'une grande variation.

340. La distance de la lune à la terre est déduite de sa parallaxe horizontale, que l'on peut aussi trouver, soit directement, par des observations faites à des stations géographiques éloignées, exactement semblables à celles décrites à l'art. 302, dans le cas du soleil, soit au moyen des phénomènes appelés occultations (art. 346), par lesquels aussi son diamètre apparent se trouve avec autant de facilité que d'exactitude. Il résulte de pareilles observations que la moyenne distance du centre de la lune à celui de la terre est de 59.9643 fois le rayon équatorial de la terre, ou d'environ 237000 milles (381407651 mètres). Cette distance, toute grande qu'elle est, n'est guère plus du quart du diamètre du soleil, en sorte que l'équateur de ce dernier est presque le double de l'orbite de la lune, considération singulièrement propre à élever nos idées sur la magnificence de ce foyer de lumière.

341. La distance du centre de la lune à un observateur placé à une station quelconque de la surface de la terre, comparée à son diamètre angulaire apparent mesuré de cette station, donnera son diamètre réel ou linéaire. Or, la première distance se calcule aisément lorsqu'on connaît celle au centre de la terre, et que l'on a aussi déterminé par l'observation la distance apparente de la lune au zénith; car soient (figure 46) S la lune, A la station, et C le centre de la terre, la distance SC, et le rayon de la terre CA, deux côtés du triangle ACS

(1) M. Arago, ce savant célèbre que tant de titres recommandent à l'admiration universelle, a émis là-dessus des idées du plus haut intérêt. On les trouve dans les Notices scientifiques dont il a doté l'Annuaire du Bureau des longitudes pour 1834.
(*Note du traducteur.*)

sont donnés ainsi que l'angle CAS, qui est le supplément de ZAS, distance au zénith observée, d'où il est aisé de trouver AS, distance de la lune à la station A. C'est par de telles observations et de tels calculs que l'on a pu constater que le diamètre réel de la lune est de 2160 milles (3476120 mètres) , ou d'environ 0.2729 de celui de la terre, d'où il suit que, le volume de la dernière étant 1, celui de la première sera de 0.0204, ou d'environ 1|49.

342. Au moyen d'une série d'observations, comme celles dont on a parlé à l'art. 340, continuées pendant une ou un plus grand nombre de révolutions de la lune, sa distance réelle peut être déterminée à chaque point de son orbite; et si en même temps l'on observe ses lieux apparens dans le ciel, et qu'on les réduise par sa parallaxe au centre de la terre, leurs intervalles angulaires seront connus, en sorte que l'on pourra tracer le chemin de la lune sur une carte supposée représenter le plan dans lequel se trouve son orbite, précisément comme on l'a expliqué dans le cas de l'ellipse solaire (art. 292). Or, cela étant fait, on trouve qu'en négligeant certaines petites, quoique très appréciables, déviations, dont nous rendrons ci-après un compte satisfaisant, la forme de l'orbite, comme celle du soleil, est elliptique mais beaucoup plus excentrique, l'excentricité s'élevant à 0.05484 de la distance moyenne, ou du demi grand diamètre de l'ellipse, et le centre de la terre étant situé à son foyer.

343. Le plan dans lequel se trouve cette orbite n'est cependant pas l'écliptique, mais il y est incliné de 5° 8′ 48″, que l'on appelle l'inclinaison de l'orbite lunaire, et il coupe le plan de l'écliptique en deux points opposés, que l'on nomme ses *nœuds* ; le *nœud ascendant* est celui dans lequel passe la lune en s'élevant du sud au nord de l'écliptique, et le *nœud descendant* est l'inverse. Les points de l'orbite, auxquels la lune est à son *maximum* de proximité ou d'éloignement de la terre, s'appellent respectivement son *perigée* et son *apogée*, et la ligne qui les joint à la terre, *ligne des apsides*.

344. Il y a, toutefois, plusieurs circonstances remarquables qui interrompent la rigueur de l'analogie, et qui ne peuvent que frapper le lecteur, entre le mouvement de la lune autour de la terre, et celui de la terre autour du soleil. Dans le dernier cas, l'ellipse décrite demeure, pendant un grand nombre de révolutions, inaltérable dans sa position et ses dimensions; ou, du moins, les changemens qu'elle subit ne sont appréciables que dans le cours d'observations très délicates qui ont révélé, il est vrai, l'existence de *perturbations*, mais d'un ordre si exigu que, dans les circonstances ordinaires de la vie, et pour la généralité des cas, nous pouvons les négliger sans inconvéniens. Mais cela ne peut se faire quand il s'agit de la lune. Même dans une seule révolution, sa déviation d'une ellipse parfaite est très sensible. Elle ne retourne pas à la même position exacte parmi les étoiles d'où elle était partie, ce qui atteste un changement continuel dans le *plan* de son orbite. Et, en effet, si nous traçons par l'observation, de mois en mois, le point où elle traverse l'écliptique, nous trouverons que les *nœuds* de son orbite sont dans un état continuel de *rétrogradation* sur cette courbe. Supposons (figure 49) que O soit la terre, et A*bad* cette portion du plan de l'écliptique qui est coupée par la lune, dans ses passages alternatifs par ce plan, du sud au nord, et *vice versâ*, et que ABCDEF soit une portion de l'orbite de la lune, embrassant une révolution sidérale complète. Supposons encore qu'elle parte du nœud ascendant A; alors, si l'orbite était dans un seul plan, passant par O, le point opposé *a* sur l'écliptique serait son nœud descendant, et après l'avoir passé elle remonterait en A. Mais, dans le fait, son chemin réel la transporte non en *a*, mais le long d'une certaine courbe ABC en C, point de l'écliptique éloigné de moins de 180° de A; en sorte que l'angle AOC, ou l'arc de longitude décrit entre le nœud ascendant et celui descendant, est un peu moindre que 180°. Elle poursuit après cela sa course au-dessous de l'écliptique, le long de la

courbe CDE, et s'élève de nouveau au-dessus, non au point *c*, diamétralement opposé à C, mais en un point E, moins avancé en longitude. Ainsi, en général, l'arc décrit en longitude entre deux passages consécutifs du sud au nord, dans le plan de l'écliptique, est moindre que 360° de tout l'arc correspondant à l'angle AOE; ou, en d'autres termes, le nœud ascendant a rétrogradé dans une lunaison, sur le plan de l'écliptique, de cette quantité. Pour compléter une révolution sidérale, il faut donc que la lune continue à décrire dans son orbite un arc AE, qui ne la ramènera cependant plus exactement en A, mais en un point un peu au-dessus ou *à une latitude septentrionale*.

345. La quantité moyenne par jour de cette rétrogradation du nœud de la lune, est de 3'. 10″, 64, et dans une période de 6793 jours solaires moyens et 39/100, ou d'environ 18 ans et 3/5, le nœud ascendant fait une révolution complète dans l'écliptique, dans un sens opposé au mouvement de la lune, c'est-à-dire d'orient en occident. La position de l'orbite de cet astre doit donc, au milieu de cette période, se trouver précisément l'inverse de ce qu'elle était au commencement; ainsi cette orbite parcourra des étoiles tout-à-fait différentes dans les diverses parties de cette période; et cette espèce de révolution en spirale étant continuellement maintenue, le disque de la lune couvrira par le laps du temps tous les points du ciel situés dans la limite de latitude ou de distance à l'écliptique que permet son inclinaison, c'est-à-dire dans la zône du ciel de 10° 18′ dont l'écliptique occupe le milieu. Toutefois il n'en demeure pas moins vrai que le *lieu réel* de la lune, en conséquence de ce mouvement, ne s'écarte, dans une seule révolution, *que fort peu* de celui qu'elle occuperait si les nœuds étaient en repos. En supposant la lune partir de son nœud A, quand elle sera arrivée en F, elle aura accompli une révolution en longitude, et sa latitude n'excédera pas 8′. Il ne faut pas perdre de vue que c'est pour expliquer cette déviation d'une si petite importance, et la représenter géométriquement, que l'on a imaginé *le mouvement des nœuds*.

346. Or, comme la lune est assez peu éloignée de nous (astronomiquement parlant), et que dans le fait, c'est notre plus proche voisine; tandis que le soleil et les étoiles sont à une immense distance au-delà de cet astre, il doit arriver nécessairement que dans un temps ou dans un autre, elle *occultera* toutes les étoiles et planètes situées dans la zône ci-dessus décrite; zône que l'on peut même élargir d'une petite quantité, à cause de la parallaxe qui déplace le lieu apparent de la lune d'environ un degré de part et d'autre, selon la station de l'observateur sur la surface de la terre. Le soleil lui-même ne peut se soustraire à cette occultation, toutes les fois qu'une partie du disque de la lune, dans sa course tortueuse, atteint une portion de l'espace occupé dans le ciel par cet astre. Dans ces occasions se manifeste le plus frappant de tous les phénomènes de l'astronomie, *une éclipse de soleil*, dans laquelle une partie plus ou moins grande du disque du soleil, ou même, dans quelques rares circonstances, la totalité, est obscurcie, et, pour ainsi dire, effacée par la superposition du disque de la lune, qui apparaît sur celui du soleil comme une tache noire terminée circulairement, et produit une diminution temporaire de clarté, ou même les ténèbres, jusqu'à faire voir les étoiles comme à minuit. Dans d'autres cas, lorsque, au moment où la lune est centralement superposée au soleil, il arrive que sa distance à la terre est telle que son diamètre angulaire est moindre que celui de cet astre, on voit apparaître le phénomène bien singulier d'une *éclipse annulaire de soleil*, dont le bord ressemble pendant quelques minutes à un anneau de lumière qui entoure de tous côtés le cercle noir occupé par la lune à son centre.

347. Une éclipse de soleil ne peut avoir lieu que lorsque le soleil et la lune sont *en conjonction*, c'est-à-dire qu'ils ont la *même*, ou à-peu-près la même position dans le ciel, ou la même longitude. On verra bientôt que cette condi-

tion ne peut être remplie qu'au temps d'une *nouvelle lune*, quoiqu'il ne doive nullement s'ensuivre qu'à chaque conjonction il y ait une éclipse de soleil. Ce serait bien là le cas, si l'orbite de la lune coïncidait avec l'écliptique; mais comme elle lui est inclinée d'un peu plus de 5°, il est évident que la conjonction, ou l'égalité des longitudes, peut avoir lieu lorsque la lune est dans la partie de son orbite trop éloignée de l'écliptique pour permettre que les disques se rencontrent et se couvrent. Il est facile, cependant, d'assigner les limites dans lesquelles une éclipse est possible. Dans ce but, nous devons considérer que, par l'effet de la parallaxe, le bord *apparent* de la lune peut être jeté dans une direction *quelconque*, selon la station géographique du spectateur, d'une quantité *quelconque* n'excédant pas la parallaxe horizontale. Or, cela revient au même (en tant qu'il s'agit de la possibilité d'une éclipse) que si le diamètre apparent de la lune, vu du centre de la terre, s'était agrandi du double de sa parallaxe horizontale; car si, lorsqu'il est ainsi agrandi, il peut toucher ou couvrir le soleil, *il faut* qu'il y ait éclipse dans une partie ou dans une autre de la surface de la terre. Si donc, au moment de la conjonction, la distance géocentrique des centres des deux luminaires n'excède pas la somme de leurs demi-diamètres et de la parallaxe horizontale de la lune, il y aura éclipse. Cette somme est, à son *maximum*, d'environ 1°. 34'. 27". Ainsi, dans le triangle sphérique SNM (fig. 50), dans lequel S est le centre du soleil, M celui de la lune, SN l'écliptique, MN l'orbite de la lune, et N le nœud; nous pouvons supposer droit l'angle NSM, SM=1° 34' 27", et l'angle MNS=5° 8' 48", inclinaison de l'orbite. De là, nous calculons SN qui se trouve être 16° 58'. Si, par conséquent, au moment de la nouvelle lune, la distance en longitude du nœud au soleil dépasse cette limite, il ne peut y avoir éclipse; dans le cas contraire, il y a possibilité, et même probabilité qu'elle ait lieu en quelque endroit de la terre. Pour constater précisément si elle aura lieu ou non, et, si elle a lieu, quelle sera la grandeur de la partie éclipsée, il faut consulter les tables solaires et lunaires, déterminer exactement le lieu du nœud et les demi-diamètres, la parallaxe locale, l'augmentation apparente du diamètre de la lune due à la différence de son éloignement de l'observateur et du centre de la terre, qui peut se monter à 1/60 de son diamètre horizontal. Il est aisé, après cela, et en vertu des considérations ci-dessus, de calculer le moment du contact des deux disques, et la quantité interceptée.

348. Le calcul de l'occultation d'une étoile dépend de considérations semblables. Une occultation est *possible*, lorsque la marche de la lune, *vue* du centre de la terre, la transporte à une distance de l'étoile égale à la somme de son demi-diamètre et de sa parallaxe horizontale; et cette occultation *aura lieu pour une station quelconque déterminée*, lorsque, vu de cette station, son centre sera arrivé à une distance égale à la somme de son demi-diamètre *augmenté* et de sa parallaxe *réelle*. Les détails de ces calculs, qui sont assez pénibles, doivent trouver place ailleurs.

349. Le phénomène d'une éclipse de soleil et celui d'une occultation sont du plus haut intérêt et une grande source d'instruction, sous le point de vue physique. Ils nous enseignent que la lune est un corps opaque, terminé par une surface réelle et bien tranchée qui intercepte la lumière comme ferait celle d'un solide. Ils nous prouvent aussi que, dans ces temps où nous ne pouvons *voir* la lune, elle ne cesse pas pour cela d'exister, et n'en poursuit pas moins sa course, et que quand nous ne la voyons que comme un croissant, quelque étroit qu'il soit, tout le reste du disque *y est* aussi, complétant la ligne circulaire, quoique invisible. Car les occultations ont lieu indifféremment du côté obscur ou du côté lumineux, du côté visible ou de celui invisible, suivant que c'est le premier ou le second qui se présente dans la direction que suit la lune; avec cette seule différence

qu'une étoile qui s'avance vers l'occultation du côté de la partie lumineuse du disque, si le phénomène est observé avec un télescope, fait connaître, par son approche graduelle du bord visible, à quel instant on doit s'attendre à sa disparition, tandis que, si elle doit être *occultée* par la portion obscure, du moins si l'âge de la lune est supérieur à 4 ou 5 jours, elle s'éteint, pour ainsi dire, en plein air, sans aucun indice ou cause visible de sa disparition, qui, arrivant *instantanément*, et sans la plus légère diminution préalable de sa lumière, a toujours lieu de surprendre, et peut même épouvanter, quand elle est du premier ordre, par la suppression subite de son grand éclat. La réapparition de l'étoile, aussi, lorsque la lune l'a laissée à nu, a lieu, dans les cas où le côté brillant de la lune se présente le premier, non à la partie lumineuse du disque, mais à celle obscure et invisible, et n'est guère moins surprenante par ce qu'elle a de subit, que sa disparition dans l'autre cas.

350. L'existence du cercle complet du disque, même lorsque la lune n'est pas pleine, ne s'appuie pas, cependant, sur la seule preuve que fournissent les occultations et les éclipses. On peut le voir à l'œil nu, lorsque la lune marche vers son premier quartier, ou lorsqu'elle est à son déclin, quelques jours avant et après la conjonction, comme un corps rond et pâle, auquel le croissant semble attaché, et dont il paraît dépasser un peu la ligne de démarcation, ce qui n'est qu'une illusion optique provenant d'une plus grande intensité de sa lumière. Nous expliquerons bientôt la cause de cet aspect. En attendant, le fait suffit pour faire voir que la lune n'est pas lumineuse par elle-même comme le soleil, mais que sa lumière ne lui vient que d'emprunt; et sa forme de croissant, qui augmente régulièrement depuis l'état de filet demi circulaire étroit jusqu'à celui de disque complet, correspond à l'apparence qu'offrirait un globe, dont un hémisphère serait noir, l'autre blanc, lorsqu'on le présenterait à l'œil en sens divers, de manière à faire voir une portion plus ou moins grande de chacun. La conclusion la plus naturelle que l'on puisse en tirer, est de dire que la lune est un globe dont la moitié est éclairée par les rayons de quelque luminaire, assez éloigné pour répandre sa lumière sur toute une moitié de ce globe, et d'un éclat assez intense pour lui communiquer le degré de splendeur que nous lui voyons. Or il n'appartient qu'au soleil de produire un pareil effet. Sa distance et sa lumière suffisent; et, de plus, nous voyons toujours que, quand elle est en croissant, le bord éclairé est *tourné vers le soleil*, et qu'à mesure que la lune, dans sa course mensuelle, s'éloigne angulairement du soleil, la largeur du croissant augmente, et *vice versâ*.

351. La distance du soleil étant de 23984 rayons terrestres, et celle de la lune seulement de 60, la première est environ 400 fois la dernière, Ainsi, les lignes tirées du soleil à chaque partie de l'orbite de la lune, peuvent être regardées comme parallèles. Supposons maintenant (fig. 51) que O soit la terre, que ABCD etc. soient diverses positions de la lune dans son orbite, et S le soleil, à la vaste distance établie ci-dessus; comme on le voit dans la figure, l'hémisphère de la lune tourné vers le soleil (à droite) sera éclairé, celui opposé obscur, en quelque point que cet astre se trouve de son orbite. Or, dans la position A, où la lune est en conjonction avec le soleil, la partie obscure est entièrement tournée vers O, et celle éclairée vers le côté opposé. Dans cette circonstance, la lune ne se voit donc pas; c'est *nouvelle* lune. Lorsqu'elle est arrivée en C, la moitié de l'hémisphère éclairé et la moitié de celui obscur, se présentent à la station O, et la même chose à la station opposée G : ce sont là le premier et le dernier quartier de la lune. Enfin, lorsqu'elle est en E, tout l'hémisphère éclairé est tourné vers la terre; tout celui obscur vers le côté opposé, et l'on voit alors tout son disque lumineux, ou la *pleine lune*. Dans les positions intermédiaires BDFH, les portions de la face éclairée présentées à la station O

seront d'abord moindres que la moitié de la surface visible, ensuite plus grandes, et enfin de nouveau moindres, jusqu'à ce que la lune disparaisse tout-à-fait, à mesure qu'elle s'avance pour atteindre de nouveau le point A.

352. Ces changemens mensuels d'aspects, ou *phases*, comme on les appelle, viennent donc de ce que la lune, corps opaque, est éclairée d'un côté par le soleil, et qu'elle en réfléchit, dans toutes les directions, une partie de la lumière qu'elle a ainsi reçue. Et qu'on ne trouve pas étonnant qu'une substance solide ainsi éclairée, *montre de l'éclat* et renvoie sa clarté à la terre. Elle ne fait rien de plus que ce que produit un nuage blanc, qui se déploie sur le bel azur du firmament. Pendant le jour, à peine la lune se distingue-t-elle en clarté d'un pareil nuage; et, dans l'obscurité du soir, les nuages qui reçoivent les derniers rayons du soleil, paraissent jeter un éclat qui ne le cède en rien à celui qu'offre la lune pendant la nuit. Que la terre envoie aussi une semblable lumière à la lune, mais probablement beaucoup plus intense en raison de son plus grand volume, c'est ce que veulent les principes d'optique, et ce qui explique la visibilité de la partie obscure du disque de la jeune lune, quand elle marche vers son premier quartier (art. 350). Car, lorsque la lune est presque nouvelle pour la terre, celle-ci (pour employer le même langage) est presque pleine pour la première dont elle éclaire l'hémisphère obscur par une forte *lumière terrestre* ou *cendrée;* et c'est une portion de cette dernière, renvoyée sur notre globe par réflexion, qui nous rend la lune visible pendant le crépuscule. A mesure que l'âge de la lune augmente, la terre lui présente une moindre portion de son côté éclairé, et le phénomène en question (la lumière cendrée) se dissipe.

353. Le mois lunaire est déterminé par le retour des phases de la lune; il compte d'une nouvelle lune à une autre, c'est-à-dire du moment où elle quitte sa conjonction avec le soleil jusqu'à celui où elle y retourne. Si le soleil était immobile comme une étoile, l'intervalle entre deux conjonctions serait le même que la période de la révolution sidérale de la lune (art. 338); mais, comme le soleil suit un mouvement apparent dans le ciel dans la même direction que la lune, seulement plus lent, cette dernière a plus qu'une période sidérale complète à accomplir pour rejoindre le soleil, ce qui exige plus de temps, et constitue le *mois lunaire*, ou, comme on l'appelle généralement en astronomie, *révolution synodique*. La différence se calcule avec facilité, en considérant que l'arc surabondant, quel qu'il soit, est décrit par le soleil avec la vitesse de 0°.98565 par jour, *dans le même temps* que la lune décrit cet arc *plus* une révolution complète, avec une vitesse de 13°.17640 par jour; et les temps pour les décrire étant identiques, les espaces sont entre eux comme les vitesses. D'après ces données, une légère connaissance de l'arithmétique suffira pour déduire l'arc en question, et le temps employé par la lune à le parcourir. Ce temps étant l'excès de la révolution synodique sur celle sidérale, on trouvera que la première est de $29^j. 12^h. 44'. 2''., 87$.

354. En supposant (fig. 51) que la position des nœuds de l'orbite le permette, quand la lune sera en A (ou qu'il y aura nouvelle lune), elle interceptera une partie ou la totalité des rayons du soleil, et produira une éclipse solaire. D'autre part, lorsqu'elle sera en E (ou qu'il y aura pleine lune), la terre O interceptera les rayons du soleil, et *jetera une ombre* sur la lune, ce qui occasionnera une éclipse lunaire. Ceci est entièrement d'accord avec le fait, les éclipses, dans ce dernier cas, n'arrivant jamais qu'au temps précis de la pleine lune. Mais, ce qu'il y a de plus remarquable encore, comme confirmatif de la sphéricité de la terre, cette ombre, que nous voyons clairement se porter sur le disque de la lune, et, pour ainsi dire, le dévorer, est toujours terminée par une ligne circulaire. Or, un corps qui jette toujours une ombre circulaire doit être lui-même sphérique.

355. Les éclipses de soleil sont le mieux comprises en regardant le soleil et la

lune comme deux luminaires indépendans, dont chacun se meut suivant des lois connues, et que nous voyons de la terre ; mais il est aussi instructif de considérer les éclipses en général comme provenant de l'ombre d'un corps jeté sur un autre par l'effet d'un luminaire *beaucoup plus grand que les deux premiers*. Ainsi, supposons (fig. 52) que AB représente le soleil, et CD un corps sphérique, la terre ou la lune, qui en soit éclairé. Si nous joignons et prolongeons AC, BD, puisque AB est plus grand que CD, ces lignes se rencontreront en un point E, plus ou moins éloigné du corps CD, selon sa grandeur, et dans l'espace CED (qui représente un cône, puisque CD et AB sont des sphères), il y aura une ombre complète, d'où un spectateur qui y serait placé ne pourrait voir aucune partie du disque du soleil. Au-delà de l'ombre sont deux espaces divergens (ou plutôt une portion d'un seul espace conique ayant K pour sommet); et si un observateur y est placé, comme en M, il ne verra qu'une partie, AN, de la surface du soleil, le reste, BONP, étant intercepté par la terre. Il ne verra donc qu'une partie du disque du soleil, qui sera d'autant plus grande, qu'il se trouvera plus près des bords extérieurs de ce cône que l'on appelle la *pénombre*, et au-delà de laquelle il verra le soleil entier. On peut se rendre parfaitement compte de ces circonstances en présentant un petit globe au soleil, et recevant son ombre à diverses distances sur une feuille de papier.

356. Dans une éclipse lunaire (représentée dans la figure 52), on voit la lune entrer d'abord dans la *pénombre*, et, par degrés, s'envelopper dans *l'ombre*, la première entourant la dernière comme un brouillard. Vu le grand volume de la terre, le cône de son *ombre* se projette toujours beaucoup au-delà de la lune, en sorte que, si, au temps de l'éclipse, la marche de la lune se trouve dans une direction convenable, elle ne manque pas de passer par l'ombre. Ce n'est point là, cependant, le cas pour les éclipses de soleil : d'après la combinaison du volume et de la distance de la lune, l'extrémité de son ombre tombe toujours près de la terre, mais tantôt elle l'atteint et tantôt elle n'y arrive pas. Dans le premier cas (représenté par la figure 53), il se forme une tache noire, entourée d'une ombre faible, au-delà de laquelle il n'y a d'éclipse dans aucune partie de la terre, mais dans laquelle il y en aura une, soit totale, soit partielle, le spectateur se trouvant dans l'ombre ou la pénombre. Lorsque l'extrémité de l'ombre tombera *sur* la surface, la lune paraîtra, en ce point, pendant un instant, couvrir *tout juste* le soleil; mais lorsqu'elle n'y arrivera pas, il n'y aura éclipse totale dans aucune partie de la terre; et un spectateur, situé près du prolongement de l'axe du cône, verra tout le disque de la lune sur le soleil, quoique d'une grandeur insuffisante pour le couvrir, c'est-à-dire qu'il sera témoin d'une éclipse annulaire.

357. L'accord assez remarquable qui règne dans les périodes de la révolution *synodique* de la lune et de celle de ses nœuds, fait que les éclipses reviennent, au bout d'un certain temps, presque dans le même ordre et de la même grandeur. Car 223 révolutions synodiques moyennes de la lune, ou *lunaisons*, comme on les nomme, emploient 6585^{j}. 32, et 19 révolutions synodiques complètes du nœud ne s'opèrent qu'en 6585^{j}. 78. Ainsi, la différence dans la position moyenne du nœud, au commencement et à la fin de 223 lunaisons, est presque insensible; en sorte que, dans cet intervalle, les mêmes éclipses doivent se reproduire. Cette période de 223 lunaisons, ou 18 ans et 10 jours, est donc très importante dans le calcul des éclipses. On croit qu'elle était connue des Chaldéens sous le nom de *saros*, le retour régulier des éclipses ayant été remarqué comme un fait physique depuis des siècles, avant que l'on en connût exactement la théorie.

358. Le commencement, la durée et la grandeur d'une éclipse de lune, se calculent beaucoup plus aisément que ceux d'une éclipse de soleil, vu qu'ils sont indépendans de la position du spectateur sur la surface de la terre, et qu'ils

sont les mêmes que si l'on se tenait à son centre. Le centre commun de l'ombre et de la pénombre est toujours dans l'écliptique, en un point opposé au soleil, et le chemin parcouru par la lune en y passant est sa vraie orbite, telle qu'elle existe au moment de la pleine lune. Sa position dans cette orbite, à chaque instant, est connue d'après les tables lunaires et les éphémérides; et tout ce que nous avons, en conséquence, à déterminer, c'est *le moment où* la distance entre le centre de la lune et celui de l'ombre est exactement égale à la somme des demi-diamètres de la lune et de la pénombre, ou de la lune et de l'ombre, pour savoir lorsqu'elle y entre et qu'elle les quitte respectivement.

359. Pour connaître les dimensions de l'ombre, à l'endroit où elle traverse l'orbite de la lune, il faut savoir quelles sont les distances du soleil et de la lune à la terre dans ce moment. Ces distances sont variables; mais elles sont calculées et consignées, aussi bien que leurs demi-diamètres, pour tous les jours, dans les éphémérides, en sorte qu'il ne manque aucune donnée. La distance du soleil se calcule aisément d'après son orbite elliptique; mais celle de la lune présente plus de difficulté, par un motif que nous allons expliquer.

360. L'orbite de la lune, comme nous l'avons déjà dit, n'est pas, rigoureusement parlant, une ellipse rentrant sur elle-même, à cause de la variation du plan dans lequel elle se trouve, et du mouvement de ses nœuds; et quand on écarterait cette considération, le grand diamètre de l'ellipse change lui-même continuellement de direction dans l'espace, comme nous l'avons déjà observé à l'égard de l'ellipse du soleil, mais beaucoup plus rapidement, faisant une révolution complète, dans la même direction que le mouvement propre de la lune, en 3232^{j}. 5753 solaires moyens, ou environ 9 ans, à raison de 3° environ de mouvement angulaire dans toute une révolution de cet astre. C'est le phénomène connu sous le nom de révolution des *apsides* de la lune. La cause en sera expliquée ci-après. Son effet immédiat est de produire, dans la distance de la terre à la lune, une variation qui n'est pas comprise dans les lois d'un mouvement elliptique précis. Pour une seule révolution de la lune, cette variation de distance est fort légère; mais dans le cours d'un grand nombre elle devient considérable, comme on peut le voir aisément, si nous considérons que dans quatre ans et demi la position de l'axe sera complètement renversée, et que l'apogée de la lune arrivera lorsqu'avait lieu le périgée auparavant.

361. Le meilleur moyen de se former une idée claire du mouvement de la lune, c'est de la regarder comme décrivant une ellipse autour de la terre comme foyer, et en même temps de considérer cette ellipse elle-même comme étant dans un double état de révolution, 1°. dans son propre plan, par un progrès continuel de son axe dans ce plan; et 2°. par un mouvement continuel d'oscillation du plan lui-même, exactement semblable à celui de l'équateur de la terre produit par le mouvement conique de son axe décrit à l'article 266, mais beaucoup plus rapide.

362. La constitution physique de la lune nous est mieux connue que celle de tout autre corps céleste. A l'aide de télescopes, nous distinguons des inégalités à sa surface, qui ne peuvent être que des montagnes et des vallées, par cette raison bien simple que nous voyons les ombres projetées par les montagnes dans l'exacte proportion, quant à la longueur, qu'elles doivent avoir, d'après l'inclinaison des rayons du soleil sur cette partie de la surface de la lune où ces inégalités se trouvent. La ligne convexe du disque tournée vers le soleil est toujours circulaire, et, à très peu de chose près, unie; mais le bord opposé de la partie éclairée, qui (si la lune était une sphère parfaite) devrait être une ellipse exacte et bien tranchée, se trouve toujours extrêmement raboteux, et coupé de profondes cavités et de proéminences. Les montagnes près de ce bord jettent des ombres longues et épaisses, comme cela doit être, si nous considérons que le

soleil est dans l'action de se lever ou de se coucher pour les parties de la lune ainsi placées. Mais à mesure que le bord éclairé dépasse ces parties, c'est-à-dire à mesure que le soleil s'élève à leur égard, leurs ombres se raccourcissent; et, à la pleine lune, où toute la lumière tombe selon notre ligne de vision, on ne voit d'ombre en aucun point de sa surface. D'après des mesures micrométriques des longueurs des ombres de plusieurs des montagnes les plus apparentes, prises au milieu des circonstances les plus favorables, l'on a calculé les hauteurs d'un grand nombre d'entre elles; il en résulte que la plus grande hauteur perpendiculaire est d'environ un mille trois quarts anglais (2816 mètres). L'existence de pareilles montagnes est encore constatée par l'aspect qu'elles présentent de petits points ou îlots de lumière au-delà de l'extrême bord de la partie éclairée, qui sont leurs sommets, et qui reçoivent les rayons du soleil avant la plaine intermédiaire; et à mesure que la lumière avance on voit ces îlots à ce bord et y former des bosses.

363. Les montagnes de la lune présentent en général un aspect d'une uniformité et d'une singularité frappantes. Elles sont étonnamment nombreuses, occupent beaucoup plus de la moitié de la surface, et sont presque universellement d'une forme exactement circulaire ou de celle des coupes, rétrécies cependant en ellipses vers le bord; mais les plus grandes ont ordinairement des fonds plats, d'où s'élève centralement une petite colline escarpée et conique. Elles offrent, enfin, au plus haut degré de perfection, le véritable caractère *volcanique*, tel qu'on peut le voir dans le cratère du Vésuve, et sur une carte des districts volcaniques des *Campi Phlegrxi* ou du Puy-de-Dôme. Dans quelques-unes des principales, on peut même, au moyen de puissans télescopes, découvrir des marques décisives de stratification volcanique, provenant de dépôts successifs des éruptions de matières. Ce qui, du reste, est extrêmement singulier dans la géologie de la lune, c'est que, quoique l'on ne puisse rien y découvrir qui ait le caractère de mers (car les taches sombres que l'on appelle ordinairement de ce nom, présentent, lorsqu'elles sont bien examinées, des apparences incompatibles avec la supposition d'une eau profonde), il y a de vastes régions parfaitement unies, et qui semblent décidément être le produit des alluvions.

364. La lune n'a ni nuages ni d'autres indications d'une atmosphère. S'il y en avait, on ne pourrait que s'en apercevoir dans les occultations des étoiles et les phénomènes des éclipses de soleil. Aussi, son climat doit-il être fort extraordinaire, et subir la condition d'avoir alternativement un soleil d'une chaleur plus accablante que celle d'un midi équatorial, pendant une suite non interrompue de quatorze jours, et l'hiver le plus rigoureux, surpassant de beaucoup celui de nos pôles, pendant le même espace de temps. Un tel état de choses doit produire une translation constante de tout ce qui peut exister d'humidité sur sa surface, du point placé au-dessous du soleil à celui opposé, par la distillation *dans le vide* selon le procédé du petit instrument appelé *cryophore*. Il doit en résulter une aridité absolue au-dessous du soleil vertical, une agglomération constante de gélée blanche dans la région opposée, et, peut-être, une zône étroite d'eau vive aux bords de l'hémisphère éclairé. Il est donc possible que l'évaporation d'un côté, et la condensation de l'autre, maintiennent, jusqu'à un certain point, un équilibre de température, et adoucissent l'extrême rigueur des deux climats.

365. Un cercle d'une seconde de diamètre, vu de la terre, sur la surface de la lune, contient environ un mille carré (2589894 mètres carrés). Il faut, par conséquent, que l'on perfectionne encore beaucoup les télescopes, pour que nous puissions espérer de voir des signes d'habitans, révélés par des édifices ou par des changemens sur la surface du sol. Il faut toutefois observer que, vu le peu de densité des matériaux de la lune, et la gravitation comparativement faible des corps placés à sa surface, la force musculaire y serait six fois aussi puis-

sante que sur la terre pour soulever le poids des matériaux. Comme, cependant, il n'y a pas d'air, il semble impossible qu'aucune espèce d'être animé, analogue à ce qui existe sur la terre, trouve moyen d'y subsister. On ne peut distinguer nulle part rien qui ressemble à la végétation ou à la plus légère variation de la surface, pour en conclure raisonnablement le moindre changement de saison.

366. L'été et l'hiver lunaires proviennent, en fait, de la rotation de la lune sur son axe. La période de cette rotation est *exactement* égale à celle de sa révolution sidérale autour de la terre, et s'accomplit dans un plan incliné de 1° 30′ 11″ sur l'écliptique, en sorte que ce plan coïncide presque avec sa propre orbite. Voilà pourquoi nous voyons toujours le même hémisphère de la lune, et ne connaissons point l'autre. Cette coïncidence remarquable de deux révolutions, qui, au premier abord, sembleraient devoir être tout-à-fait distinctes, n'est, dit-on, que la conséquence des lois que nous expliquerons ci-après.

367. La rotation de la lune sur son axe est uniforme; mais puisque son mouvement dans son orbite (comme celui du soleil) ne l'est pas, nous sommes en état de voir quelques degrés de ses parties équatoriales en outre de la demi-circonférence, du côté oriental ou de celui occidental, selon les circonstances; ou, en d'autres termes, la ligne qui joint les centres de la terre et de la lune oscille un peu dans sa position, en s'écartant de son intersection moyenne avec sa surface vers l'orient ou vers l'occident. Et, de plus, puisque l'axe autour duquel elle tourne n'est pas exactement perpendiculaire à son orbite, ses pôles se présentent alternativement à la vue dans un petit espace aux bords de son disque. Ces phénomènes sont connus sous le nom de *librations*, la première de *longitude*, la seconde de *latitude*. En conséquence de ces deux espèces distinctes de *librations*, le même point identique de la surface de la lune n'est pas toujours le centre de son disque, et nous obtenons, par conséquent, la vue d'une zône de quelques degrés de largeur de tous les côtés du bord, au-delà d'un hémisphère exact.

368. S'il y a des habitans dans la lune, la terre doit leur offrir l'aspect extraordinaire d'une lune d'environ 2° de diamètre, présentant les mêmes phases que nous voyons dans la nôtre, mais *fixée d'une manière immobile dans leur ciel* (ou, du moins, ne changeant de lieu apparent que de la petite quantité de la libration), tandis que les étoiles doivent leur sembler passer lentement à côté et derrière elle. Elle paraîtra couverte de taches variables, et ceinte de zônes équatoriales et tropicales correspondantes à nos vents alisés; et il est douteux que, dans leurs perpétuels changemens, les configurations de nos continens et de nos mers puissent jamais être clairement distinguées.

CHAPITRE VII.

De la gravité terrestre.—Loi de la gravitation universelle. —Courbes apparentes et réelles décrites par les projectiles. — La lune retenue dans son orbite par la gravité. — Loi de décroissement de la gravité.— Lois du mouvement elliptique. — Orbite de la terre autour du soleil en harmonie avec ces lois. —Masses de la terre et du soleil comparées. — Densité du soleil. — Force de la gravité à sa surface. — Perturbation causée par le soleil sur le mouvement de la lune.

369. Le lecteur vient de s'instruire des principaux phénomènes des mouvemens de la terre dans son orbite autour du soleil, et de la lune autour de la terre. Nous allons maintenant parler de la cause physique qui maintient et perpétue ces mouvemens, et fait que les corps massifs qui roulent ainsi dévient continuellement des directions qu'ils chercheraient naturellement à suivre, en con-

séquence de la première loi du mouvement, et les changent en courbes dont la concavité est tournée vers un corps qui en occupe le centre.

370. Quelques efforts qu'aient pu faire les métaphysiciens pour lier la cause à l'effet, il est certain que l'idée de quelque enchaînement plus réel et plus intime a jeté d'aussi fortes racines dans l'esprit humain que celle de l'existence d'un monde extérieur, et que le fait d'avoir revendiqué ce point comme une chose réelle a été regardé (chose étonnante à dire!) comme un progrès bien méritoire dans les annales de cette branche de la philosophie. C'est la conscience immédiate que nous avons *de nos efforts*, lorsque nous employons la force pour mettre la matière en mouvement, ou pour nous opposer à la force, et la neutraliser, qui nous donne cette conviction intérieure de *puissance* et d'*action* en tant qu'il s'agit du monde matériel, et qui nous force à croire que toutes les fois que nous voyons des objets matériels sortir de l'état de repos, ou quitter leur direction rectiligne, ou changer de vitesse s'ils étaient déjà en mouvement, c'est en conséquence d'un pareil EFFORT fait *d'une façon ou de l'autre*, quoique à notre insu. Qu'un tel effort pût se faire avec succès dans un espace interposé, c'est ce qu'il n'est pas plus difficile d'imaginer qu'il ne le serait que notre main pût communiquer le mouvement à une pierre, avec laquelle elle ne serait *évidemment pas en contact*.

371. Tous les corps que nous connaissons, quand on les lève en l'air et qu'on les abandonne à leur impulsion, descendent sur la surface de la terre perpendiculairement. Ils y sont, par conséquent, poussés par une force ou un effort, résultat direct ou indirect d'une *conscience* et d'une *volonté* qui existe *quelque part*, quoiqu'il ne soit pas en notre pouvoir de la découvrir; cette force, nous l'appelons *gravité;* et sa tendance ou direction, comme l'expérience universelle nous l'apprend, est vers le centre de la terre; ou plutôt, pour parler rigoureusement, eu égard à sa figure sphéroïdale, perpendiculaire à la surface de l'eau tranquille. Mais si nous lançons obliquement un corps en l'air, cette tendance, quoiqu'elle ne soit ni détruite ni diminuée, est essentiellement modifiée dans son effet définitif. Le mouvement *ascendant* que nous donnons à la pierre est, il est vrai, détruit au bout d'un certain temps, et il lui en est communiqué un *descendant*, qui finit par la conduire à la surface, où elle rencontre un obstacle à tout nouveau progrès, et est forcée au repos. Mais, pendant tout ce temps, elle a continuellement dévié de son progrès rectiligne, et a décrit une courbe concave vers le centre de la terre, ligne sur laquelle se trouve un point au *maximum d'élévation, un sommet ou apogée*, précisément comme celui de la lune dans son orbite, où la direction de son mouvement est perpendiculaire au rayon.

372. Lorsque la pierre que nous lançons obliquement en l'air rencontre, dans sa descente, la surface de la terre qui l'arrête, son mouvement ne se dirige point *vers le centre*, mais fait avec le rayon terrestre le même angle que quand elle a quitté notre main. Comme nous sommes sûrs que, si elle n'était pas arrêtée par la résistance de la terre, elle continuerait à descendre, et cela *obliquement*, quelle présomption, pouvons-nous demander, y a-t-il qu'elle atteindrait jamais le centre, vers lequel son mouvement n'a jamais été dirigé dans aucune partie de sa course visible? Quelle raison avons-nous de croire qu'elle ne circulerait pas plutôt autour de ce centre, comme fait la lune autour de la terre, en retournant au point d'où elle est partie, après avoir parcouru une orbite elliptique dont le centre occupe le foyer inférieur? Et s'il en est ainsi, n'est-il pas raisonnable de croire que la même force de gravité *peut* (puisque nous savons qu'elle s'exerce à toutes les hauteurs accessibles au-dessus de la surface, et même dans les plus hautes régions de l'atmosphère) s'étendre jusqu'à 60 rayons de la terre, ou jusqu'à la lune? Et ne serait-ce point là cette puissance (car il *doit* y avoir *quelque* puissance) qui l'écarte à chaque instant de la tangente de son orbite, et la main-

tient dans la courbe d'une ellipse que l'expérience nous apprend être bien celle qu'elle parcourt?

373. En faisant pirouetter une pierre au bout d'un cordon, elle tendra le cordon par la force *centrifuge*, qui, si la vitesse de rotation est suffisamment augmentée, finira par casser le cordon, et laisser échapper la pierre. Quelque fort que soit le cordon, il peut, par une vitesse rotatoire suffisante de la pierre, être amené au plus haut degré de tension qu'il soit susceptible de supporter sans se casser; et si nous savons quel poids il est capable de soutenir, la vitesse nécessaire, en pareil cas, se calcule aisément. Supposons maintenant que le centre de la terre soit uni à un poids à sa surface par un cordon dont la force suffise tout juste pour soutenir ce poids qui y est suspendu. Imaginons, toutefois, pour un instant, que la gravité n'existe point, et que ce poids soit mis en mouvement par la seule *vitesse* de rotation que le cordon peut contrebalancer: sa tension sera exactement égale à la gravité de ce poids; et toute puissance qui pousserait continuellement ce poids vers le centre avec une force égale à la gravité de ce poids, remplacerait l'action du cordon, et pourrait lui être substituée, si elle était divisée. Divisons-la donc, et faisons agir la gravité à sa place : le poids circulera alors comme auparavant, sa tendance vers le centre, ou sa gravité, étant exactement balancée par sa force centrifuge. Connaissant le rayon de la terre, nous pouvons calculer le temps périodique pendant lequel un corps ainsi balancé doit circuler pour maintenir cet équilibre, et nous trouvons $1^h. 23'. 22''$.

374. Si nous faisons le même calcul pour un corps à la distance de la lune, en *supposant* sa pesanteur ou *sa gravité* la même qu'à *la surface de la terre*, nous trouverons que le temps demandé est $10^h. 45'. 30''$. La période réelle de la révolution de la lune est cependant de $27^j. 7^h. 43'$; et de là, il est clair que la vitesse de la lune ne suffit pas, à beaucoup près, pour la soutenir contre *une pareille* puissance, en supposant qu'elle tourne dans une circonférence, ou en négligeant (pour le moment) la légère ellipticité de son orbite. Pour qu'un corps à la distance de la lune (ou la lune elle-même) fût capable de *conserver sa distance* à la terre par l'effort extérieur de sa force centrifuge, tout en admettant que son temps de révolution fût celui qui appartient, en effet, à cet astre, le calcul nous apprend qu'il faudrait que la *gravité*, au lieu d'être aussi intense qu'à la surface, fût, à très peu de chose près, 3600 fois moins énergique; ou, en d'autres termes, nous trouvons que son intensité est tellement affaiblie par l'éloignement du corps sur lequel elle agit, qu'elle n'est capable d'y produire, dans le même temps, que la 3600e. partie du mouvement qu'elle imprimerait à la même masse de matière à la surface de la terre.

375. La distance de la lune au centre de la terre est un peu moindre que soixante fois la distance du centre à la surface, et l'on a $3600 : 1 :: 60^2 : 1^2$; en sorte que la proportion dans laquelle nous devons admettre que la gravité de la terre est affaiblie à la distance de la lune, si c'est réellement la force qui retient la lune dans son orbite, doit être (du moins dans cet exemple particulier) celle des carrés des distances mises en comparaison avec cette gravité. Or, cette diminution d'énergie n'a rien, au premier abord, d'incompatible avec l'accroissement de distance. Les émanations d'un centre, telles que la lumière et la chaleur, diminuent réellement en intensité par l'accroissement de la distance, et dans cette proportion identique; et quoique nous ne puissions guère argumenter avec certitude de cette analogie, nous n'en voyons pas moins que la puissance des attractions et répulsions magnétiques et électriques est réellement affaiblie par la distance, et beaucoup plus rapidement que dans la simple proportion des distances augmentées. Notre thèse se résume donc en ceci : d'un côté, *la gravité* est une puissance réelle, dont l'action se manifeste pour nous tous les jours. Nous savons qu'elle s'étend jusqu'aux plus grandes hauteurs accessibles, et beaucoup

au-delà ; et nous ne voyons aucune raison de tirer une ligne à telle ou telle hauteur, et de soutenir qu'elle y doit cesser entièrement, quoique par analogie nous puissions supposer que son énergie diminue rapidement à mesure que nous atteignons de grandes hauteurs au-dessus de la surface, par exemple la hauteur de la lune. D'autre part, nous sommes sûrs que la lune *est* poussée vers la terre par *quelque* puissance qui la retient dans son orbite, et que l'intensité de cette puissance est telle, qu'elle correspondrait à une diminution de gravité dans la proportion (qui du reste n'a rien d'improbable) des carrés des distances. Si la gravité *n'est pas* cette puissance, il doit en exister une autre ; et, de plus, la gravité doit cesser à quelque niveau inférieur, ou la nature de la lune doit être différente de celle de la matière pondérable : car, dans le cas contraire, *les deux* puissances pousseraient à la fois la lune, qui serait ainsi forcée de se porter sur le centre de son mouvement.

376. C'est sur ce raisonnement que Newton semble avoir basé d'abord, et provisoirement, sa loi de la gravitation universelle, que l'on peut rédiger ainsi : *Chaque molécule de matière dans l'univers en attire une autre avec une force directement proportionnelle à la masse de la molécule attirante, et inversement aux carrés des distances entre elles.* Toutefois, dans cette forme abstraite et générale, la proposition n'est pas applicable au cas qui nous occupe. La terre et la lune ne sont pas de simples *molécules*, mais de grands corps sphériques, et ce n'est point de pareils corps que la loi générale peut régir d'une manière immédiate. Avant de pouvoir en faire l'application, il est nécessaire d'examiner *quelle* sera la force avec laquelle un assemblage de molécules, constituant une masse solide d'une figure déterminée, attirera un autre pareil assemblage de particules matérielles. Ce problème est purement dynamique, et, dans sa forme générale, d'une extrême difficulté. Heureusement que, toutefois, pour l'avantage des connaissances humaines, lorsque les corps attirans et attirés sont des sphères, il admet une solution aisée et directe. Newton lui-même a fait voir (Princip. b. I. prop. 75) que, dans ce cas, l'attraction est précisément la même que si toute la matière de chaque sphère était réunie à un centre, et que les sphères fussent de simples molécules placées en ce point ; en sorte que, à cet égard, la loi générale s'applique dans la stricte acception des termes. L'effet de la légère déviation de la terre d'une forme sphérique est trop peu considérable pour mériter quelque attention ici. Il est toutefois appréciable, et peut faire l'objet de nos remarques ultérieures.

377. Ce premier pas franchi dans la doctrine newtonienne, on la voit immédiatement dépouiller la loi de la gravitation de son caractère provisoire, et l'élever au rang d'une relation générale et primordiale, en prouvant qu'elle est applicable dans tous ses détails aux cas qui se révèlent partout autour de nous. Newton dit (Princip. I. 17, I. 75) que deux corps sphériques qui se portent l'un vers l'autre en vertu de cette force attractive, ne seront pas plus tôt rapprochés, que chacun quittera la ligne droite pour décrire une orbite concave du côté de l'autre, et qu'ils décriront toux deux, en servant réciproquement de centres, et autour de leur centre commun de gravité, des courbes dont les formes appartiennent à ces figures connues en géométrie sous la dénomination générale de *sections coniques*. Il fait voir qu'il dépendra, dans un cas donné, des circonstances particulières de la vitesse, de la distance et de la direction, *laquelle* de ces courbes sera décrite ; si ce sera une ellipse, une circonférence, une parabole ou une hyperbole ; mais il *faudra* que ce soit l'une ou l'autre de ces courbes ; et chacune d'elles pourra avoir un degré quelconque d'excentricité selon l'occasion ; et, dans tous les cas, le point auquel le mouvement est rapporté, qu'il soit le centre de l'une des sphères, ou leur centre commun de gravité, sera nécessairement le *foyer* de la section conique décrite. Il prouve, de plus (Princip. i. I), que, dans chaque circonstance, *la vitesse angulaire*, avec laquelle la ligne qui

joint les centres se meut, doit être inversément proportionnelle aux carrés de leurs distances mutuelles, et que des aires égales des courbes décrites seront parcourues par leurs lignes de jonction dans des temps égaux.

378. Tout ceci est d'accord avec ce que nous avons dit des mouvemens solaires et lunaires. Leurs orbites sont des ellipses, mais de différens degrés d'excentricité; et cette circonstance signale déjà l'universalité des principes en question.

379. Mais ici nous avons déjà, par une induction naturelle et facile (tel est toujours le progrès de la généralisation) fait un pas de plus, et très important, presque sans nous en apercevoir. Nous avons étendu l'action de la gravité au cas de la terre et du soleil, à une distance immensément plus grande que celle de la lune, et à un corps en apparence d'une toute autre nature que ces deux planètes. Avons-nous raison ? ou, à tout prendre, ne s'est-il pas introduit des modifications par le changement des données, sinon dans l'expression générale, du moins dans l'interprétation particulière, de la loi de la gravitation. Or, dès le moment que nous arrivons à des nombres, un désaccord évident nous frappe. Lorsque nous calculons, comme ci-dessus, d'après la distance connue du soleil (art. 304), et d'après la période dans laquelle la terre en fait le tour (art. 327), quelle doit être la force centrifuge de cette dernière par laquelle l'attraction du soleil est balancée, et qui, par conséquent, devient la mesure exacte de force attractive que le soleil exerce sur la terre, nous la trouvons immensément plus grande qu'il ne le faudrait pour contrebalancer l'attraction de *la terre* sur un corps pareil placé à cette distance, plus grande dans l'énorme proportion de 354936 à 1. Il est donc clair que si la terre est retenue dans son orbite autour du soleil par l'*attraction solaire*, dans un rapport de décroissement conforme à la loi générale, cette force ne doit pas être moins de 354936 fois plus intense que celle que la terre serait capable d'exercer, toutes les autres circonstances restant les mêmes, à une égale distance.

380. Que devons-nous donc voir dans ce résultat ? Ceci simplement, que le soleil attire comme le ferait un assemblage de 354936 terres qui occuperaient sa place, ou, en d'autres termes, que le soleil contient 354936 fois la masse ou la quantité de matière pondérable dont se compose la terre. Et que cette conclusion ne nous épouvante pas. Nous n'avons qu'à rappeler ce qui a déjà été dit à l'art. 305 des dimensions gigantesques de ce corps magnifique, pour comprendre que, en lui assignant une si grande masse, nous ne dépassons pas les bornes d'une proportion raisonnable. En effet, quand nous comparons sa *masse* à son *volume*, nous trouvons que sa densité est moindre que celle de la terre, et qu'elle ne va pas à plus de 0.2543 ; en sorte que ce globe doit se composer en réalité de matériaux beaucoup *plus légers*, surtout quand nous considérons la force avec laquelle ses parties centrales doivent se condenser. Cette considération nous fait trouver extrêmement probable qu'il règne dans son intérieur une chaleur fort intense, par laquelle son élasticité augmente et acquiert le pouvoir de résister à cette pression presque inconcevable sans altérer ses dimensions.

381. Ceci s'appréciera bien mieux en évaluant, comme nous sommes maintenant préparés à le faire, l'intensité de la gravité à la surface du soleil.

L'attraction d'un globe étant la même (art. 376) que si toute la masse était reléguée à son centre, sera, par conséquent, directement proportionnelle à la masse, et inversément aux carrés des distances; et, dans ce cas, la distance est le rayon du globe. De là nous concluons que les intensités de la gravité solaire et terrestre aux surfaces des deux sphères sont dans les proportions de 27,9 à 1. Une livre de matière terrestre à la surface du soleil exercerait donc une pression égale à celle de 27 livres 9/10 à la surface de la terre. Un homme ordinaire, par exemple, placé à la surface du soleil, non seulement, serait incapable de soutenir son

propre poids, mais ne manquerait pas d'être transformé en un nombre infini de parties, comme s'il était pilé dans un mortier.

382. Ainsi nous n'hésiterons plus, dorénavant, à abandonner toute idée de l'immobilité de la terre, et à transporter cet attribut au soleil, dont la masse imposante est propre à absorber les faibles attractions de particules comparativement si petites que le sont la terre et la lune, et qui ne peuvent exercer sur lui une action capable de lui causer un dérangement sensible. Leur centre de gravité se trouve, comme nous l'avons déjà dit, presque tout contre le centre du soleil, à un intervalle tout-à-fait imperceptible à la distance où nous sommes; et quel que soit celui de ces deux points que nous regardions comme le centre autour duquel se décrit l'orbite de la terre, il n'en résulte de différence appréciable dans aucun phénomène d'astronomie.

383. C'est en conséquence de la gravitation *réciproque* de toutes les diverses parties de la matière, admise par la loi newtonienne, que la terre et la lune, tout en se mouvant mensuellement dans leurs orbites mutuelles autour de leur centre commun de gravité, n'en continuent pas moins à tourner, sans se séparer, dans une plus grande orbite annuelle autour du soleil. Nous pouvons concevoir ce mouvement en joignant deux balles inégales par un bâton qui, à leur centre de gravité, est fixé par une longue ficelle, et que l'on fait pirouetter. Leurs *systémes* réunis circuleront comme un seul corps autour du centre commun auquel la ficelle est attachée, tandis que ces balles n'en pourront pas moins continuer à circuler l'une autour de l'autre par des mouvemens circulaires subordonnés, comme si le bâton était tout-à-fait affranchi d'un pareil lien, et qu'il fût simplement lancé en l'air. Si la terre seule, et non la lune, gravitait vers le soleil, elle serait entraînée, et laisserait la lune derrière elle, et *vice versâ;* mais, comme le soleil agit sur l'une et l'autre, elles continuent à rester ensemble sous l'empire de son attraction, précisément comme les parties libres de la surface de la terre continuent à s'y appuyer. Ce n'est donc pas, à proprement parler, la terre ou la lune qui décrit une ellipse autour du soleil, mais leur centre commun de gravité. Son effet est de produire une *équation* mensuelle, petite à la vérité, mais très sensible, dans le mouvement apparent du soleil vu de la terre, et l'on en tient toujours compte dans le calcul du lieu de cet astre.

384. Et ici, c'est-à-dire dans l'attraction du soleil, nous avons la clef de toutes ces déviations de la rigoureuse exactitude du mouvement elliptique de la lune dans son orbite mensuelle, que nous avons déjà signalées (art. 344 et 360), savoir de la révolution rétrograde de ses nœuds; du mouvement circulaire direct du grand diamètre de son ellipse, et de toutes les autres infractions aux lois du mouvement elliptique que nous avons indiquées. Si la lune tournait simplement autour de la terre sous l'empire de sa gravité, aucun de ces phénomènes n'aurait lieu. Son orbite serait une ellipse parfaite, rentrant sur elle-même, et se trouvant toujours dans un seul et même plan : de ce *qu'il n'en est point ainsi*, résulte la preuve que quelque cause la *trouble*, et se mêle à l'attraction de la terre; cette cause n'est autre que l'attraction du soleil, ou plutôt cette partie de l'attraction de cet astre qui ne s'exerce pas *également* sur la terre.

385. Supposons qu'on laisse tomber deux pierres ensemble et de la même hauteur; comme la gravité leur imprime une accélération égale, elles conserveront leurs positions relatives, et tomberont ensemble comme si elles ne formaient qu'une masse; mais si nous admettons que la gravité s'exerce avec un peu plus d'intensité sur l'une que sur l'autre, la première éprouvera une plus grande accélération dans sa chute, et quittera l'autre peu à peu, ce qui donnera naissance à un mouvement relatif, basé sur la différence de l'action, quelque légère que soit cette différence.

386. Le soleil est environ 400 fois aussi éloigné que la lune; et, en consé-

quence, tandis que la lune décrit son orbite mensuelle autour de la terre, sa distance au soleil est alternativement 1/400 plus grande et plus petite que celle de la terre au même astre. Quelque petite que soit cette différence, elle suffit encore (fig. 54) pour en produire une appréciable dans la tendance attractive de la lune vers le soleil, selon que la lune est à un point plus rapproché M, ou du côté opposé N; et, dans les positions intermédiaires, il existera, non seulement une différence de *force*, mais aussi une différence de *direction*, puisque quelque petite que soit l'orbite lunaire MN, ce n'est pas un *point*, et, par conséquent, les lignes tirées du soleil S à ses diverses parties ne peuvent être regardées comme rigoureusement parallèles. Si, comme nous l'avons déjà vu, la force du soleil s'exerçait également, et dans des directions parallèles sur l'une et l'autre, il n'y aurait lieu à aucune perturbation dans leurs situations relatives. Mais, ces conditions n'existant pas, il en résulte une *force troublante*, oblique à la ligne de jonction de la lune à la terre, qui, dans quelques situations, imprime *une accélération*, dans d'autres *un retard* à son mouvement elliptique, dans quelques-unes détourne la terre de la lune, dans d'autres la lune de la terre. De plus, l'orbite de la lune, quoiqu'il ne s'en faille pas de beaucoup, ne coïncide pas tout-à-fait avec le plan de l'écliptique; aussi, l'action du soleil, qui est, à très peu de chose près, parallèle à ce plan, a-t-elle de la tendance à l'attirer un peu *hors du plan* de son orbite, ce qu'elle effectue en réalité, en produisant la révolution de ses nœuds et autres phénomènes moins frappans. Nous ne sommes pas encore préparés à aborder le sujet de ces *perturbations* comme on les appelle; mais nous avons dû les signaler de bonne heure à l'attention du lecteur, afin de le rassurer si quelques doutes le préoccupaient sur la rigueur logique de notre raisonnement, lorsque nous avons procédé à la recherche de la loi de la gravitation en partant d'une considération générale sur l'orbite de la lune, sans tenir compte pour le moment de ces perturbations.

CHAPITRE VIII.

DU SYSTÈME SOLAIRE.

Mouvemens apparens des planètes — Leurs stations et rétrogradations. — Le soleil est leur centre naturel de mouvement. — Planètes inférieures. — Leurs phases, périodes, etc. — Dimensions et forme de leurs orbites. — Passages sur le disque du soleil. — Planètes supérieures. — Leurs distances, leurs périodes, etc. — Lois de Kepler et leur interprétation. — Elémens elliptiques de l'orbite d'une planète. — Son lieu héliocentrique et géocentrique. — Loi de Bode sur les distances planétaires. — Les quatre planètes ultra-zodiacales. — Particularités physiques à observer dans chacune des planètes.

387. Le soleil et la lune ne sont pas les seuls corps célestes qui paraissent avoir un mouvement indépendant de celui par lequel la grande constellation des cieux est journellement emportée autour de la terre. Parmi les astres, il en est plusieurs, et ce sont les plus apparens et du plus vif éclat, que l'on voit, quand on les observe attentivement d'une nuit à l'autre, changer de situation relative au milieu des autres; quelques-uns avec rapidité, d'autres beaucoup plus lentement : on les appelle *planètes*. Quatre d'entre elles, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, sont très apparentes, et jettent le plus vif éclat. Une autre, Mercure, nous offre un grand disque visible aussi à l'œil nu, mais qui, par une cause que l'on comprendra tout-à-l'heure, frappe rarement nos regards. C'est tout ce qu'on peut faire d'apercevoir la cinquième sans télescope : on l'appelle Uranus. Il y en a quatre autres, Cérès, Pallas, Vesta et Junon, qui ne sont jamais visibles à l'œil

nu. En outre de ces dix, il peut en exister à notre insu et il est extrêmement probable que tel est le cas, la multitude des astres télescopiques étant si considérable, que le très petit nombre d'entre eux que l'on a remarqués avec assez de soin ne permet pas de décider s'ils conservent ou non les mêmes places, et les cinq dernières planètes mentionnées n'ayant été découvertes que depuis un demi-siècle.

388. Les mouvemens des planètes sont beaucoup plus irréguliers que celui de la lune et celui apparent du soleil. Généralement parlant, et en comparant les lieux qu'elles occupent à de longs intervalles de temps, elles avancent toutes, quoique avec des vitesses fort inégales, dans le même sens que ces luminaires, c'est-à-dire dans une direction contraire au mouvement diurne apparent, ou d'occident en orient Toutes font le tour entier du ciel, mais avec des circonstances très différentes; et toutes, à l'exception des quatre planètes télescopiques, Cérès, Pallas, Junon et Vesta (que l'on peut par conséquent appeler *ultra-zodiacales*), ont leurs orbites renfermées dans des limites très étroites des deux côtés de l'écliptique, et opèrent leurs mouvemens dans cette zône du ciel, que nous avons appelée précédemment le *zodiaque* (art. 254).

389. La conclusion visible que l'on peut en tirer est que, quelles que puissent être la nature et la loi de leurs mouvemens, ils s'opèrent tous *à-peu-près dans le plan de l'écliptique*, c'est-à-dire dans le plan même dans lequel a lieu notre propre mouvement autour du soleil. D'où il suit que nous ne voyons pas le plan de leurs orbites, mais seulement leur *section;* leurs distances linéaires et leurs mouvemens angulaires étant tous raccourcis et confondus indistinctement, tandis que leurs déviations seules de l'écliptique nous apparaissent dans leur grandeur naturelle, sans que l'effet de la perspective puisse les diminuer.

390. Le mouvement apparent du soleil et celui de la lune, quoique non uniformes, sont bien près de l'être; car tout ce que l'on y remarque, c'est une légère accélération et un petit retard, qu'il faut attribuer à l'ellipticité de leurs orbites. Mais le cas est bien différent pour les planètes: tantôt elles avancent rapidement, puis se relâchent de leur vitesse apparente, tantôt elles arrivent à une halte momentanée, et après cela suivent un mouvement opposé et rétrograde, avec une rapidité d'abord croissante, qui diminue ensuite, jusqu'à ce que le mouvement rétrograde cesse tout-à-fait. Vient après cela une autre *station* (ou moment de repos apparent ou d'indécision) suivie immédiatement du mouvement d'origine ou direct. A tout prendre, cependant, la quantité de mouvement direct fait plus que compenser celle rétrograde; et par l'excès de la première sur la dernière, le progrès graduel de la planète d'occident en orient se trouve maintenu. Ainsi, en supposant (fig. 55) le zodiaque déroulé sur une surface plane, et prenant l'écliptique EC pour ligne fondamentale, le chemin d'une planète, tracé sur le papier d'après l'observation journalière, offrira l'aspect PQRNS, etc.; le mouvement de P en Q étant direct, en Q stationnaire, de Q en R rétrograde, en R de nouveau stationnaire, d'R en S direct, et ainsi de suite.

391. Au milieu de l'irrégularité et de l'oscillation de ce mouvement, on reconnaît un trait remarquable d'uniformité. Toutes les fois que la planète traverse l'écliptique, comme au point N, on dit (comme pour la lune) qu'elle est dans son nœud; et comme la terre se trouve nécessairement dans le plan de l'écliptique, la planète ne peut, *en apparence* ou *uranographiquement*, être située dans le cercle céleste ainsi appelé, sans être *réellement* et *matériellement* située *dans ce plan*. Le passage visible d'une planète par son nœud est donc un phénomène qui indique une circonstance dans son mouvement réel tout-à-fait indépendante de la station d'où nous la voyons. Or, il est aisé de constater, par l'observation, quand une planète passe du côté septentrional à celui méridional de l'écliptique: nous n'avons qu'à convertir ses ascensions droites et ses déclinaisons en longitudes et latitudes, et le changement de latitude septentrionale en méridionale

deux jours de suite, nous apprendra quel *jour* le passage a eu lieu; tandis qu'une simple proportion, fondée sur l'état observé de son mouvement *en latitude* dans l'intervalle, suffira pour fixer l'heure et la minute précises de son arrivée à l'écliptique. En opérant ainsi pendant plusieurs passages d'un côté à l'autre de l'écliptique, et leurs dates étant par là fixées, nous trouvons en général que l'intervalle de temps qui s'écoule entre les passages successifs de chaque planète par *le même nœud* (n'importe que ce soit l'*ascendant* ou celui *descendant*) est toujours le même, soit que la planète, au moment de ce passage, ait un mouvement direct ou rétrograde, rapide ou lent.

392. Nous avons donc ici une circonstance qui, tout en nous faisant voir que les mouvemens des planètes, sont sujets à de certaines lois et à des révolutions fixes, est très propre à nous faire soupçonner que les irrégularités et les complications apparentes de leurs mouvemens peuvent être dues à ce que nous ne les voyons pas de leur centre naturel (art. 316), et à ce que nous mêlons à leurs propres mouvemens ceux d'une espèce parallactique, dus à notre changement de lieu, en vertu du mouvement de translation de la terre autour du soleil.

393. Si nous refusons à la terre la qualité de centre des mouvemens planétaires, nous ne pouvons hésiter un instant sur le choix du centre le plus probable. Assurément le soleil a le droit de revendiquer le premier rang, comme station à laquelle nous devons les rapporter. S'il n'a pas avec eux des rapports physiques par lesquels il leur soit lié, il possède au moins l'avantage, que n'a pas la terre, d'une immobilité relative. Mais après ce que nous avons dit, à l'article 380, sur l'immense masse de ce luminaire, et sur l'action qu'il exerce, à notre égard, comme centre immobile de notre mouvement de translation, rien ne saurait être plus naturel que de supposer qu'il étend cette même action sur d'autres globes qui, comme la terre, peuvent tourner autour de lui : et ces globes peuvent être visibles pour nous, comme l'est la lune, par la lumière solaire qu'ils nous réfléchissent. Or, il est une multitude de faits qui militent puissamment en faveur de cette hypothèse.

394. Et d'abord, les planètes sont réellement des globes considérables, d'une grandeur égale à celle de la terre, et plusieurs d'entre elles la surpassent infiniment. Quand on les examine avec de puissans télescopes, on voit que ce sont des corps ronds, d'un diamètre apparent sensible et même considérable, offrant des particularités distinctes et caractéristiques, qui prouvent que ce sont des masses solides, dont chacune a une structure et un mécanisme particuliers, et, dans un cas surtout, une organisation extrêmement compliqué. (*Voir* les configurations de Mars, de Jupiter et de Saturne, planche 13.) Que la distance où nous sommes de ces corps célestes soit grande, beaucoup plus grande que celle de la lune, et même, pour quelques-uns d'entre eux, que celle du soleil, c'est ce que nous apprenons par la petitesse de leur parallaxe diurne, qui, même pour les plus rapprochés de ces corps, en les prenant dans la situation la plus favorable, ne surpasse pas quelques secondes, et est presque imperceptible pour les plus éloignés. En comparant la parallaxe diurne d'un corps céleste avec son demi-diamètre apparent, nous pouvons à l'instant estimer son volume réel. Car la parallaxe n'est, dans le fait, autre chose que le demi-diamètre apparent de la terre vu du corps en question (art. 298 et suiv.); et, la distance qui les sépare étant la même, les diamètres réels doivent être entre eux dans la proportion de ceux apparens. Sans entrer dans des détails, il suffira de dire, comme résultat général de cette comparaison, que les planètes sont toutes incomparablement plus petites que le soleil, mais que quelques-unes d'entre elles sont aussi grandes que la terre, et d'autres beaucoup plus considérables.

395. On peut considérer, comme second fait à leur égard, que les distances où nous en sommes, estimées d'après la mesure de leurs diamètres angulaires,

sont dans un état continuel de variation, augmentant et diminuant périodiquement dans certaines limites, mais tout-à-fait incompatibles avec la supposition qu'elles décriraient des orbites circulaires ou elliptiques régulières autour de la terre comme centre ou foyer, et conservant un rapport constant avec leurs distances angulaires au soleil ou leurs *élongations*. Par exemple, le diamètre apparent de Mars est plus grand lorsqu'il est, comme on dit, *en opposition*, ou, en d'autres termes, lorsqu'il passe au méridien à minuit, et alors il est d'environ 18″; mais il diminue rapidement jusqu'à n'être plus que de 4″, quantité de son diamètre apparent lorsque l'astre est en *conjonction*.

396. Enfin certaines planètes, en les regardant avec des télescopes, offrent des phases comme celles de la lune. Cela prouve que ce sont des corps opaques, qui ne brillent que par une lumière réfléchie qui ne peut être que celle du soleil, non seulement parce qu'il n'existe pas d'autre source de lumière assez puissante en dehors d'elle ; mais parce que l'aspect et le renouvellement des phases mêmes sont (comme leurs diamètres visibles) intimément liés avec leurs élongations comme nous allons le faire voir.

397. Ainsi nous trouvons que, quand nous rapportons les mouvemens planétaires au soleil comme centre, toute cette irrégularité apparente qu'ils offrent, en les regardant de la terre, disparaît tout-à-coup, et se résume en une loi simple et générale, dont le mouvement de la terre, tel qu'il a été expliqué dans un chapitre précédent, n'est qu'un cas particulier. Pour faire voir comment cela se fait, prenons le cas d'une seule planète, que nous supposerons tourner autour du soleil, dans un plan à-peu-près, mais pas tout-à-fait, en coïncidence avec l'écliptique, passant par cet astre, et coupant par conséquent l'écliptique suivant une ligne fixe, qui est celle des nœuds de la planète. Cette ligne doit donc partager son orbite en deux segmens; et il est évident que, aussi longtemps que les circonstances du mouvement de la planète n'auront pas varié, les temps employés à décrire ces segmens, doivent rester les mêmes. Ainsi, l'intervalle qui s'écoule entre le moment où la planète quitte l'un ou l'autre nœud et celui auquel elle retourne *au même* nœud, doit être la mesure de sa révolution complète autour du soleil, ou son *temps périodique*. C'est ainsi que nous sommes en possession d'une méthode directe pour déterminer le temps périodique de chaque planète.

398. Nous avons dit (art. 388) que les planètes font le tour entier du ciel avec des circonstances bien différentes. Ceci a besoin d'explication. Deux d'entr'elles, Mercure et Vénus, accomplissent évidemment cette révolution comme satellites du soleil, dont elles ne quittent jamais le voisinage au-delà d'une certaine limite. On les voit tantôt à l'orient, tantôt à l'occident de ce corps céleste. Dans le premier cas elles sont visibles à l'horizon occidental, d'abord après le coucher du soleil; et on les appelle *étoiles du soir :* Vénus, surtout, paraît quelquefois dans cette situation avec un éclat éblouissant; et dans des circonstances favorables on peut remarquer qu'elle jette une ombre assez forte. Lorsqu'elles sont à l'occident du soleil, elles se lèvent avant lui, et paraissent à l'horizon oriental comme des étoiles du matin : elles n'atteignent cependant pas la même *élongation* Mercure n'arrive jamais à une distance angulaire du soleil supérieure à environ 29°., tandis que Vénus étend ses excursions de part et d'autre, à près de 47°. Après s'être éloignées du soleil, *du côté de l'orient*, à leurs distances respectives, ces deux planètes restent, pendant quelque temps, pour ainsi dire immobiles *par rapport à cet astre*, et sont entraînées avec lui dans l'écliptique par un mouvement égal au sien propre; mais peu après elles commencent à s'en approcher, ou, ce qui revient au même, leur mouvement en longitude diminue et le soleil les dépasse. A mesure que cette approche augmente, leur sé-

jour au-dessus de l'horizon après le coucher du soleil, devient journellement plus court, jusqu'à ce qu'enfin elles se couchent avant que l'obscurité soit devenue assez forte pour permettre de les voir. Pendant quelque temps, on ne les voit donc pas du tout, excepté dans des occasions fort rares, où on les observe *passer sur le disque du soleil comme des taches noires, petites, rondes, bien tranchées*, d'un aspect bien différent de celui des taches du soleil (art. 330). Ces phénomènes sont appelés *passages* des planètes respectives sur le soleil et arrivent lorsque la terre se trouve passer par la ligne de leurs nœuds, tandis qu'elles sont dans cette partie de leurs orbites, précisément comme dans le cas où nous avons rendu compte (art. 355) d'une éclipse solaire. Après être ainsi restées, toutefois, invisibles pendant quelque temps, elles commencent à paraître de l'autre côté du soleil, ne se montrant d'abord que quelques minutes avant le lever de celui-ci, et graduellement de plus en plus long-temps, à mesure qu'elles s'en éloignent. Leur mouvement en longitude devient enfin rapidement rétrograde. Avant d'atteindre, cependant, leur plus grande élongation, elles deviennent stationnaires; mais leur éloignement du soleil continue à avoir lieu par le progrès de celui-ci, le long de l'écliptique, qui les laisse encore derrière lui, jusqu'à ce que, ayant renversé leur mouvement, qui est redevenu *direct*, elles aient acquis assez de vitesse pour commencer à aller rejoindre cet astre; c'est le moment de leur plus grande élongation *occidentale*. Ainsi se maintient une espèce de mouvement oscillatoire, tandis que le progrès général le long de l'écliptique continue.

399. Supposons (fig. 56) que PQ soit l'écliptique, et ABD l'orbite d'une de ces planètes (de Mercure, par exemple), vue de côté par un œil situé à fort peu de chose près dans son plan; S, le soleil, centre de l'orbite; et A,B,D,S, les positions successives de la planète, dont B et S sont dans les nœuds. Si le soleil était en apparence immobile sur l'écliptique, on verrait simplement la planète osciller de A en D, de D en A, et pisser alternativement en avant et en arrière du soleil; et si l'œil se trouvait exactement *dans* le plan de l'orbite, elle passerait *sur* son disque dans le premier cas, et serait cachée par l'astre dans le second. Or, comme le soleil n'est point ainsi stationnaire, mais transporté en apparence le long de l'écliptique PQ; supposons qu'il parcoure les espaces ST, TU,UV, tandis que la planète dans chaque cas accomplit un quart de sa révolution; son orbite sera en apparence transportée avec le soleil dans les positions successives représentées dans la figure; et tandis que son mouvement réel autour du soleil, la porte dans les points respectifs B,D,S,A, son mouvement apparent dans le ciel semblera avoir pris la direction de la ligne en zig-zag ANHK. Sur cette ligne, son mouvement en longitude aura été direct dans les parties AN, NH, et rétrograde dans les parties HRK; tandis qu'aux tournans du zig-zag en H,K, elle aura été stationnaire.

400. Les deux seules planètes, Mercure et Vénus, dont les mouvemens sont tels que nous les avons décrits ci-dessus, s'appellent *planètes inférieures*. Les points de leur plus grand éloignement du soleil s'appellent (comme nous l'avons dit ci-dessus) leurs *plus grandes élongations* orientale et occidentale; et les points où ils en approchent le plus, leurs conjonctions *inférieure* et *supérieure*; la première, lorsque la planète passe entre la terre et le soleil; la seconde, lorsqu'elle est derrière cet astre.

401. Dans l'article 398 nous avons tracé le chemin apparent d'une planète inférieure, en considérant son orbite en section, ou telle qu'on la voit d'un point situé dans le plan de l'écliptique. Regardons-la maintenant *en plan*, ou telle qu'on la voit d'une station au-dessus de ce plan; supposons donc (fig. 57) que S représente le soleil, *abcd* l'orbite de Mercure, et que ABCD soit une partie de celle de la terre, la direction du mouvement étant la même dans l'une et

l'autre, celle de la flèche. Lorsque la planète est en *a*, si la terre est en A, dans la direction d'une tangente *a*A à l'orbite de cette planète, il est évident qu'elle paraîtra à sa *plus grande élongation* du soleil; l'angle *a*AS, qui mesure leur intervalle apparent vu de A, étant alors plus grand que dans toute autre situation de *a* sur sa propre orbite.

402. Or, cet angle étant connu par l'observation, il nous fournit un moyen facile de déterminer, au moins approximativement, la distance de la planète au soleil, ou le rayon de son orbite, en la supposant une circonférence. Car le triangle SA*a* est rectangle en *a*, et, par conséquent, nous avons S*a* : SA : : sin. SA*a* : rayon, proportion par laquelle les rayons S*a*, SA des deux orbites sont directement comparés. Si les orbites étaient toutes deux des circonférences exactes, ce serait là un mode de procéder parfaitement rigoureux : mais (comme on le prouve par l'inégalité des valeurs qui résultent de *sa*, obtenues dans des temps différens) tel n'est pas le cas; et il devient nécessaire d'admettre une excentricité de position, et une déviation de la forme circulaire exacte dans *les deux* orbites, pour expliquer cette différence. Négligeant toutefois, pour le moment, cette inégalité, on peut du moins obtenir une valeur moyenne de S*a* par la répétition fréquente de ce procédé dans toutes les variétés de situation des deux corps. Les calculs étant exécutés, on en conclut que la distance moyenne de Mercure au soleil est d'environ 36000000 de milles (57935336400 mètres); et celle de Vénus, déduite de la même manière, à-peu-près de 68000000 de milles (109433413200 mètres); le rayon de l'orbite de la terre étant de 95000000 de milles (152884915500 mètres).

403. Les révolutions sidérales des planètes peuvent se déterminer (comme nous l'avons déjà remarqué) avec beaucoup d'exactitude, en observant leurs passages par les nœuds de leurs orbites; et, lorsqu'un fort léger mouvement de ces nœuds (semblable à celui des nœuds de la lune, mais incomparablement plus lent) *est mis en ligne de compte*, cette précision n'est limitée que par l'imperfection des méthodes employées pour observer. L'on trouve, ainsi, que la révolution sidérale de Mercure est de 87 j. 23 h. 15′ 43″, 9; et celle de Vénus de 224 j. 16 h. 49′ 8″. Ces révolutions, toutefois, sont bien différentes des intervalles auxquels on remarque avoir lieu les apparitions successives des deux planètes à leurs élongations orientale et occidentale. L'on voit Mercure dans son plus grand éclat comme une étoile du soir, à des intervalles moyens d'environ 116 jours, et Vénus à des intervalles moyens de près de 584. Ceci s'explique par la différence entre les révolutions *sidérales* et celles *synodiques* (art. 353). Revenons à la figure 57. Si la terre était immobile en A, tandis que la planète s'avancerait dans son orbite, l'intervalle d'une révolution sidérale, qui la ramènerait en *a*, reproduirait aussi une élongation semblable. Mais, pendant ce temps, la terre s'est avancée dans son orbite dans la même direction vers E, et, par conséquent, la plus grande élongation du même côté du soleil aura lieu, non dans la position *a*A des deux corps, mais dans quelque position plus avancée *e*E. La détermination de cette position dépend d'un calcul exactement semblable à celui qui a été expliqué à l'art. 401; et nous n'avons par conséquent ici qu'à indiquer les révolutions synodiques qui résultent de ces planètes, et qui sont respectivement de 115 j. 877, et 583 j. 920.

404. Dans cet intervalle, la planète aura décrit toute une révolution *plus* l'arc *ae*, et la terre seulement l'arc ACE de son orbite. Pendant cette durée, *la conjonction inférieure* aura lieu lorsque la terre aura occupé une certaine position intermédiaire, B, et que la planète sera arrivée en *b*, point qui est entre le soleil et la terre. La plus grande élongation de l'autre côté du soleil arrivera lorsque la terre sera parvenue en C, et la planète en *c*, où la ligne de jonction C*c* est tangente à la circonférence intérieure. Enfin, la conjonction supérieure aura lieu

lorsque la terre arrivera en D, et la planète en *d* sur la même ligne prolongée de l'autre côté du soleil. Les intervalles auxquels ces phénomènes ont lieu peuvent aisément se calculer en connaissant les révolutions synodiques et les rayons des orbites.

405. Les circonférences des cercles sont entre elles comme leurs rayons. Si nous calculons donc les circonférences des orbites de Mercure, de Vénus et de la Terre, et que nous les comparions avec les temps dans lesquels leurs révolutions s'accomplissent, nous trouverons que les vitesses avec lesquelles elles se meuvent dans leurs orbites sont très différentes, celle de Mercure étant d'environ 109400 milles (176059050 mètres) par heure, celle de Vénus de 80060 milles (128831740 mètres), et celle de la terre de 68080 milles (109562158 mètres). Il suit de là qu'à la conjonction inférieure, ou en *b*, chaque planète se mouvra dans la *même* direction que la terre, mais avec une plus grande vitesse; elle laissera par conséquent la terre *derrière* elle; et le mouvement apparent de la planète vu de la terre fera le même effet que si la planète était immobile, et que la terre se mût dans une direction contraire à celle qu'elle suit en réalité. Dans cette situation, le mouvement apparent de la planète doit donc être contraire au mouvement apparent du soleil, et, par conséquent, rétrograde. D'autre part, à la conjonction supérieure, le mouvement réel de la planète se faisant dans un sens opposé à celui de la terre, le mouvement relatif sera le même que si la planète était immobile, et que la terre s'avançât avec leurs vitesses réunies dans sa propre direction. Le mouvement apparent sera donc direct. L'un et l'autre de ces résultats sont d'accord avec les faits observés.

406. Les points stationnaires peuvent se déterminer par la considération suivante: en *a* ou en *c*, points de la plus grande élongation, le mouvement de la planète se porte directement vers la terre ou loin d'elle *selon* la ligne de jonction de la planète à notre globe, tandis que celui de la terre est presque perpendiculaire à cette ligne. Le mouvement apparent doit donc ici être direct. En *b*, conjonction inférieure, nous avons vu qu'il doit être rétrograde, parce que le mouvement de la planète (qui, à cet endroit, est, aussi bien que celui de la terre, *perpendiculaire* à la ligne de jonction) surpasse celui de la terre. Ainsi, les points stationnaires doivent se trouver, comme l'observation nous les fait trouver en effet, entre *a* et *b*, ou *c* et *b*, c'est-à-dire dans une position telle que l'obliquité du mouvement de la planète par rapport à la ligne de jonction compense exactement l'excès de sa vitesse, et fasse avancer également chaque extrémité de cette ligne, par le mouvement de la planète à l'une des extrémités, et celui de la terre à l'autre : de manière que, pendant un instant, toute la ligne se meuve parallèlement à elle-même. La question ainsi posée est purement géométrique, et sa solution, dans l'hypothèse d'orbites circulaires, est aisée; mais lorsqu'on les regarde comme des courbes autres que des circonférences (et c'est le cas où elles se trouvent), elle devient un peu compliquée, beaucoup trop pour que nous nous en occupions ici. Il suffira de constater les résultats que l'expérience justifie, et qui porte les points stationnaires de Mercure de 15 à 20° d'élongation, selon les circonstances, et de Vénus à une élongation qui ne s'écarte guère de 29°. La première planète continue à être rétrograde pendant 22 jours; la dernière pendant 42.

407. Nous avons dit que certaines planètes offrent des phases comme la lune. C'est le cas dans lequel se trouvent Mercure et Vénus, et on peut l'expliquer facilement, en considérant leurs orbites telles que nous les avons supposées ci-dessus. En effet, il suffit presque de jeter les yeux sur la figure 58 pour faire voir que pour un spectateur situé sur la terre E, une planète inférieure, éclairée par le soleil, paraîtra *pleine* à la conjonction supérieure A; plus d'à moitié pleine (comme la lune au premier et au dernier quartier) entre ce point et les points B, C de sa plus grande élongation; demi-lune en ces points; et sous la forme

d'un croissant entre ceux-ci et la conjonction inférieure D. A mesure qu'elle approche de ce dernier point, le croissant doit s'amincir jusqu'à ce qu'il s'évanouisse tout-à-fait, et qu'ainsi la planète devienne invisible, à l'exception de ces cas où elle passe sur le disque du soleil, et y apparaît comme une tache noire. Tous ces phénomènes sont exactement conformes à l'observation, et, ce qui n'est pas peu satisfaisant, ils furent prédits comme conséquences nécessaires de la théorie de Copernic avant l'invention du télescope.

408. La variation d'éclat de Vénus, dans différentes parties de son orbite, est très remarquable. Cela est dû à deux causes : 1°. la variété de proportion entre la surface visible éclairée et tout son disque; 2°. la variété angulaire du diamètre, ou toute la grandeur apparente du disque même. En s'approchant de sa plus grande élongation à sa conjonction inférieure, la demi-lune devient un croissant qui s'éteint; mais ceci est plus que compensé, pendant quelque temps, par la grandeur apparente qui ne fait qu'augmenter, en raison de la diminution progressive de sa distance.

409. Les passages de Vénus sont très rares, et ont lieu alternativement à des intervalles de 8 et 113 ans, ou environ. Comme phénomènes astronomiques, ils sont, toutefois, d'une très grande importance, puisqu'ils nous fournissent les meilleurs moyens et les plus exacts que nous ayons de déterminer la distance du soleil, ou sa parallaxe. Sans entrer dans les minutieux calculs de ce problème qui, vu la grande multitude de circonstances qui les accompagnent, sont extrêmement compliqués, nous en expliquerons ici le principe qui est très simple et très frappant. Soit (figure 59) E la terre, V Vénus, S le soleil, et CD la portion de l'orbite de Vénus qu'elle décrit en traversant le disque du soleil. Supposons deux spectateurs A, B aux extrémités opposées de ce diamètre de la terre qui est perpendiculaire à l'écliptique; et, pour éviter de compliquer le cas, faisons abstraction de la rotation de la terre, et supposons que A, B conservent cette situation pendant tout le temps du passage. Cela posé, toutes les fois que le spectateur en A verra le centre de Vénus projeté en a sur le disque du soleil, celui en B le verra projeté en b. Si donc l'un ou l'autre spectateur pouvait tout-à-coup se transporter de A en B, il verrait Vénus déplacée sur le disque de a en b; et s'il avait les moyens de marquer rigoureusement le lieu des points sur le disque par des mesures micrométriques ou autres, il pourrait déterminer la mesure angulaire de ab vu de la terre. Or, puisque A Va, B Vb, sont des lignes droites, et font par conséquent des angles égaux de chaque côté de V, ab sera à AB comme la distance de Vénus au soleil est à la distance de la terre, ou comme 68 est à 2.7, ou à peu près comme 2.1/2 est à 1; ab occupe donc sur le disque du soleil un espace deux fois et demie aussi grand que le diamètre de la terre; et sa mesure angulaire est par conséquent égale à environ deux fois et demie le diamètre apparent de la terre à la distance du soleil, ou (ce qui revient au même) à cinq fois la parallaxe horizontale du soleil (art. 298). Ainsi, toute erreur que l'on pourra commettre en mesurant ab n'affectera que d'1/5 de cette erreur la parallaxe horizontale qui en a été déduite.

410. Ce qu'il s'agit de déterminer, n'est donc absolument que la largeur de la zône PQRS, *pqrs*, comprise entre les deux points où le centre de Vénus rase de part et d'autre le disque du soleil, depuis son entrée d'un côté jusqu'à sa sortie de l'autre. Tout le travail des observateurs en A et B se réduit donc à constater ces deux instans, avec tous les soins et la précision possibles, chacun à sa propre station, et à signaler le segment décrit par la planète sur le disque du soleil. Or, un des moyens les plus exacts par lesquels (conjointement avec des mesures micrométriques bien prises) ceci puisse s'effectuer, c'est de noter le *temps* employé dans toute la durée du passage : car le mouvement angulaire relatif de Vénus étant donné avec beaucoup de précision par les tables, et sa marche apparente étant à

très peu de chose près une ligne droite, ces temps nous donnent la mesure (*sur une très grande échelle*) des longueurs des cordes des segmens décrits; et le diamètre du soleil étant connu aussi avec beaucoup de précision, leurs sinus verses sont aussi connus, et par conséquent leur différence, ou la largeur de la zône demandée. Pour obtenir ces temps avec exactitude, chaque observateur doit déterminer les instans de l'entrée et de la sortie du *centre*. Dans ce but, il doit noter d'abord le moment du *premier contact extérieur* du disque en P; en second lieu, quand la planète est tout juste dans une immersion complète, et que le bord entamé du disque est à son premier contact *intérieur* en Q; et, enfin, il doit faire les mêmes observations à la sortie en R, S. La moyenne entre les contacts intérieur et extérieur donne l'entrée et la sortie du centre de la planète.

411. Les modifications que comporte ce procédé par suite de la rotation de la terre sur son axe, et à cause de la diversité des stations géographiques, sont semblables dans leurs principes à celles qui entrent dans le calcul d'une éclipse solaire, ou de l'occultation d'un astre par la lune, mais seulement plus délicates. Cependant, toutes les observations que nous pourrions faire ici à leur égard nous mèneraient trop loin; mais ce sujet, envisagé comme nous venons de le faire, nous offre un exemple admirable de la manière dont peuvent s'agrandir dans leurs effets, sous le rapport astronomique, des élémens de peu d'importance. Nous voyons comment, en substituant la mesure du temps à celle de l'espace, nous arrivons à des résultats d'une précision qui répond à tous les besoins, pourvu seulement que nous saisissions les occasions favorables, et que nous profitions des délicates combinaisons que peuvent nous fournir les circonstances. Cette observation a paru si importante aux astronomes, que, au dernier passage de Vénus, en 1769, les gouvernemens français, anglais et russe et autres, organisèrent des expéditions sur la plus grande échelle pour tous les lieux les plus reculés du globe, dans le but d'amener ce résultat. La célèbre expédition du capitaine Cook pour Otaïti fut de ce nombre. Le résultat général de toutes les observations faites dans cette occasion si mémorable, donne 8″.5776 pour la parallaxe horizontale du soleil.

412. L'orbite de Mercure est très elliptique, son excentricité étant d'environ un quart de la distance moyenne. C'est ce que l'on voit d'après l'inégalité de ses plus grandes élongations du soleil, observées en différens temps, et qui varient entre les limites de 16° 12′ et 28° 48′; et, au moyen de mesures exactes des élongations de Vénus, il n'est pas difficile de faire voir que l'orbite de cette dernière est légèrement excentrique, et que l'une et l'autre planète décrivent réellement des ellipses qui ont le soleil pour foyer commun.

413. Considérons maintenant les planètes supérieures, ou celles dont les orbites renferment de tous côtés celle de la terre. Plusieurs circonstances prouvent ce fait : 1°. elles ne sont pas, comme les planètes inférieures, renfermées dans certaines limites d'élongation, mais se montrent à toutes les distances du soleil, même dans la région opposée du ciel, ou, comme cela s'appelle, *en opposition*, ce qui ne pourrait avoir lieu si la terre ne se plaçait alors entre elles et le soleil; 2°. on ne les voit jamais en *croissans*, comme Vénus ou Mercure, ni même en demi-lunes. Celles, au contraire, que, d'après la petitesse de leur parallaxe, nous jugeons les plus éloignées de nous, savoir, Jupiter, Saturne et Uranus, ne paraissent jamais autrement que rondes; ce qui prouve naturellement que nous les voyons toujours dans une direction peu éloignée de celle dans laquelle les rayons du soleil les éclairent, et que, par conséquent, nous occupons une station qui n'est jamais extrêmement éloignée du centre de leurs orbites, ou, en d'autres termes, que l'orbite de la terre est entièrement renfermée dans les leurs, et d'un diamètre comparativement petit. Une seule d'entre elles, Mars, offre une *phase* perceptible, mais la partie éclairée du disque n'est jamais

moins des sept huitièmes du tout. Pour comprendre ceci, nous n'avons qu'à jeter les yeux sur la figure 60, dans laquelle E est la terre, à sa plus grande élongation apparente du soleil, vue du point M, sur la planète de Mars. Dans cette position, l'angle SME, compris entre les lignes SM et EM, est à son maximum : ainsi, un spectateur placé sur la terre, est en état de voir une plus grande portion de l'hémisphère obscur de Mars que dans toute autre situation. L'étendue de la phase fournit donc une mesure certaine, quoique assez grossière, de l'angle SME, et par conséquent de la proportion de la distance SM de Mars, à SE, celle de la terre au soleil, par où l'on reconnaît que le diamètre de l'orbite de Mars ne peut être moindre qu'une fois et demie celui de l'orbite de la terre. Les phases de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, étant imperceptibles, il s'ensuit que leurs orbites doivent renfermer non seulement celle de la Terre, mais aussi celle de Mars.

414. Toutes les planètes supérieures sont rétrogrades dans leurs mouvemens apparens, lorsqu'elles sont en *opposition*, et un peu avant et après; mais elles diffèrent beaucoup entr'elles, tant pour l'étendue de l'arc de rétrogradation, que pour la durée de leur mouvement rétrograde, et la vitesse de ce mouvement lorsqu'elle est la plus grande. L'expansion et la rapidité sont plus considérables dans le cas de Mars que dans celui de Jupiter, de Jupiter que de Saturne, et de cette planète que d'Uranus. La vitesse angulaire avec laquelle une planète semble rétrograder, se détermine facilement en observant son lieu apparent dans le ciel de jour en jour; et ces observations faites vers le temps de l'opposition, nous font trouver les grandeurs relatives de leurs orbites en les comparant à celle de la terre, dans l'hypothèse que leurs temps périodiques sont connus. Car, d'après ces derniers, leurs vitesses angulaires moyennes sont aussi connues, étant inversément entr'elles comme les temps. Supposons donc (fig. 61) que E*e* soit une fort petite portion de l'orbite de la terre, et M*m* une partie correspondante de celle d'une planète supérieure, décrite le jour de l'opposition, autour du soleil S, jour auquel les trois corps sont sur une seule ligne droite SEMX. Les angles ES*e* et MS*m* sont donnés. Or, si *em* est prolongé jusqu'à la rencontre de SM continué jusqu'en X, l'angle *e*XE, qui est égal à l'angle alterne X*ey*, est évidemment la rétrogradation de Mars ce jour-là, et est aussi par conséquent un des élémens donnés. E*e* et l'angle EX*e* étant donc donnés dans le triangle rectangle E*e*X, le côté EX se calcule aisément, et nous fait connaître SX. Nous avons donc, dans le triangle S*m*X, donné le côté SX et les deux angles *m*SX et *m*XS, d'où l'on déduit aisément les autres côtés S*m*, *m*X. Or, S*n* n'est autre chose que le rayon demandé de l'orbite de la planète supérieure que, dans ce calcul, nous supposons circulaire, aussi bien que celle de la terre, supposition qui n'est pas tout-à-fait exacte, mais assez pour nous fournir une approximation satisfaisante des dimensions de son orbite, et qui, si l'opération est souvent répétée, dans toutes les variétés de situation où l'opposition peut avoir lieu, finira par donner une valeur moyenne de son diamètre, propre à inspirer toute confiance.

415. Pour appliquer cependant ce principe à la pratique, il est nécessaire de connaître les temps périodiques des différentes planètes. On peut les obtenir directement, comme on l'a déjà dit, en observant les intervalles de leurs passages par l'écliptique; mais, vu la très légère inclinaison des orbites de quelques-unes d'entr'elles sur son plan, elles le traversent si obliquement, que l'on ne peut assigner le moment où elles y arrivent que par des observations très délicates. Il est une meilleure méthode, qui consiste à déterminer, d'après les observations de plusieurs jours de suite, les momens exacts de leur arrivée *en opposition* avec le soleil, et on les reconnaît par la différence des longitudes entre le soleil et la planète, qui est exactement de 180°. L'intervalle des oppositions successives ainsi obtenues est d'environ une révolution *synodique;* et il le serait exactement si l'orbite de la planète et celle de la terre étaient des cir-

conférences, et de plus décrites uniformément; mais comme ce n'est point là le cas (ce qui est constaté par *l'inégalité* des révolutions synodiques successives ainsi observées), la moyenne d'un grand nombre d'entr'elles prises dans toutes les variétés de situation où les oppositions ont lieu, sera dégagée de l'inégalité elliptique, et peut être adoptée comme révolution *moyenne synodique*. D'après cela, au moyen des considérations consignées dans l'art. 353, on obtient facilement les révolutions sidérales. L'exactitude de cette détermination sera donc encore plus rigoureuse en embrassant un long intervalle entre les observations extrêmes. En point de fait, cet intervalle s'étend à environ 2000 ans dans les cas des planètes connues aux anciens, qui nous ont transmis leurs observations à ce sujet avec assez de soin pour que nous puissions en faire usage. On peut, par conséquent, regarder leurs révolutions comme déterminées avec la plus grande exactitude. Leurs valeurs numériques se trouveront établies, aussi bien que les distances moyennes, et tous les autres élémens des orbites planétaires, dans la table synoptique à la fin de ce volume, à laquelle (pour ne pas nous répéter) nous renvoyons le lecteur une fois pour toutes.

416. En jetant les yeux sur la liste des distances planétaires, et les comparant avec les temps périodiques, nous ne pouvons qu'être frappés d'une certaine corrélation. La révolution est d'autant plus longue, que la distance est plus grande, ou que l'orbite a un plus grand diamètre. L'ordre des planètes, en commençant par le soleil, est le même, soit que nous les rangions selon leurs distances, ou selon le temps qu'elles emploient à compléter leurs révolutions; le voici : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, les quatre planètes ultra-zodiacales, Jupiter, Saturne et Uranus. Néanmoins, lorsque nous examinons les nombres qui les expriment, nous trouvons que le rapport entre les deux séries n'est pas celui d'un simple accroissement *proportionnel*. Les révolutions s'accroissent plus que dans la proportion de leurs distances. Ainsi, la révolution de Mercure est d'environ 88 jours, et celle de la Terre de 365, ce qui établit un rapport de 1 à 4. 15, tandis que leurs distances sont dans celui moindre de 1 à 2. 56; et une semblable remarque s'applique à tous les exemples. De plus, la raison de l'accroissement des temps n'est pas aussi rapide que celle des *carrés* des distances. Le carré de 2. 56 est 6. 5536, nombre beaucoup plus grand que 4. 15. Un rapport intermédiaire d'accroissement entre la simple proportion des distances et celle de leurs carrés, est donc clairement indiqué par la suite des nombres; mais l'illustre Kepler dut faire preuve d'une pénétration plus qu'ordinaire, secondée par une extrême persévérance et une rare habileté, à une époque où les données elles-mêmes étaient enveloppées de ténèbres, et où les formules de la trigonométrie et du calcul numérique étaient encombrées de difficultés, dont fort heureusement l'invention plus récente des tables logarithmiques nous a affranchis, pour découvrir et démontrer la loi réelle de leur dépendance. Cette dépendance est exprimée dans cette proposition : *les carrés des temps périodiques de deux planètes quelconques sont entre eux comme les cubes de leurs distances moyennes au soleil.* Prenons, par exemple, la Terre et Mars, dont les révolutions sont dans la proportion de 3652564 à 6869796, et les distances au soleil dans celle de 100000 à 152369, et l'on trouvera, si l'on veut se donner la peine d'en faire le calcul, que

$$(3652564)^2 : (6869796)^2 :: (100000)^3 : (152369)^3.$$

417. De toutes les lois basées sur l'observation auxquelles le raisonnement ait jamais conduit l'homme, cette *troisième loi* (comme on l'appelle) de Kepler peut être, à juste titre, regardée comme la plus remarquable et la plus féconde en conséquences importantes. Quand nous considérons les parties constitutives du système planétaire du point de vue que ce rapport nous offre, ce n'est plus une simple analogie qui nous frappe, une ressemblance générale entre elles, comme

des corps indépendans l'un de l'autre, circulant autour du soleil, chacun selon sa nature particulière, et liés à ce système par des liens qui leur sont propres. On ne tarde pas à s'apercevoir que cette ressemblance est celle des membres d'une même *famille;* qu'ils forment une chaîne; qu'ils se lient entre eux par un mutuel accord et avec une parfaite harmonie; qu'ils sont soumis à une influence qui les domine, qui s'étend du centre aux limites les plus éloignées de ce grand système dont, tous tant qu'ils sont, y compris la terre, doivent être regardés comme en faisant partie.

418. La loi du mouvement elliptique autour du soleil comme foyer, et celle par laquelle les aires sont décrites uniformément par des lignes qui joignent le soleil et les planètes, furent d'abord établies par Kepler, en partant des mouvemens observés de Mars; et il les étendit, par analogie, à toutes les autres planètes. Quelque hasardée qu'une pareille extension ait pu paraître, l'astronomie moderne l'a complètement vérifiée comme un point de fait, par l'accord général de ses résultats avec une série non interrompue d'observations des lieux apparens des planètes. On les trouve en parfaite harmonie avec l'hypothèse d'une ellipse particulière pour chaque planète, dont la grandeur, le degré d'excentricité et la situation dans l'espace, sont assignés numériquement dans la table synoptique ci-dessus mentionnée. Il est vrai que lorsque les observations sont portées à un haut degré de précision, que chaque planète est explorée dans un grand nombre de révolutions successives, et que l'on remonte à son histoire de plusieurs siècles, au moyen de calculs fondés sur ces données, on apprend à ne regarder les lois de Kepler que comme de *premières approximations* à celles beaucoup plus compliquées qui régissent réellement le système. On conçoit aussi que pour mettre les observations éloignées dans une parfaite harmonie entre elles avec une précision rigoureuse et mathématique, et en même temps pour conserver la nomenclature et les rapports extrêmement commodes du SYSTÈME ELLIPTIQUE, il devient nécessaire de modifier, jusqu'à un certain point, notre énoncé des lois, et de regarder les données numériques ou les *élémens elliptiques* des orbites planétaires comme n'étant pas d'une absolue permanence, mais comme éprouvant une série de changemens extrêmement lents et presque imperceptibles. Ces changemens peuvent se négliger lorsque nous ne considérons qu'un petit nombre de révolutions; mais étant continués de siècle en siècle, et s'accumulant sans cesse, ils produisent à la fin dans les orbites des déviations de leur état primitif. Leur explication fera le sujet d'un des chapitres suivans; mais nous devons ici les mettre de côté, comme étant d'un ordre trop imperceptible pour affecter les résultats généraux dont nous nous occupons maintenant. Nous allons expliquer par quels moyens les astronomes sont en état de comparer les résultats de la théorie elliptique avec l'observation, et de s'assurer de son accord avec la nature.

419. Il conviendra d'abord, toutefois, de faire connaître quelle conséquence théorique particulière découle de chacune des trois lois de Kepler, considérées comme établies d'une manière satisfaisante; comment chacune d'elles révèle séparément les forces mécaniques qui dominent notre système; comment ce système est lié dans ses parties; et comment, sous ce point de vue, elles constituent la base sur laquelle l'explication Newtonienne du mécanisme du ciel repose principalement. Commençons par la première loi, celle par laquelle des aires égales sont décrites dans des temps égaux. Puisque les planètes se meuvent dans des directions curvilignes, il *faut* (si ce sont des corps qui obéissent aux lois de la dynamique) qu'elles soient détournées *par la force* de leur mouvement naturellement rectiligne. De cette loi, prise comme un fait observé, il suit que la *direction* d'une pareille force, à tous les points de l'orbite de chaque planète, *passe* toujours *par le soleil*. Peu importe la cause première d'où émane la puissance appelée *gravitation*; que ce soit une vertu qui ait pour siége le soleil, ou une

pression exercée de dehors, ou le résultat de pressions réitérées, de fluides inconnus, d'éthers magnétiques, ou électriques, il demeure toujours vrai, quand nous la soumettons au témoignage de nos yeux, que sa *direction* tend, à quelque point qu'on la prenne, *vers le centre du soleil*. Comme proposition dynamique abstraite, le lecteur la trouvera démontrée par Newton, dans la première proposition des PRINCIPES, avec une simplicité élémentaire à laquelle nous ne pourrions réellement ajouter que de l'obscurité en la développant; la voici : *Tout corps sollicité vers un certain point central par une force qui y est continuellement dirigée, et qui se détourne pour suivre un chemin curviligne, décrira autour de ce centre des aires égales en temps égaux*. La première loi de Kepler ne nous instruit donc point de la nature ou de l'intensité de la force qui fait graviter les planètes vers le soleil; elle nous apprend seulement que cette force existe. C'est une propriété du mouvement rotatoire sous l'influence des forces centrales en général; et elle se reproduit journellement dans une foule d'exemples familiers qui se passent sous nos yeux. Il nous suffira de citer le suivant : si l'on attache une balle de fusil ou autre balle semblable à un cordon mince, et qu'on la fasse pirouetter dans un plan vertical avec une vitesse ordinaire, de manière à venir se rouler autour d'un petit cylindre tenu ferme dans une position horizontale, ou, si l'on veut, autour du doigt; la balle s'approchera en spirale du centre de mouvement; alors l'accroissement de la vitesse tant angulaire que linéaire, et la diminution rapide de son temps périodique à mesure qu'elle s'approchera du centre, exprimeront, plus clairement que ne pourraient le faire des principes, la compensation par laquelle les aires égales sont toujours parcourues dans des temps égaux. Si l'on opère le mouvement inverse, et que l'on fasse dérouler le cordon, la vitesse, en prenant d'abord un essor considérable, diminuera par les mêmes degrés qui avaient marqué son accroissement. La rapidité croissante de la pirouette du danseur, à mesure qu'il efface ses membres, et que toute sa personne prend une position perpendiculaire de manière à rapprocher, autant que possible, toutes les parties de son corps de l'axe de son mouvement, est un autre exemple où la corrélation de l'effet observé avec la force centrale exercée, pour être beaucoup moins frappante, n'en est pas moins réelle.

420. La seconde loi de Kepler ou celle qui porte que les planètes décrivent des ellipses autour du soleil comme foyer, renferme, comme conséquence, la *loi* de la gravitation solaire (que l'on nous permette d'appeler ainsi la force, n'importe, laquelle, qui les sollicite vers le soleil) exercée sur chaque planète séparément La ligne droite, dynamiquement parlant, est la seule direction que puisse suivre un corps *absolument libre*, et qui ne se trouve sous l'action d'*aucune* force extérieure. Toute *conversion* en une courbe est une preuve de l'action d'une force; et plus la courbure est considérable dans des temps égaux, plus cette action a d'intensité. La déviation de la ligne droite n'est qu'un autre terme pour celui de *courbure;* et comme le caractère d'une circonférence est d'avoir une courbure uniforme dans toutes ses parties; de même toute autre courbe (comme une ellipse) se reconnaît à la *loi* particulière qui règle l'accroissement et la diminution de sa courbure à mesure que nous avançons dans son contour. Ainsi l'on peut déterminer la force qui tend sans cesse à transformer en courbe le chemin d'un corps en mouvement, pourvu que sa direction, d'abord, et, en second lieu, la loi de courbure de la courbe elle-même, soient connues. L'une et l'autre entrent comme élémens dans l'expression de la force. Un corps peut décrire, par exemple, une ellipse, par l'action d'une grande variété de dispositions des forces agissantes : il peut glisser dans son contour, comme ferait une perle sur un fil d'archal poli, auquel on aurait donné la forme elliptique : dans ce cas la force active est toujours perpendiculaire au fil, et la vitesse uniforme. Ici la *force* n'est *point* dirigée vers un centre fixe, et les aires ne sont point parcourues dans des temps égaux. Il peut aussi la décrire, comme il est aisé de le voir;

quand nous suspendons une balle au moyen d'un fil *très* long, et que, la faisant dévier un peu de la perpendiculaire, nous la faisons tourner en lui donnant une légère impulsion. Dans ce cas, la force agissante est dirigée vers le centre de l'ellipse, autour duquel des aires égales sont décrites dans des temps égaux, et vers lequel une force *proportionnelle* à la distance (le résultat décomposé de la gravité terrestre) la sollicite continuellement. Cette expérience est à la fois aisée et fort instructive, et nous y reviendrons plus tard. Dans le cas qui nous occupe, celui d'une ellipse décrite par l'action d'une force dirigée vers le *foyer*, voici la marche graduelle à suivre pour l'investigation de la loi de la force: 1°. la loi des aires détermine la *vitesse* réelle d'un corps en mouvement pris à un point quelconque, ou l'espace qu'il a réellement parcouru dans une petite portion de temps donnée; 2°. la loi de courbure de l'ellipse détermine la quantité linéaire de déviation à l'égard de la tangente *dans la direction du foyer*, qui correspond à cet espace ainsi parcouru; 3°. et enfin, les lois du mouvement accéléré portent que l'intensité de la force agissante causant cette déviation *dans sa propre direction* est proportionnelle à la quantité de cette déviation, et peut par conséquent se calculer dans une position particulière quelconque, ou s'exprimer généralement par des symboles géométriques ou algébriques, *comme loi* indépendante des positions particulières, lorsque cette déviation est ainsi calculée ou exprimée. Tel est l'esprit du procédé par lequel Newton a résolu ce problème intéressant. Pour ses détails géométriques, nous devons renvoyer à la troisième section de ses PRINCIPES. Nous ne connaissons aucun moyen artificiel d'imiter cette espèce de mouvement elliptique, quoique nous puissions lui en substituer un, à la vérité d'une ressemblance grossière, mais suffisant, toutefois, pour donner une idée du rapprochement et de l'éloignement alternatifs du corps en mouvement par rapport au foyer, et de la variation de sa vitesse: c'est de suspendre une petite perle d'acier à un long fil de soie bien fin, et de le faire tourner dans une petite orbite autour du pôle d'un puissant aimant cylindrique, tenu droit et verticalement au-dessous du point de suspension.

421. La troisième loi de Kepler, qui lie les distances et les révolutions des planètes par une règle générale, renferme, comme interprétation théorique, cette importante conséquence, savoir *que c'est la même et unique force, modifiée seulement par la distance au soleil, qui retient toutes les planètes dans leurs orbites autour de cet astre*; que l'attraction du soleil s'exerce sur tous les corps de notre système indifféremment, sans égard aux matières particulières dont ils peuvent se composer, dans l'exacte proportion de leur inertie, ou des quantités de matière; qu'elle n'est pas, par conséquent, de la nature des attractions électives de la chimie, ou de l'action magnétique, qui n'a de pouvoir que sur le fer et une ou deux autres substances, mais dont le caractère est plus universel, et s'étend également à toutes les parties matérielles constitutives de notre système, et (comme nous verrons ci-après des raisons suffisantes de l'admettre) à celles d'autres systèmes que le nôtre. Cette loi, importante et générale comme elle est, résulte, comme le plus simple des corollaires, des relations établies par Newton dans la section des principes déjà cités (prop. XV), proposition d'où il résulte que si la terre était enlevée de son orbite, et lancée de nouveau dans l'espace, au lieu, dans la direction, et avec la vitesse de l'une quelconque des autres planètes, elle décrirait absolument la même orbite, et dans le même temps que le fait réellement cette planète, en n'y faisant qu'une légère modification pour le temps, provenant de la différence entre la masse de la terre et celle de la planète. Quelque petites que soient les planètes comparées au soleil, quelques-unes d'entre elles ne sont pas, comme l'est la terre, de simples atômes. L'énoncé rigoureux de la loi de Kepler, comme Newton l'a prouvé dans sa 59e. proposition, n'est applicable qu'au cas des planètes dont la proportion avec le corps central est absolument inappréciable. Lorsque tel n'est pas le cas,

le temps périodique est diminué dans le rapport de la racine carrée du nombre qui exprime la masse du soleil ou l'inertie, à la racine carrée de la somme des nombres qui expriment les masses du soleil et de la planète; et en général, quelles que soient les masses de deux corps qui tournent autour l'un de l'autre sous l'influence de la loi Newtonienne sur la gravité, le carré de leur temps périodique sera exprimé par une fraction dont le numérateur est le cube de leur distance moyenne, c'est-à-dire du plus grand demi-diamètre de leur orbite elliptique, et dont le dénominateur est la somme de leurs masses. Lorsque l'une des masses est incomparablement plus grande que l'autre, on rentre dans la loi de Kepler; mais lorsqu'il en est autrement, la proposition ainsi généralisée tient lieu de cette loi. Dans le système du soleil et des planètes, toutefois, la correction numérique ainsi introduite dans les résultats de la loi de Kepler est trop petite pour être de quelque importance, la masse de la plus grande des planètes (Jupiter) étant beaucoup moindre que la millième partie de celle du soleil. Nous apprécierons bientôt, cependant, toute l'importance de cette généralisation, quand nous en serons aux satellites.

422. Il conviendra d'abord d'expliquer par quel système de calcul l'expression de l'orbite elliptique d'une planète par ses *élémens* peut se comparer avec l'observation, et comment nous pouvons nous convaincre que les données numériques contenues dans une table de ces élémens pour tout le système, en offrent réellement un tableau véritable, et fournissent les moyens d'en déterminer l'état à chaque instant, par la seule application des lois de Kepler. Or, cela exige que l'on connaisse, pour chaque planète, 1°. la grandeur et la forme de l'ellipse de son orbite; 2°. la situation de cette ellipse dans l'espace, à l'égard de l'écliptique, et d'une ligne fixe qui est tracée dans ce plan; 3°. le lieu qu'occupait la planète à une époque donnée, et son temps périodique ou vitesse angulaire moyenne, ou, comme on l'appelle, son mouvement moyen.

423. La grandeur et la forme d'une ellipse sont déterminées par sa plus grande longueur et sa moindre largeur, ou ses deux principaux diamètres; mais, pour les usages astronomiques, il vaut mieux employer le demi grand diamètre (ou la moitié de la plus grande longueur) et l'excentricité, ou la distance du foyer au centre, qui est ordinairement estimée en parties de la première. Ainsi, une ellipse, dont la longueur est de 10 et la largeur de 8 parties d'une échelle, a pour demi grand diamètre 5, et pour excentricité 3 de ces parties; mais lorsqu'elle est évaluée en parties du demi diamètre, regardé comme unité, l'excentricité est exprimée par la fraction 3/5.

424. L'écliptique est le plan auquel un habitant de la terre rapporte le plus naturellement les autres parties du système solaire, comme une espèce de plan normal; et le grand diamètre de son orbite pourrait être pris pour ligne de départ dans ce plan, ou pour origine du calcul angulaire. Si le grand diamètre était *fixe*, ce serait la meilleure origine possible des longitudes; mais comme il a un mouvement (quoique excessivement lent), il n'y a, dans le fait, aucun avantage à compter depuis le grand diamètre plutot que depuis la ligne des équinoxes; aussi les astronomes préfèrent-ils cette dernière, en tenant compte de sa variation par l'effet de la précession, et la rétablissant, par le calcul de chaque instant, dans une position fixe. Or, pour déterminer, par rapport à ce plan, la situation de l'ellipse décrite par une planète, il faut connaître trois *élémens*: 1°. l'*inclinaison* du plan de l'orbite de la planète au plan de l'écliptique; 2°. la ligne selon laquelle ces deux plans s'entre-coupent, laquelle passe nécessairement par le soleil, et dont la position relativement à la ligne des équinoxes est par conséquent donnée en déterminant sa longitude. Cette ligne est appelée *la ligne des nœuds*. Lorsque la planète est dans cette ligne, au moment où elle passe du côté sud au côté nord de l'écliptique, elle est *dans son nœud ascendant*, et sa longitude en ce moment

est l'élément appelé *la longitude du nœud*. Ces deux données déterminent la situation *du plan* de l'orbite ; et il ne reste plus, pour la détermination complète de la situation de l'orbite de la planète, qu'à savoir comment elle est placée *dans* ce plan qui (puisque le soleil en occupe nécessairement un foyer) est déterminé en fixant *la longitude de son périhélie*, ou le lieu qu'occupe l'extrémité du plus grand diamètre la plus rapprochée du soleil.

425. Les dimensions et la situation de l'orbite de la planète ainsi déterminées, il ne reste plus, pour en acquérir la connaissance complète, qu'à déterminer les circonstances de son mouvement dans l'orbite fixée d'une manière si précise. Or, pour remplir ce but, il suffit de connaître le moment où elle est, soit au périhélie, soit à tout autre point de son orbite bien déterminé, et toute sa période ; car ces circonstances étant connues, la loi des aires détermine le lieu à tout autre instant. Ce moment s'appelle (lorsque le périhélie est le point choisi) *le passage périhélie*, ou, lorsque quelque point de l'orbite est fixé, sans la mention spéciale du périhélie, *l'époque*.

426. Nous avons donc *sept* circonstances particulières, ou élémens, à établir avant de pouvoir soumettre au calcul l'état du système à un moment donné. Mais, dès qu'ils sont connus, il est aisé de déterminer les positions apparentes de chaque planète, telles qu'on les verrait du soleil, ou qu'on les voit de la terre à un moment quelconque. La première s'appelle le lieu *héliocentrique*, la seconde celui *géocentrique*, de la planète.

427. Commençons par les lieux héliocentriques. Soient (fig. 62) S le soleil, APN l'orbite elliptique de la planète, dont le foyer S est occupé par le soleil, et dont A est le périhélie. Représentons par *pa*N♈ la projection de l'orbite sur le plan de l'écliptique, entre-coupant la ligne des équinoxes S♈ en ♈, qui, par conséquent, est le point d'origine des longitudes. SN sera la ligne des nœuds ; et si nous supposons B du côté sud, et A du côté nord de l'écliptique, et que la direction du mouvement de la planète soit de B en A, N sera le nœud ascendant, et l'angle ♈SN la *longitude du nœud*. De même, si P est le lieu de la planète, dans un moment quelconque, et s'il est projeté, ainsi que le périhélie A, sur l'écliptique, aux points *p*, *a*, les angles ♈S*p*, ♈S*a*, seront les longitudes héliocentriques respectives de la planète et du périhélie, dont la première doit être déterminée, et la dernière est un des élémens donnés. Enfin, l'angle *p*SP est la latitude héliocentrique de la planète, qu'il faut aussi chercher.

428. Or, le temps étant donné, ainsi que le moment du passage de la planète au périhélie, l'intervalle, ou le temps nécessaire pour parcourir la portion AP de l'orbite, est donné, et le temps périodique, ainsi que toute l'aire de l'ellipse, étant connu, la loi de proportionnalité des aires avec les temps employés à les parcourir, donne la grandeur de l'aire ASP. Le cas ainsi posé, c'est par un problème de pure géométrie que l'on détermine *l'angle* correspondant ASP, que l'on appelle *la vraie anomalie* de la planète. Ce problème est du genre appelé *transcendant*, et a été résolu par un grand nombre de formules plus ou moins compliquées. Il ne présente cependant aucune difficulté particulière, et se résout dans la pratique avec beaucoup de facilité, au moyen de tables formées dans ce but, adaptées au cas de chaque planète particulière.

429. La vraie anomalie étant ainsi obtenue, il faut chercher la distance angulaire de la planète au nœud, ou l'angle NSP. Or, les longitudes du périhélie et du nœud étant respectivement ♈*a* et ♈N, qui sont données ; leur différence *a*N est aussi donnée, et l'on connaît également l'angle N du triangle sphérique rectangle AN*a*, inclinaison du plan de l'orbite sur l'écliptique. De là, nous calculons l'arc NA, l'angle NSA, qui, ajouté à ASP, donne l'angle NSP demandé. Au moyen de cet angle, regardé comme la mesure de l'arc NP, hypoténuse du

triangle sphérique rectangle PNp, dont l'angle N, comme ci-dessus, est connu, il est aisé d'obtenir les deux autres côtés Np et Pp. Le dernier, qui mesure l'angle pSP, exprime la latitude héliocentrique de la planète; le premier mesure l'angle NSp, ou la distance en longitude de la planète à son nœud, laquelle, ajoutée à l'angle connu ♈SN, longitude du nœud, donne la longitude héliocentrique. Ce procédé, quelque long qu'il puisse paraître, une fois bien compris, nous met en état de résoudre numériquement la question, au moyen de tables logarithmiques et trigonométriques ordinaires, dans presque aussi peu de temps qu'il en aura fallu au lecteur pour parcourir ces lignes.

430. Le lieu géocentrique d'une planète diffère de celui héliocentrique en raison de ce changement parallactique de situation apparente qui provient du mouvement de la terre dans son orbite. Si la distance des planètes était aussi considérable que celle des étoiles, le mouvement de translation de la terre serait insensible pour un observateur placé sur l'une d'entr'elles, et elles nous paraîtraient toujours conserver les mêmes situations relatives parmi les étoiles, que si nous étions placés sur le soleil pour les voir, c'est-à-dire que nous les verrions dans leurs lieux *héliocentriques*. Ainsi la différence entre les lieux *héliocentrique* et *géocentrique* d'une planète est absolument la même chose que sa *parallaxe* produite par le mouvement annuel de translation de la terre. Il suit de là que le premier pas à faire pour savoir à combien elle se monte, et pouvoir ainsi déterminer le lieu apparent de chaque planète, tel qu'il apparaît à l'habitant de la terre qui regarde la sphère des cieux, doit être d'assigner la proportion de ses distances linéaires à la terre et au soleil, comparées à la distance de la terre à ce dernier astre, ainsi que les positions angulaires réciproques de tous les trois.

431. Supposons, par conséquent, que S représente le soleil, E la terre, et P la planète, S♈ la ligne des équinoxes, ♈E l'orbite de la terre, et Pp une perpendiculaire abaissée de la planète, sur l'écliptique. L'angle SPE (selon l'idée générale qui a été donnée de la parallaxe à l'art. 69) représentera la parallaxe de la planète qui résulte du changement de station de S en E, EP sera la direction apparente de la planète vue de E; et si l'on mène SQ parallèle à Ep, l'angle ♈SQ sera la longitude géométrique de la planète, tandis que ♈SE représente la longitude héliocentrique de la terre, ♈Sp celle de la planète. Les tables solaires donnent la première ♈SE; on trouve la dernière, ♈Sp, par le procédé décrit ci-dessus (art. 429). De plus, SP est le rayon vecteur de l'orbite de la planète, et SE celui de l'orbite de la terre, chacun desquels est déterminé d'après les dimensions connues de leurs ellipses respectives, et des lieux des corps au temps donné. Enfin, l'angle PSp est la latitude héliocentrique de la planète.

432. Notre objet est donc, d'après toutes ces données, de déterminer l'angle ♈SQ, et PEp qui est la latitude géocentrique. Voici l'état de la question : 1°. Dans le triangle SPp, rectangle en P, étant donnés SP, et l'angle PSp (le rayon vecteur de la planète et la latitude héliocentrique), trouver Sp et Pp; 2°. Dans le triangle SEp, étant donnés Sp (que l'on vient de trouver), SE (rayon vecteur de la terre) et l'angle ESp (différence des longitudes héliocentriques de la terre et de la planète), trouver l'angle SpE, et le côté Ep. Le premier étant égal à l'angle alterne pSQ, est le déplacement parallactique de la planète en longitude, lequel, ajouté à ♈Sp, donne sa longitude héliocentrique. Le dernier, Ep (que l'on appelle *la distance réduite* de la planète à la terre), donne à-la-fois la latitude géocentrique, au moyen du triangle rectangle PEp, dont Ep et Pp sont les côtés connus, et l'angle PEp est la longitude cherchée.

433. Les calculs demandés pour les cas que nous venons de parcourir, ne reposent que sur les principes les plus ordinaires de la trigonométrie plane; et, quoique un peu ennuyeux, ne sont ni compliqués ni difficiles. Leur emploi, cependant, nous met en état d'appliquer avec la plus grande exactitude la

théorie elliptique aux lieux observés des planètes, et de la mettre ainsi à l'épreuve la plus rigoureuse; et c'est sur la foi de pareils calculs, mis en présence des faits observés, que nous signalons cette théorie comme un véritable interprète de la nature.

434. Les planètes Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, ont été connues dès les temps les plus reculés auxquels on se soit occupé d'astronomie. Uranus fut découverte le 13 mars 1781 par sir W. Herschel. Armé d'un télescope d'un grand pouvoir magnifiant, il s'occupait à passer une revue générale du ciel avec beaucoup d'attention, lorsque la planète lui offrit tout-à-coup son disque. On a dit depuis qu'elle avait été observée plusieurs fois antérieurement avec des télescopes trop faibles pour lui donner un disque, et qu'elle avait même été insérée dans les catalogues comme une étoile; et quelques-unes des observations ainsi consignées, ont servi à perfectionner et à étendre nos connaissances sur son orbite. La découverte des planètes ultra-zodiacales date du premier jour de 1801, époque où Cérès fut aperçue par Piazzi, à Palerme; découverte qui fut promptement suivie de celle de Junon, par le professeur Harding de Gottingue; de celles de Pallas et de Vesta, par le docteur Olbers, de Brême. Il est extrêmement remarquable que cette importante addition à notre système ait été en quelque sorte soupçonnée comme un fait vraisemblable, en se fondant sur ce que les intervalles entre les orbites planétaires vont en doublant, ou à-peu-près, à mesure que nous nous éloignons du soleil. Ainsi, l'intervalle entre les orbites de la terre et de Vénus est d'environ deux fois celui entre les orbites de Vénus et de Mercure; celui entre les orbites de Mars et de la terre, à peu près deux fois celui entre la terre et Vénus; et ainsi du reste. L'intervalle entre les orbites de Jupiter et de Mars est toutefois trop grand, et ferait une exception à cette loi, qui se manifeste cependant de nouveau dans le cas des trois planètes plus éloignées. Feu le professeur Bode, de Berlin, émit en conséquence l'opinion qu'il pourrait exister une planète entre Mars et Jupiter; et on s'imagine aisément quelle fut la surprise des astronomes d'en trouver quatre, se mouvant dans des orbites qui justifient assez bien la loi en question. Il est impossible d'expliquer *à priori*, ou d'après la théorie, cette singulière progression, qui n'est pas, comme les lois de Kepler, rigoureusement exacte dans sa vérification numérique: mais les circonstances dont nous venons de parler sont une forte présomption que ce n'est point ici l'effet d'un pur accident, et qu'il est dû essentiellement à la composition du système. L'on a conjecturé que les planètes ultra-zodiacales sont des fragmens de quelque planète plus grande, qui circulait anciennement dans cet intervalle, mais qui a été réduite en éclats par une explosion, et qu'il existe un plus grand nombre de ces fragmens qui peuvent se découvrir dans la suite. Ceci peut servir d'échantillon pour les rêves auxquels les astronomes, aussi bien que le reste des humains, ne se complaisent que trop souvent, avec toute l'innocence possible.

435. Nous consacrerons la suite de ce chapitre à rendre compte des particularités physiques et de la condition probable des diverses planètes, autant que les observations nous ont fait connaître les premières, ou que les conjectures nous permettent d'asseoir un jugement sur les dernières. Ici trois traits distinctifs nous frappent surtout, comme devant nécessairement produire une étonnante variété dans les moyens par lesquels les êtres qui les peuplent, si toutefois elles sont habitées, peuvent exister. Il y a, 1°. la différence des distributions respectives de lumière et de chaleur qu'elles reçoivent du soleil; 2°. la différence dans les intensités des forces gravitantes qui doivent subsister à leurs surfaces, ou les différens rapports que, sur leurs différens globes, l'*inertie* des corps doit avoir avec leurs *poids;* et 3°. la différence dans la nature des matières dont, d'après ce que nous connaissons de leur densité moyenne, nous avons tout lieu de croire qu'elles se composent. L'intensité de la radiation solaire est presque

sept fois aussi grande pour Mercure que pour la terre, et pour Uranus, 330 fois moindre, la proportion entre les deux extrêmes étant celle de plus de 2000 contre un. Que l'on se représente l'état de notre globe si le soleil était sept fois aussi volumineux; ou bien, dans un sens inverse, si sa puissance était réduite à 1/7e ou à 1/300e. De plus, l'intensité de la gravité, ou son efficacité à contrebalancer la force musculaire et à contenir l'activité animale à la surface de Jupiter, est environ trois fois celle qui s'exercerait à la surface de la terre, un tiers seulement à celle de Mars, un sixième à celle de la lune, et elle ne surpasserait probablement pas un vingtième à celle des quatre plus petites planètes, ce qui établit une échelle dont les extrêmes sont dans la proportion de 60 à 1. Enfin, la densité de Saturne ne va guère au-delà d'1/80e. de la densité moyenne de la terre, en sorte que cette planète doit se composer de matières à peine plus pesantes que le liége. Or, au milieu de tant de combinaisons variées d'élémens si importans pour vivre, quelle immense diversité ne devons-nous pas admettre dans les conditions de ce grand problème, le maintien de l'existence animale et intellectuelle, et de sa félicité, qui semblent, autant que nous pouvons en juger par ce que nous voyons autour de nous sur notre propre planète, et par la manière dont chaque coin y est peuplé d'êtres vivans, faire l'objet constant de la bienveillante sollicitude d'une haute sagesse qui préside à tout!

436. Abandonnant toutefois les régions où nous ne pouvons élever que des conjectures, nous allons faire voir ce que peut nous apprendre le télescope sur la condition réelle des diverses planètes à sa portée. Pour ce qui est de Mercure, nous savons qu'il est rond et qu'il présente des phases; mais notre science ne va guère au-delà. Il est trop petit et trop absorbé dans le voisinage constant du soleil, pour découvrir autre chose de sa nature. Son diamètre réel est d'environ 3200 milles (5149807 mètres); son diamètre apparent varie de 5″ à 12″. Vénus n'offre pas non plus de particularités remarquables: quoique son diamètre réel soit de 7800 milles (12552656 mètres), et qu'à son périgée son diamètre apparent aille jusqu'à 61″, quantité plus considérable que pour toute autre planète, elle n'en est pas moins la plus difficile de toutes à tomber sous l'appréciation des télescopes. L'intensité de l'éclat de sa partie éclairée éblouit les yeux, et multiplie toutes les imperfections du télescope; cependant, nous voyons que sa surface n'est point bigarrée par des taches permanentes comme celle de la lune, nous n'y voyons ni montagnes, ni ombres, mais un éclat uniforme, dans lequel nous pouvons, à la vérité, nous imaginer quelquefois apercevoir des parties plus obscures, sans pouvoir presque jamais nous convaincre entièrement du fait. C'est d'après des observations de ce genre que l'on a conclu que tant Vénus que Mercure tournent sur leurs axes dans environ le même temps que la terre. La conséquence la plus naturelle à tirer de l'extrême ténuité des taches, qui ne sont même que passagères, c'est que NOUS NE VOYONS PAS, COMME DANS LA LUNE, LA SURFACE RÉELLE DE CES PLANÈTES, MAIS SEULEMENT LEURS ATMOSPHÈRES TRÈS CHARGÉES DE NUAGES, ET QUI PEUVENT SERVIR A ADOUCIR L'ÉCLAT D'AILLEURS TRÈS INTENSE DE LEUR CLARTÉ.

437. Le cas est très différent pour Mars. Dans cette planète, nous distinguons, avec une parfaite netteté, les contours de ce que nous pouvons regarder comme des continens et des mers (*Voy.* planche XIII, fig. 1, où Mars est représenté dans son état d'échancrure, tel qu'il a été vu, le 16 août 1830, dans le réflecteur de 20 pieds à Slough). Les continens se distinguent par cette couleur rougeâtre qui caractérise la lumière de cette planète (qui paraît toujours enflammée), et qui annonce, à n'en pas douter, une teinte d'ocre dans le sol en général, comme les carrières de pierre à sablon rouge dans quelques lieux de la terre peuvent en offrir l'image aux habitans de Mars; seulement le ton en est plus prononcé; par un contraste qu'expliquent les lois générales de l'optique, les mers, comme nous

pouvons les appeler, paraissent verdâtres. Ces taches, cependant, ne se voient pas toujours d'une manière également distincte, quoique, *quand on les voit*, elles offrent toujours la même apparence. Cela peut venir de ce que la planète n'est pas entièrement dépourvue d'atmosphère et de nuages; et ce qui donne beaucoup d'autorité à cette hypothèse, c'est la présence de taches blanches et d'un vif éclat à ses pôles (dont une est représentée dans notre figure) que l'on a soupçonnées, avec beaucoup de probabilité, être de la neige, vu qu'elles disparaissent lorsqu'elles ont été long-temps exposées au soleil, et sont au plus haut degré de leur grandeur lorsqu'elles ne font que sortir de la longue nuit de leur hiver polaire. En observant les taches pendant toute une nuit, et plusieurs nuits de suite, on trouve que Mars tourne sur un axe incliné d'environ 30° 18′ sur l'écliptique, et dans l'espace de 24^h. 39′. 21″ dans le même sens que la terre, ou d'occident en orient. Le plus grand et le plus petit diamètre apparent de Mars sont de 18″ et 4″, et son diamètre réel est d'environ 4100 milles (6598191 mètres).

438. Nous arrivons maintenant à une planète beaucoup plus magnifique, Jupiter, la plus grande d'entre elles, dont le diamètre n'est pas moindre que 87000 milles (140010396 mètres), et dont le volume est d'environ 1300 fois celui de la terre. Elle reçoit encore un plus grand relief par le cortége de quatre satellites, ou lunes, que l'on appelle aussi *planètes secondaires*, qui tournent autour de ce globe et l'accompagnent constamment, comme fait la lune autour de la terre, et dans le même sens, formant avec leur corps principal, ou *primaire*, un beau système plein d'attraits, entièrement analogue à celui plus considérable dont leur corps central n'est qu'un membre, obéissant aux mêmes lois, et offrant l'exemple le plus frappant et le plus instructif de l'existence du pouvoir de la gravitation comme le principe régulateur de leur mouvement. Au reste, nous nous étendrons davantage là-dessus dans le chapitre suivant.

439. On voit toujours le disque de Jupiter traversé dans une certaine direction par des bandes ou zônes noires (Pl. XIII, fig. 2), qui offrent l'aspect de cette planète telle qu'elle a été vue, le 23 septembre 1832, dans le réflecteur de 20 pieds à Slough. Ces zônes, néanmoins, ne sont nullement semblables dans tous les temps; elles varient en largeur et en situation sur le disque, quoique jamais dans leur direction générale. On les a vues se rompre et se disperser sur tout le disque de la planète; mais ce phénomène est extrêmement rare. On voit souvent des embranchemens qui s'en détachent, et des subdivisions, telles qu'elles sont représentées dans la figure, aussi bien que des taches noires évidentes, comme des colonnes de nuages; et ces phénomènes, observés attentivement, nous font conclure que cette planète tourne dans l'espace singulièrement court de 9^h. 55^m. 50^s. (temps sidéral) sur un axe perpendiculaire à la direction des zônes. Or, il est très remarquable, et ceci vient de la manière la plus satisfaisante à l'appui du raisonnement par lequel la figure sphéroïdale de la terre a été déduite de sa rotation, que le contour du disque de Jupiter n'est évidemment point circulaire, mais elliptique, et considérablement aplati dans le sens de son axe de rotation. Cet aspect n'est point une illusion optique, mais est constaté victorieusement par des mesures micrométriques qui établissent le rapport de 107 à 100 entre les diamètres équatorial et polaire; et pour lever tous les doutes sur la rigueur des principes d'où nous avons tiré nos premières conclusions, et faire voir que leur application s'étend sans réserve jusqu'à ce système éloigné, le calcul nous fait connaître que c'est bien là le degré d'aplatissement qui correspond, d'après ces principes, aux dimensions de Jupiter, et au temps de sa rotation.

440. Le parallélisme des zônes à l'équateur de Jupiter, leurs variations accidentelles, et l'aspect des taches qu'on y voit, rendent extrêmement probable que ces zônes ont leur siége dans l'atmosphère de la planète, où elles forment

des couches d'air très transparentes, déterminées par des courans analogues à nos vents alisés, mais d'un caractère beaucoup plus prononcé, comme on est en droit de l'attendre de la prodigieuse vitesse de sa rotation. Ce qui ne nous permet pas de douter que ce ne soit le corps comparativement plus obscur de la planète que l'on aperçoit dans les zônes, c'est qu'elles ne s'avancent pas dans toute leur force jusqu'au bord du disque, mais s'effacent peu à peu avant d'y arriver. (*Voy.* pl. XIII, fig. 2.) Le diamètre apparent de Jupiter varie de 30″ à 46″.

441. Un mécanisme encore plus surprenant, et où il semble que l'art ait étalé toutes ses ressources, se déploie avec majesté dans la planète de Saturne, qui, dans l'ordre des distances, vient immédiatement après Jupiter, qu'elle égale presque en grandeur, son diamètre étant d'environ 79000 milles (127135877 mètres), son volume à-peu-près 1000 fois aussi gros que celui de la terre, et son diamètre angulaire apparent d'environ 16″. Ce globe imposant, outre qu'il n'est pas escorté de moins de sept satellites, ou lunes, est entouré de deux grands anneaux plats, extrêmement minces, concentriques à la planète et entre eux, tous deux dans le même plan, et séparés l'un de l'autre par un intervalle très étroit dans toute l'étendue de leur circonférence, de manière à se trouver plus grands de cette quantité que la planète. Voici les dimensions de cet assemblage extraordinaire :

	MILLES.	MÈTRES.
Diamètre extérieur de l'anneau extérieur..	176418 =	283912116
Diamètre intérieur de l'anneau extérieur.. . , .	155272 =	249881503
Diamètre extérieur de l'anneau intérieur.. . . .	151690 =	244116977
Diamètre intérieur de l'anneau intérieur.. . . .	117339 =	188822361
Diamètre équatorial du corps.	79160 =	127393367
Intervalle entre la planète et l'anneau intérieur. .	19090 =	30721821
Intervalle des anneaux.	1791 =	2882283
Epaisseur des anneaux ne surpassant pas. . . .	100 =	160931

La figure 3 de la planche XIII représente Saturne entouré de ses anneaux, le corps garni de zônes noires, qui ont quelque ressemblance avec celles de Jupiter, mais plus larges et d'un ton plus clair, et qui sont dues probablement à une cause semblable. Que les anneaux soient une substance solide et opaque, c'est ce dont on ne saurait douter en ce qu'ils projettent leur ombre sur le corps de la planète, et que réciproquement la planète projette la sienne sur eux, comme l'indique la figure. De ce que les zônes sont parallèles au plan des anneaux, on peut conjecturer que l'axe de rotation de la planète est perpendiculaire à ce plan; et cette conjecture est justifiée par l'apparition accidentelle de grandes taches noires à sa surface, qui, quand on les observe, comme celles de Mars ou de Jupiter, annoncent une durée de rotation de $10^h. 29^m. 17^s.$ autour d'un axe ainsi placé.

442. L'axe de rotation, comme celui de la terre, conserve son parallélisme avec lui-même pendant toute la durée de la révolution de la planète dans son orbite; il faut en dire autant du double anneau dont le plan a constamment la même ou à-peu-près la même inclinaison sur le plan de l'orbite, et par conséquent sur celui de l'écliptique, savoir, de 28° 40′, et coupe ce dernier suivant une ligne, qui fait, avec celle des équinoxes, un angle de 170°; en sorte que *les nœuds du double anneau* se trouvent à 170° et 350° de longitude. Toutes les fois, par conséquent, que la planète a l'une ou l'autre de ces longitudes, le plan du double anneau passe par le soleil, qui alors n'en éclaire que le bord; et comme, au même instant, en raison de la petitesse de l'orbite de la terre, comparée à celle de Saturne, notre planète ne saurait être bien éloignée de ce plan, et doit, dans tous les cas, y passer un peu avant ou après ce moment, ce double anneau ne nous apparaît alors que comme une ligne droite très fine, qui croise

le disque, et le dépasse de chaque côté; et tellement fine, qu'elle se dérobe à tous les télescopes qui ne seraient pas d'une puissance extraordinaire. Ce phénomène remarquable a lieu à des intervalles de quinze ans; mais la disparition du double anneau est généralement double, la terre passant *deux fois* dans son plan avant que le mouvement lent de Saturne ait pu le transporter hors de l'orbite de notre planète. Cette seconde disparition a lieu au moment où nous écrivons (29 avril 1833). A mesure, cependant, que la planète s'éloigne de ces points de son orbite, la ligne visuelle fait un angle de plus en plus grand avec le plan du double anneau qui, selon les lois de la perspective, semble s'ouvrir peu à peu pour former une ellipse qui atteint sa plus grande largeur lorsque la planète est à 90° de l'un et de l'autre nœud. Au moment de la plus grande ouverture, le plus grand diamètre est presque exactement le double du plus petit.

443. On demandera sans doute comment un areeau si gigantesque, s'il est composé de matières solides et pondérables, peut se soutenir sans s'écrouler et tomber sur la planète. La réponse à cette question se trouve dans une prodigieuse vitesse de rotation du double anneau dans son propre plan, que l'observation a découverte au moyen de la différence d'éclat qui existe entre les diverses parties du double anneau; et cette rotation a une durée de révolution de $10^h.29^m.17^s$., ce qui, d'après ce que nous savons de ses dimensions et de la force de gravité dans le système de Saturne, est à-peu-près le temps périodique qu'emploierait un satellite à tourner autour du corps à une distance égale au rayon moyen des deux anneaux. C'est donc la force centrifuge, due à cette rotation, qui soutient le double anneau; et quoique aucune des observations faites jusqu'à ce jour n'ait été assez délicate pour nous faire découvrir une différence dans les périodes entre l'anneau extérieur et celui intérieur, il est plus que probable que cette différence existe de manière à placer l'un indépendamment de l'autre dans le même état d'équilibre.

444. Quoique les anneaux soient, comme nous l'avons dit, à fort peu de chose près concentriques au corps de Saturne, néanmoins des mesures micrométriques récentes, d'une extrême délicatesse, ont démontré que la coïncidence n'est pas mathématiquement exacte, mais que le centre de gravité des anneaux oscille autour du corps en décrivant une très petite orbite, probablement en vertu de lois d'une grande complication. Toute frivole que cette remarque puisse paraître, elle est de la plus haute importance pour la solidité du système des anneaux. En les supposant mathématiquement parfaits dans leur forme circulaire, et exactement concentriques à la planète, on peut démontrer qu'ils formeraient (en dépit de leur force centrifuge) un système dans l'état d'*équilibre incertain*, que la plus légère force extérieure détruirait, non en opérant une rupture dans la substance des anneaux, mais en les précipitant, *intacts*, sur la surface de la planète : car l'attraction de ces anneaux sur un point ou une sphère situés excentriquement dans leur enceinte, n'est pas la même dans tous les sens, mais elle tend à amener le point ou la sphère vers la partie la plus rapprochée des anneaux, ou loin du centre. En supposant donc que le corps, par quelque cause quelconque, acquière une si petite excentricité que ce soit à l'égard du double anneau, la tendance de leur gravité mutuelle est, non de corriger, mais d'augmenter cette excentricité, et de réunir ensemble leurs parties les plus rapprochées (*voy.* chap. XI). Or, des forces extérieures, capables de produire une pareille excentricité, existent dans les attractions des satellites, comme on le verra au chapitre XI; et afin que le système puisse être *stable*, et avoir en lui, tandis qu'il est encore naissant et faible, le moyen de résister aux premières attaques d'une pareille tendance, et de s'y opposer par une force répulsive ou d'inertie, il suffit, comme on l'a fait voir, d'admettre que le double anneau soit *chargé* dans quelque point de sa circonférence, soit de quelque légère inégalité d'épais-

seur, ou de quelques parties plus denses que les autres. Un pareil poids donnerait en quelque sorte au double anneau entier auquel il serait attaché le caractère d'un satellite lourd et lent, se soutenant dans une orbite par une certaine force suffisante pour vaincre de légères causes de perturbation, et pour établir à son centre un levier d'équilibre. Mais, même sans supposer l'existence d'un pareil poids, dont, après tout, nous n'avons aucune preuve, et en admettant, en conséquence, dans toute son étendue l'instabilité générale de l'équilibre, nous croyons voir, daus la périodicité de toutes les causes de perturbation, une garantie suffisante de son maintien. Quelque simple, toutefois, que soit l'explication, nous ne pouvons concevoir rien de plus propre, sous tous les rapports, à donner une idée générale de cette conservation de l'équilibre avec une tendance continuelle à sa destruction, que la manière dont une main exercée parvient à soutenir sur le doigt un long bâton dans une position perpendiculaire par une variation continuelle et presque imperceptible du point de support. Quoi qu'il en soit, l'oscillation observée des centres des anneaux autour de celui de la planète est par elle-même la preuve d'une lutte perpétuelle entre les forces conservatrices et destructives, extrêmement faibles des deux côtés, mais sans cesse aux prises entre elles, de manière à ce que les dernières ne puissent jamais arriver à une supériorité capable de décider une catastrophe.

445. Nous devons aussi observer que, comme la plus petite différence de vitesse entre le corps et les anneaux doit infailliblement précipiter ceux-ci sur celui-là, et empêcher désormais leur séparation (car, une fois en contact, ils auraient atteint une position d'*équilibre stable*, et auraient été retenus ensemble pour toujours par une force immense), il s'ensuit, ou que leurs mouvemens, dans leur orbite commune autour du soleil, ont dû avoir été coordonnés entre eux par un pouvoir extérieur, avec la précision la plus rigoureuse, ou que les anneaux se sont nécessairement formés autour de la planète lorsque leur mouvement commun de translation était déjà tracé, et qu'ils étaient sous la pleine et libre influence de toutes les forces actives.

446. Les anneaux de Saturne doivent offrir un spectacle magnifique à ces régions de la planète situées du côté éclairé, et auxquelles ils se présentent comme de vastes arceaux qui traversent le ciel d'un horizon à l'autre, et gardent une situation invariable parmi les étoiles. Au contraire, dans les régions situées sur la face obscure, une éclipse de soleil de quinze ans de durée, produite par leur ombre, doit présenter (dans nos idées) un asile inhospitalier pour des êtres animés, que la faible lumière des satellites dédommage assez mal. Mais nous aurions tort de juger des avantages ou des inconvéniens de leur condition d'après ce que nous voyons autour de nous, lorsque, peut-être, les combinaisons mêmes qui ne nous apparaissent que comme des images d'horreur, peuvent être des théâtres où s'étalent toutes les merveilles de l'art les plus propres à sourire aux idées de grandeur et de gloire, et à procurer le vrai bonheur.

447. Nous ne voyons de la planète Uranus qu'un petit disque rond uniformément éclairé, sans anneaux, ni zônes, ni taches distinctes. Son diamètre apparent est d'environ 4″, dont il ne varie jamais beaucoup, à cause de la petitesse de l'orbite de notre globe en comparaison de celle d'Uranus. Son diamètre réel est d'environ 35000 milles (56326021 mètres). Ce globe est accompagné de satellites, de deux au moins, probablement de cinq ou six, dont les orbites (comme on le verra dans le chapitre suivant) offrent des particularités remarquables.

448. Si l'immense distance d'Uranus nous ferme toute espérance d'arriver à une connaissance étendue de son état physique, la petitesse des quatre planètes ultra-zodiacales n'est pas un moindre obstacle à toute investigation sur le leur.

Une d'entre elles, Pallas, a, dit-on, quelque chose de nébuleux et sombre dans son aspect, ce qui révélerait la présence d'une vaste atmosphère vaporeuse, que la faible attraction d'une si petite masse ne pourrait guère empêcher de se dilater et de s'étendre. Leurs particularités les plus remarquables appartiennent sans doute à cette condition de leur existence. Un homme placé à la surface de l'une d'elles sauterait aisément à la hauteur de soixante pieds, et il n'éprouverait pas un plus grand choc à sa descente que sur la terre en sautant à la hauteur d'un mètre. Il peut exister des géants dans de pareilles planètes; et ces animaux énormes, qui sur la nôtre, demandent le secours de la force comprimante de l'eau pour contrebalancer leur poids, pourraient, sur ces globes, en habiter le sol. Mais les considérations auxquelles nous pourrions nous livrer à cet égard seraient sans objet.

449. Nous terminerons ce chapitre par une comparaison propre à donner à nos lecteurs une idée générale des grandeurs relatives et des distances des parties de notre système. Choisissons quelque champ bien uni ou un boulingrin. Plaçons-y un globe de deux pieds de diamètre; il représentera le soleil. Mercure sera représenté par un grain de moutarde, sur une circonférence de 164 pieds de diamètre pour son orbite; Vénus le sera par un pois, sur une circonférence de 284 pieds de diamètre; la terre aussi par un pois, sur une orbite de 430 pieds de diamètre; Mars par une forte tête d'épingle sur une circonférence de 654 pieds de diamètre; Junon, Cérès, Vesta et Pallas, par des grains de sable, sur des orbites dont les diamètres soient de 1000 à 1200 pieds; Jupiter par une orange de grandeur ordinaire, sur une circonférence d'environ un demi mille (805 mètres) de diamètre; Saturne par une petite orange, sur une orbite dont le diamètre soit les 4/5 d'un mille (1288 mètres); et Uranus par une grosse cerise ou une petite prune, sur une orbite d'un peu plus d'un mille et demi (2414 mètres). Du reste nous n'aspirons pas ici à donner des notions exactes à cet égard, soit en décrivant des circonférences sur le papier, soit, ce qui est encore pis, en faisant connaître ces colifichets puérils que l'on appelle *planétaires*. Pour imiter les mouvemens des planètes, dans les orbites ci-dessus mentionnées, Mercure doit décrire une étendue égale à son diamètre dans 41 secondes, et les autres planètes des étendues égales à leurs diamètres respectifs dans les temps suivans, savoir : Vénus dans 4 minutes 14 secondes; la Terre dans 7 minutes; Mars dans 4 minutes 48 secondes; Jupiter dans 2 heures 56 minutes; Saturne dans 3 heures 13 minutes; et Uranus dans 2 heures 16 minutes.

CHAPITRE IX.

DES SATELLITES.

De la lune, comme satellite de la terre. — Proximité générale où se trouvent les satellites de leurs planètes primaires, et subordination de leur mouvement comme une conséquence de cette proximité. — Masses des planètes primaires déduites des révolutions de leurs satellites. — Maintien des lois de Kepler dans les systèmes secondaires. — Des satellites de Jupiter. — Leurs éclipses, etc. — Vitesse de la lumière découverte par leur moyen. — Satellites de Saturne. — Ceux d'Uranus.

450. Dans sa révolution annuelle autour du soleil, la terre est constamment accompagnée de son satellite, la lune, qui tourne autour d'elle, ou plutôt l'une et l'autre tournent autour de leur centre commun de gravité; tandis que ce cen-

tre, rigoureusement parlant, et non l'un ou l'autre des deux corps ainsi liés, se meut dans une orbite elliptique, sans être troublé par leur action mutuelle, précisément de la même manière que le centre de gravité d'une grande et d'une petite pierre liées ensemble, et lancées dans l'air, décrit une parabole, comme si c'était une substance matérielle véritable soumise à l'attraction de la terre, pendant que les deux pierres circulent autour de ce centre ou l'une autour de l'autre, selon qu'il nous plaît de considérer la chose.

451. Si nous traçons par conséquent la courbe *réelle* décrite, soit par le centre de la lune, soit par celui de la terre, en vertu de ce mouvement composé, on trouvera que c'est, non une ellipse exacte, mais une courbe ondulée, comme celle représentée à l'article 272 (fig. 41), avec cette différence que le nombre des ondulations, dans une révolution entière, n'est que de 13, et que leur déviation réelle de l'ellipse générale, qui leur sert de ligne centrale, est comparativement beaucoup plus petite, et tellement plus petite, que chaque partie de la courbe décrite, soit par la terre, soit par la lune, est *concave* vers le soleil. Les excursions de la terre de chaque côté de l'ellipse sont même d'une exiguité à les rendre à peine appréciables. En effet, le centre de gravité de la terre et de la lune est toujours dans l'*intérieur* de la surface de la terre, en sorte que l'orbite mensuelle décrite par le centre de la terre autour du centre commun de gravité est comprise dans un espace moindre que la grandeur de la terre elle-même. L'effet en est toutefois sensible, en produisant un déplacement apparent du soleil en longitude, d'une espèce parallactique, que l'on appelle *équation mensuelle*, et qui est toujours moindre cependant que la parallaxe horizontale du soleil, ou que 8″, 6.

452. La lune est, comme nous l'avons vu, à une distance d'environ 60 rayons terrestres du centre de la terre. Sa proximité de son centre d'attraction ainsi estimée est donc beaucoup plus grande que celle des planètes ne l'est du soleil. Mercure, qui approche le plus de cet astre, est à 84 rayons solaires de son centre, et Uranus à 2026. C'est à cause de cette proximité que la lune reste attachée à la terre comme satellite. Si elle était beaucoup plus éloignée, la faiblesse de sa gravité vers la terre serait incapable de produire cette accélération et ce retard alternatifs dans son mouvement autour du soleil, qui la dépouillent du caractère de planète indépendante, et assujettissent ses mouvemens à ceux de la terre. L'une dépasserait l'autre, ou en serait dépassée, dans ses révolutions autour du soleil (en vertu de la troisième loi de Kepler), selon les dimensions relatives de leurs orbites héliocentriques, après quoi toute l'influence de la terre se bornerait à produire quelque perturbation périodique considérable dans le mouvement de la lune, toutes les fois qu'elle la devancerait ou en serait devancée dans ses révolutions synodiques.

453. A la distance à laquelle la lune se trouve réellement de nous, sa gravité vers la terre est assurément moindre que vers le soleil. Ce fait est suffisamment constaté par ce que nous avons dit, que l'orbite *réelle* de la lune, même lorsqu'elle se trouve entre la terre et le soleil, est *concave vers ce dernier*. Mais ceci paraîtra dans un plus grand jour encore si, d'après les temps périodiques connus dans lesquels la terre accomplit sa révolution annuelle et la lune sa révolution mensuelle, et selon les dimensions de ces orbites, nous calculons la quantité dont ces corps dévient de leurs tangentes dans des intervalles de temps égaux et très petits, en une seconde, par exemple. Ces déviations sont les sinus verses des arcs décrits pendant ces temps dans les deux orbites, et ces sinus donnent la mesure des forces actives qui produisent ces déviations. Le calcul numérique du cas qui nous occupe nous donnera le rapport de 2.209 : 1, quantité dont l'intensité de la force, qui retient la terre dans son orbite autour du soleil, surpasse réellement celle par laquelle la lune est retenue dans son orbite autour de la terre.

454. Or le soleil est quatre cents fois aussi éloigné de la terre que l'est la lune;

et comme la gravité s'accroît dans le même rapport que les carrés des distances diminuent, il suit nécessairement de là que, à des distances *égales*, l'intensité de la gravité solaire surpasserait celle de la gravité terrestre dans la proportion ci-dessus, augmentée de la raison du carré de 400 : 1, c'est-à-dire dans la proportion de 354936 : 1 ; et, par conséquent, si nous admettons que l'intensité de la force de la gravitation est proportionnelle à la masse, ou à l'inertie du corps attirant, nous sommes forcés de reconnaître que la masse de la terre n'est que la 354936ᵉ partie de celle du soleil.

455. Ce raisonnement n'est au fond que la récapitulation de ce qui a été enseigné au chapitre VII (art. 380). Mais nous y ramenons le lecteur, pour lui faire voir comment la masse d'une planète, accompagnée d'un ou de plusieurs satellites, peut, pour ainsi dire, se peser comparativement au soleil, pourvu que l'observation nous ait fait connaître les dimensions des orbites décrites par la planète autour du soleil, et par les satellites autour de la planète, ainsi que les temps qu'elles emploient respectivement à les décrire. C'est par cette méthode que les masses de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, ont été déterminées. (*Voy.* la table synoptique.)

456. Jupiter, comme nous l'avons déjà dit, est accompagné de quatre satellites, Saturne de sept, et Uranus au moins de deux, s'il ne l'est de six. Ces planètes *primaires* (comme l'on appelle les planètes centrales) forment, avec leurs satellites respectifs, autant de systèmes secondaires entièrement analogues, par les lois générales qui régissent leurs mouvemens, au grand système dans lequel le soleil joue le rôle de planète primaire, et où les planètes tiennent lieu de satellites. Dans chacun de ces systèmes, les lois de Kepler sont observées de la même manière que dans le système planétaire, c'est-à-dire approximativement, et sans préjudice des perturbations réciproques, de l'action des causes étrangères, s'il en existe, et de cette légère correction, quoique appréciable, qui provient de la forme elliptique du corps central. Leurs orbites sont des ellipses de très peu d'excentricité, dont la planète primaire occupe un des foyers. Ces corps décrivent autour d'elles des aires à-peu-près proportionnelles aux temps ; et les carrés des révolutions de tous les satellites qui appartiennent à chaque planète sont entre eux comme les cubes de leurs distances. Les tables synoptiques à la fin de ce volume donnent les distances et les temps des révolutions dans ces divers systèmes, dans l'état où nous les connaissons aujourd'hui. La même remarque que nous avons faite sur la proximité de la lune à la terre s'étendra avec autant de raison aux satellites des autres planètes.

457. Au reste, de tous ces systèmes, le seul qui ait été étudié avec beaucoup d'attention est celui de Jupiter, d'un côté en raison de l'éclat frappant de ses quatre lunes, assez considérables pour offrir des disques visibles et mesurables dans de puissans télescopes ; mais surtout à cause de leurs éclipses qui, comme elles arrivent très fréquemment et s'observent avec beaucoup de facilité, fournissent des signaux dont on fait un grand usage pour la détermination des longitudes terrestres (art. 218). Cette méthode, jusqu'au moment où elle fut mise de côté en faveur de celle des observations lunaires, qui offre bien plus de facilité et de précision au point de perfectionnement où elle se trouve aujourd'hui, avait été la meilleure, ou plutôt la seule en laquelle on pût avoir quelque confiance, dans le cas des grandes distances et des longs intervalles.

458. Les satellites de Jupiter tournent d'occident en orient (en suivant l'analogie des planètes et de la lune), dans des plans à-peu-près, quoique non exactement, en coïncidence avec celui de l'équateur de la planète, ou parallèles à ses zônes. Ce dernier plan est incliné de 3° 5′ 30″ sur l'orbite de la planète, et ne diffère, par conséquent, que très peu du plan de l'écliptique. Nous voyons donc leurs orbites se projeter presque en lignes droites, le long desquelles ils

semblent osciller, passant tantôt devant Jupiter, et jetant des ombres sur son disque (que l'on voit très distinctement, dans de bons télescopes, comme de petites taches d'encre noire), et tantôt disparaissant derrière le corps, ou se trouvant éclipsés dans son ombre à quelque distance. C'est par ces éclipses que nous sommes en possession de bons élémens pour la construction des tables des mouvemens des satellites, aussi bien que de signaux pour déterminer les différences de longitude.

459. Les éclipses des satellites, considérées sous leur point de vue général, sont parfaitement analogues à celles de lune, mais dans leurs détails elles diffèrent sous certains rapports. La distance de Jupiter au soleil étant beaucoup plus grande, ainsi que son volume, le cône de son ombre (art. 355) se projette beaucoup plus loin, et est d'une beaucoup plus grande dimension que celui de la terre. D'ailleurs, il y a beaucoup moins de proportion entre les satellites et leur planète primaire, qu'entre la lune et la terre, leurs orbites sont moins inclinées sur *son écliptique*, et leurs dimensions comparativement plus petites. C'est à cause de ces circonstances que les trois satellites intérieurs de Jupiter passent par l'ombre, et sont totalement éclipsés à chaque révolution; et quoique le quatrième, par une plus grande inclinaison de son orbite, échappe quelquefois à l'éclipse, et *puisse* accidentellement effleurer pour ainsi dire le bord de l'ombre, pour ne subir qu'une éclipse partielle, cela n'arrive que très rarement; et, en général, ses éclipses ont lieu, comme pour les autres satellites, à chaque révolution.

460. Ces éclipses, du reste, ne sont pas vues, comme celles de lune, du centre du mouvement du corps éclipsé, mais d'une station éloignée, et variable par rapport à la ligne de l'ombre. Ceci n'influe donc en rien sur le *temps* des éclipses, mais beaucoup sur leur visibilité, et sur leurs situations apparentes relativement à la planète aux instans de l'*immersion* et de l'*émersion* du satellite.

461. Soient (fig. 64) S le soleil, E la terre dans son orbite EFGK, J Jupiter, et *ab* l'orbite d'un de ses satellites. Le cône d'ombre aura son sommet en X, point situé à une grande distance des orbites de tous les satellites; et la pénombre, en raison du grand éloignement du soleil, et de la petitesse qui résulte de l'angle que son disque soustend à la surface de Jupiter, s'étendra à peine, dans les limites des orbites des satellites, à une distance appréciable au-delà de l'ombre. Un satellite qui se meut d'occident en orient, dans la direction des flèches, sera éclipsé en entrant dans l'ombre en *a*, mais non tout-à-coup, parce que, comme la lune, son diamètre, vu de la planète, est considérable; en sorte que le temps qui s'écoule depuis la première déperdition appréciable de lumière, jusqu'à son extinction totale, sera celui qu'il emploie à décrire autour de Jupiter un angle égal à son diamètre apparent vu du centre de la planète; il sera même d'une un peu plus longue durée, à cause de la pénombre. La même remarque s'applique à son émersion en *b*. Or, attendu la différence qui existe entre les télescopes, et celle de la vue d'individu à individu, il est impossible de déterminer le moment *précis* de l'obscurcissement initial, ou de l'extinction totale en *a*, non plus que celui du premier jet de lumière qui tombe sur le satellite en *b*, ou du rétablissement complet de sa lumière. L'observation d'une éclipse, où l'on ne voit que l'immersion ou l'émersion, est donc incomplète, et ne saurait suffire à nous donner des résultats rigoureux, théoriques ou pratiques. Mais si *la même personne, munie du même télescope*, assiste également à l'immersion et à l'émersion, l'intervalle des temps donnera la durée, et la moitié de cet intervalle le milieu précis de l'éclipse, moment où le satellite est sur la ligne SJX, c'est-à-dire le vrai moment de son opposition avec le soleil. Il n'y a que cette manière d'observer qui puisse nous fournir les moyens de déterminer les périodes et autres circonstances des mouvemens des satellites, et nous mettre en possession

de tous les élémens nécessaires au calcul des longitudes terrestres. On remarquera que les intervalles des éclipses donnent les temps des révolutions *synodiques* des satellites, desquels on conclura ceux des révolutions sidérales d'après la méthode de l'article 353. (*Note* à la fin du volume.)

462. Il est évident, d'après la seule inspection de la figure 64, que les éclipses ont lieu à l'occident de la planète, lorsque la terre est située à l'occident de la ligne SJ, c'est-à-dire avant l'opposition de Jupiter; et à l'orient, lorsqu'elle est dans l'autre partie de son orbite, ou après l'opposition. Lorsque la terre approche de l'opposition, la ligne visuelle tend de plus en plus à coïncider avec la direction de l'ombre, et le lieu apparent où arrivent les éclipses s'approche de plus en plus du corps de la planète. Lorsque la terre arrive en F, point que l'on détermine en menant BF tangente à la planète, les émersions cessent d'être visibles, et dès-lors elles ont lieu à une égale distance de l'autre côté de l'opposition, *derrière* le disque de la planète. Quand la terre est parvenue en G (ou en H), l'immersion (ou l'émersion) a lieu au bord même du disque visible; et lorsqu'elle est arrivée entre G et H (espace très petit), les satellites *passent sans s'éclipser derrière le disque* de la planète.

463. Quand un satellite arrive en *m*, son ombre se projette sur Jupiter, et paraît se mouvoir sur son disque comme une tache noire, jusqu'à ce que le satellite soit passé en *n*. Mais le satellite lui-même ne paraîtra entrer dans le disque que lorsqu'il sera arrivé à la ligne menée de la terre E jusqu'au bord oriental du disque, et il ne le quittera que lorsqu'il aura atteint une ligne semblable menée jusqu'au bord occidental. On voit donc par là que l'ombre *précédera* le satellite dans son progrès sur le disque *avant* l'opposition, et qu'elle l'y suivra après cet événement. Dans ces passages des satellites, que l'on peut, avec de très puissans télescopes, observer avec beaucoup de précision, il arrive souvent que le satellite lui-même peut se distinguer sur le disque comme une tache brillante, s'il est dirigé sur une zône obscure, mais accidentellement aussi comme une tache noire de moindres dimensions que ne l'est l'ombre. Ce fait curieux (observé par Schroet et Harding) a fait penser que certains satellites ont quelquefois à leur surface, ou dans leurs atmosphères, des taches obscures d'une grande étendue. Nous disons d'une grande étendue; car les satellites de Jupiter, tout petits qu'ils nous paraissent, sont réellement des corps d'un volume considérable, comme le fera voir la table comparative suivante :

	Diamètre moyen appar.	Diamètre en milles.	Diamètre en mètres.	Masse.
Jupiter.	38"327	87000	140010396	1.0000000
Premier satellite.	1.105	2508	4036162	0.0000173
Deuxième satellite.	0.911	2068	3328063	0.0000232
Troisième satellite.	1.488	3377	5434656	0.0000885
Quatrième satellite.	1.273	2890	4650920	0.0000427

464. Il existe un rapport extrêmement singulier entre les vitesses angulaires moyennes ou *mouvemens moyens* (comme on les appelle) des trois premiers satellites de Jupiter. Si à la vitesse angulaire moyenne du premier satellite on ajoute deux fois celle du troisième, la somme sera égale à trois fois celle du second. Il suit de ce rapport que si de la longitude moyenne du premier ajoutée à deux fois celle du troisième, on retranche trois fois celle du second, le reste sera une quantité constante, et l'observation nous enseigne que cette quantité est de

180°, ou deux angles droits; en sorte que, les situations de deux quelconques d'entre eux étant données, on peut trouver celle du troisième. On a cherché à expliquer ce fait remarquable au moyen de la théorie de la gravité par leur action réciproque. On en tire cette conséquence curieuse, que ces trois satellites ne peuvent être éclipsés tous simultanément : car, à cause du rapport dont nous venons de parler, lorsque le second et le troisième se trouvent du même côté sur une ligne droite qui passe par le centre, le premier doit se trouver du côté *opposé ;* si donc le premier est éclipsé, les deux autres doivent être entre le soleil et la planète, en projetant l'ombre sur le disque, et *vice versâ*. On ne cite (autant que nous le sachions) qu'un seul exemple où l'on ait vu Jupiter *sans satellites*. C'est à Molyneux que nous devons cette révélation, qui date du 2 novembre (vieux style) 1681.

465. La découverte des satellites de Jupiter par Galilée, un des premiers résultats de l'invention du télescope, fournit une des époques les plus mémorables de l'histoire de l'astronomie. La première solution astronomique du grand problème des *longitudes*, le plus important pour les intérêts du genre humain qui soit jamais tombé sous le domaine des principes les plus rigoureux de la science, date immédiatement de la découverte de ces satellites. On peut aussi regarder la sanction définitive du système de Copernic comme appartenant à l'étude de ce système de petite échelle, dans lequel les lois des mouvemens planétaires, telles que Kepler les a déterminées, et principalement celle qui lie les distances aux temps périodiques, ont reparu avec une précision qui ne laisse rien à désirer. Et (comme pour accumuler tout l'intérêt historique qui s'y rattache) c'est à l'observation de leurs éclipses que nous devons la grande découverte de l'aberration de la lumière, et la détermination, qui en est la conséquence, de la prodigieuse vitesse de cet élément. C'est sur quoi nous allons entrer dans quelques détails.

466. L'orbite de la terre étant concentrique à celle de Jupiter et dans son intérieur (fig. 64), leur distance réciproque varie continuellement, et cette variation s'étend de la *somme* à la *différence* des rayons des deux orbites : la différence de la plus grande à la plus petite distance est égale au diamètre de l'orbite de la terre. Or, Rœmer, astronome danois, a remarqué, en 1765, après avoir comparé les observations des éclipses des satellites pendant un grand nombre d'années successives, que celles au moment de l'opposition de Jupiter (ou à son point le plus rapproché de la terre) avaient lieu *trop tôt*, plus tôt que, d'après le calcul fondé sur la moyenne des observations, il ne devait les attendre ; tandis que celles qui s'annonçaient lorsque la terre était dans la partie de son orbite la plus éloignée de Jupiter, arrivaient toujours *trop tard*. Liant l'erreur observée dans la supputation de leurs temps avec la variation de la distance, il conclut que, pour mettre le calcul du temps moyen d'accord avec le fait, il convenait d'admettre que les différences de temps étaient proportionnelles aux variations de distance, de manière qu'une différence de $16^m. 26^s.,6$ en temps, correspondit à une différence de distance égale au diamètre de l'orbite de la terre. En raisonnant sur la cause physique probable de ce phénomène, il fut conduit naturellement à penser que la propagation de la lumière était progressive, et non instantanée. Ceci expliquait chaque particularité du phénomène observé, mais la vitesse requise (192000 milles par seconde, 308988461 mètres) était si grande qu'elle fit reculer bien des astronomes, et que, dans tous les cas, elle méritait confirmation. C'est à quoi il a été satisfait, de la manière la moins équivoque, par la découverte qu'a faite Bradley de l'aberration de la lumière (art. 275). La vitesse de la lumière déduite de ce dernier phénomène diffère de moins d'1/80e. de la quantité à laquelle la fait monter le calcul des éclipses, et cette différence même disparaîtra sans doute au moyen d'observations plus délicates et plus rigoureuses.

467. Les orbites des satellites de Jupiter ne sont que très peu excentriques, particulièrement celles des deux intérieurs, qui ne le sont presque pas du tout. Leur action mutuelle produit en eux des perturbations analogues à celles des planètes autour du soleil, et dont Laplace et d'autres savans se sont beaucoup occupés. Par des observations assidues, on s'est assuré qu'ils éprouvent des variations marquées sous le rapport de l'éclat, et que ces variations arrivent périodiquement, selon la place qu'ils occupent à l'égard du soleil. On a conclu de là, non sans apparence de raison, qu'ils tournent sur leurs axes, comme notre lune, dans des temps égaux à leurs révolutions sidérales respectives autour de leur planète primaire.

468. On a étudié beaucoup moins les satellites de Saturne que ceux de Jupiter. Le plus éloigné est d'un beaucoup plus grand volume que les autres, et n'est probablement pas inférieur à Mars. Son orbite aussi est considérablement inclinée sur le plan de l'anneau, avec lequel celles de tous les autres sont près de coïncider. C'est le seul des sept satellites dont on ait étudié la théorie au-delà de ce qui était nécessaire pour vérifier la loi de Kepler sur les temps périodiques, loi qui se soutient ici comme dans le système de Jupiter, moyennant les modifications que les circonstances peuvent exiger. Il offre, comme ceux de Jupiter, des déperditions périodiques de lumière, qui rendent témoignage de sa révolution sur son axe dans le temps d'une révolution sidérale autour de Saturne. Celui qui vient immédiatement après (en rentrant dans l'intérieur) est assez visible; les trois suivans sont très petits, et exigent d'assez forts télescopes pour les voir; tandis que les deux satellites les plus voisins de Saturne, qui ne font qu'effleurer le bord du double anneau, et se meuvent exactement dans son plan, n'ont jamais pu être distingués qu'au moyen des plus puissans télescopes que l'art humain ait construits, et cela seulement dans des circonstances particulières. Lors de la disparition du double anneau (pour des télescopes ordinaires), on les a vus enfiler comme des perles ce filet de lumière extrêmement délié auquel il est alors réduit, et parcourir dans un court espace de temps les deux extrémités, pour s'en retourner bien vite, et regagner les régions invisibles. En raison de l'obliquité de l'anneau et des orbites des satellites à l'égard de celle de Saturne, il n'y a d'éclipses des satellites (à l'exception de ceux intérieurs) qu'à environ l'époque où l'anneau est vu de côté.

469. Si l'on en excepte les deux satellites intérieurs de Saturne, il n'existe pas de corps dans notre système dont la vue soit aussi difficile à obtenir que l'est celle des lunes d'Uranus. Deux existent sans aucun doute, et l'on en a soupçonné quatre autres. Ces deux, toutefois, offrent des particularités remarquables, et, il faut en convenir, tout-à-fait inattendues et sans exemple. Contre l'analogie invariable de tout le système planétaire, soit qu'il s'agisse des planètes principales ou de celles du second ordre, les plans de leurs orbites *sont presque perpendiculaires au plan de l'écliptique*, avec lequel ils font un angle, qui n'est pas moindre que 78° 58′, et leurs mouvemens dans ces orbites sont *rétrogrades* : c'est-à-dire que les points que ces lignes occupent dans l'espace étant projetés sur l'écliptique, au lieu d'avancer d'*occident en orient* autour du centre de leur planète primaire, comme c'est le cas de toute autre planète ou lune, se meuvent dans le sens opposé. Leurs orbites sont à-peu-près ou tout-à-fait circulaires, et ne paraissent pas avoir subi de mouvement sensible ou du moins rapide dans leurs nœuds, non plus qu'une variation notable d'inclinaison, dans le cours, du moins, d'une demi-révolution de leur planète primaire autour du soleil.

CHAPITRE X.

Grand nombre de comètes inscrites. — Un plus grand nombre probablement qui ne le sont pas. — Description d'une comète. — Comètes sans queues. — Augmentation et diminution de leurs queues. — Leurs mouvemens. — Régies par les lois générales des mouvemens planétaires. — Elémens de leurs orbites. — Retour périodique de certaines comètes. — Comètes de Halley, de Encke et de Biela. — Dimensions des comètes. — La résistance que leur fait éprouver l'éther, leur dégénération graduelle et leur dispersion possible dans l'espace.

470. L'aspect extraordinaire des comètes, leurs mouvemens rapides et en apparence irréguliers, la manière inattendue dont elles se précipitent quelquefois sur nous, et les grandeurs imposantes sous lesquelles il leur arrive de se montrer, en ont fait dans tous les siècles des objets de surprise qui n'était pas exempte de terreur religieuse pour les ignorans, et une énigme pour les personnes les plus familières avec les merveilles de la création et les opérations des causes naturelles. Même aujourd'hui, où nous avons cessé de regarder leurs mouvemens comme irréguliers, ou comme gouvernés par d'autres lois que celles qui retiennent les planètes dans leurs orbites, leur nature intime, et les fonctions qu'elles remplissent dans l'économie de notre système, sont aussi inconnues que jamais. On n'a jusqu'ici rien dit de satisfaisant ou de plausible pour expliquer ces immensément volumineuses traînées qu'elles emportent avec elles, et qui sont connues sous le nom de *queues* (quoique improprement, puisqu'elles les précèdent souvent dans leur marche), non plus que beaucoup d'autres singularités qu'elles présentent.

471. Le nombre des comètes qui ont été astronomiquement observées, ou sur lesquelles on a des traditions, est très considérable, et se monte à plusieurs centaines; et quand nous considérons que dans les premiers siècles de l'astronomie, et même à des époques plus récentes, avant l'invention des télescopes, on ne faisait attention qu'à celles qui étaient bien apparentes et bien considérables; et que, depuis que l'on s'est occupé sérieusement de cet objet, à peine s'est-il passé une année sans que l'on ait remarqué un ou deux de ces corps, et que souvent deux et même trois ont paru à-la-fois, on admettra sans peine qu'il doit en exister au moins plusieurs milliers. Un grand nombre doivent naturellement échapper à toute observation, parce que leurs orbites ne traversent que cette partie du ciel qui est au-dessus de l'horizon pendant le jour. Les comètes qu'entourent de pareilles circonstances ne peuvent devenir visibles que par la rare coïncidence d'une éclipse totale de soleil, cas qui s'est présenté, suivant le récit de Sénèque, soixante ans avant Jésus-Christ, époque où une grande comète se montra en effet très près de cet astre. On en cite plusieurs cependant qui ont eu assez d'éclat pour être vues pendant le jour, même à midi, par un beau soleil. Telles furent les comètes de 1402 et de 1532, et celle qui parut un peu avant l'assassinat de Jules César, que l'on supposa ensuite avoir pronostiqué sa mort.

472. On ne peut trouver que très naturel que l'apparition subite et inattendue d'une grande comète donne lieu à la manifestation de sentimens de terreur et de surprise; car c'est, en effet, d'après ce que nous savons d'un pareil phénomène, un des plus brillans et des plus imposans que la nature ait pu nous offrir. Les comètes consistent, pour la plupart, en une grande masse nébuleuse de lumière rayonnante mais mal terminée, appelée la tête, qui ordinairement est beaucoup plus brillante vers le centre, et offre l'apparence d'un *noyau* éclatant, semblable à une étoile ou une planète. A partir du chef, et dans une direction

opposée à celle dans laquelle le soleil est situé par rapport à la comète, on voit deux fleuves de lumière diverger, prendre une plus grande expansion à mesure qu'ils s'éloignent de la tête, se réunir ensuite, se séparer de nouveau pendant une grande partie de leur course, produire l'effet des traînées laissées par certains météores brillans, ou ressembler à des feux d'artifice : c'est ce que l'on appelle la *queue*. Cet attirail magnifique est quelquefois d'une longueur apparente immense. Aristote raconte que la queue de la comète de 371 avant Jésus-Christ, occupait un tiers de l'hémisphère, ou 60°. Celle de 1618 de notre ère était, dit-on, accompagnée d'une queue qui n'avait pas moins de 104 degrés de longueur. La comète de 1680, la plus fameuse des temps modernes, et sous plusieurs rapports la plus remarquable de toutes, avec une tête qui ne surpassait pas en éclat une étoile de seconde grandeur, couvrit de sa queue une étendue céleste de plus de 70°, ou, au dire de quelques auteurs, de 90°. La figure 2 de la planche XIV est une image très fidèle de la comète de 1819, qui n'est nullement une des plus considérables, mais la dernière qui ait été visible à l'œil nu.

473. La queue toutefois n'est pas un attribut inhérent à une comète. On en a vu un grand nombre des plus brillantes n'avoir que de très courtes et faibles queues, et d'autres n'en avoir pas du tout. Celles de 1585 et 1763 n'offrirent aucun vestige de queue ; et Cassini raconte que la comète de 1682 était aussi ronde et aussi brillante que Jupiter. D'un autre côté, nous ne manquons pas d'exemples de comètes pourvues de beaucoup de queues ou de fleuves de lumière divergens. Celle de 1744 n'en avait pas moins de six, déferlées comme un immense éventail, qui s'étendait jusqu'à environ 30° de longueur. Souvent aussi la queue d'une comète est recourbée, et tourne sa convexité du côté du ciel que la comète a abandonné, comme si elle se mouvait un peu plus lentement, ou qu'elle rencontrât de la résistance dans sa course.

474. Les comètes plus petites, qui ne sont visibles qu'avec des télescopes, ou difficilement à l'œil nu, et qui sont de beaucoup les plus nombreuses, n'offrent ordinairement aucune apparence de queue, et ne paraissent que comme des masses vaporeuses rondes ou un peu ovales, plus denses vers le centre, où, cependant, on ne leur voit aucun noyau distinct, ni quoi que ce soit que l'on puisse être fondé à regarder comme un corps solide. Des étoiles des plus petites grandeurs restent nettement visibles, bien que couvertes de ce qui semble être la partie la plus compacte de leur substance, quoique ces mêmes étoiles fussent complètement effacées par un brouillard ordinaire qui ne s'étendrait qu'à quelques mètres de la surface de la terre ; et puisque c'est un fait observé que même les plus grandes comètes qui ont offert l'apparence d'un noyau n'en ont pas pour cela présenté des *phases*, malgré la certitude où nous sommes qu'elles brillent de la lumière que leur envoie le soleil, il s'ensuit qu'elles ne peuvent non plus être regardées que comme de grandes masses de vapeurs subtiles, susceptibles d'être traversées dans toute leur substance par les rayons du soleil, et de les réfléchir, soit de leurs parties intérieures, soit de leurs surfaces. Personne ne regardera cette explication comme forcée, et ne voudra chercher dans une qualité phosphorescente de la comète elle-même la raison du phénomène en question, en considérant (ce qui sera prouvé ci-après) l'énorme grandeur de l'espace ainsi éclairé, et la *masse* extrêmement petite que l'on est fondé à assigner à ces corps. Il sera donc évident que les nuages les plus légers qui flottent dans les plus hautes régions de notre atmosphère, et semblent au coucher du soleil se noyer dans la lumière, et se couvrir de rougeur comme s'ils étaient réellement en combustion, sans offrir d'ombre ni d'obscurité, doivent être regardés comme des corps denses et massifs en comparaison de la contexture membraneuse et toute éthérée d'une comète. Aussi, toutes les fois que de puissans télescopes ont été dirigés sur ces corps, ils n'ont pas manqué de dissiper l'illusion qui attribue de la solidité à cette

partie plus condensée de la tête, qui présente à l'œil nu la figure d'un noyau ; quoiqu'il faille reconnaître que dans quelques-unes l'on a vu un très petit point stellaire, qui indique l'existence d'un corps solide.

475. Il y a tout lieu de croire que c'est à la faible compression de la puissance élastique de leurs parties gazeuses, exercée par la gravitation d'une masse centrale aussi petite, que nous devons attribuer ce gigantesque développement des atmosphères des comètes. Si la terre, en conservant son volume actuel, était réduite, par un changement intérieur (l'excavation, par exemple, de ses parties centrales) à un millième de sa masse actuelle, la puissance répressive qu'elle exerce sur l'atmosphère diminuerait dans la même proportion, et par conséquent cette dernière s'agrandirait de mille fois son volume actuel, et même de beaucoup plus, en raison d'un bien plus grand décroissement de sa gravité, dû à l'éloignement du centre où se trouveraient les parties supérieures.

476. Voici un fait qui prouve évidemment que la partie lumineuse d'une comète a quelque chose qui participe de la nature de la fumée, du brouillard, ou d'un nuage suspendu dans une atmosphère transparente ; c'est que la portion de la queue, qui s'avance vers la tête et l'entoure, en est cependant séparée par un intervalle moins lumineux, comme si elle était soutenue et garantie du contact, par une couche transparente, de même que nous voyons souvent un amas de nuages posé sur un autre avec un espace transparent considérable qui les sépare. Ces faits, et un grand nombre d'autres observés dans l'histoire de ces corps, semblent indiquer que la structure d'une comète, vue en section dans le sens de sa longueur, doit être celle d'une enveloppe creuse, de forme parabolique, renfermant près de son sommet le noyau et la tête, et dont la figure 65 donne une idée. Cela expliquerait la division apparente de la queue en deux principales branches latérales, l'enveloppe présentant ses bords obliquement à la ligne visuelle, et offrant ainsi aux regards une profondeur de matière éclairée. Il y a tout lieu de croire, cependant, qu'elles se prêtent à une grande variété de structure, et parmi elles il est peut-être des corps dont la constitution physique diffère immensément.

477. Parlons maintenant des mouvemens des comètes. Ils sont en apparence très irréguliers et capricieux. Quelquefois ces corps ne restent visibles que pendant quelques jours, dans d'autres temps ils le sont plusieurs mois. Quelques-uns se meuvent avec une grande lenteur, d'autres avec une vitesse extraordinaire ; tandis qu'assez souvent les deux extrêmes se réunissent sur la même comète en différentes parties de son orbite. La comète de 1472 décrivit un arc céleste de 120° d'étendue dans un seul jour. Quelques-unes ont une marche directe, un certain nombre l'ont rétrograde, et d'autres tortueuse et très irrégulière. Elles ne se renferment pas, comme les planètes, dans une région déterminée du ciel, mais elles le sillonnent indifféremment dans tous les sens. La variation de leurs volumes apparens, pendant le temps qu'elles restent visibles, n'est pas moins remarquable que celle de leur vitesse. Quelquefois elles font leur première apparition comme des corps doués d'un mouvement faible et lent, avec peu ou point de queue ; mais progressivement elles accélèrent, agrandissent, et étendent au loin cette adjonction, qui augmente en longueur et en éclat jusqu'à ce que (comme cela arrive toujours en pareille occasion) elles approchent du soleil, et se perdent dans ses rayons. Au bout de quelque temps, elles reparaissent de l'autre côté en s'éloignant du soleil avec une vitesse d'abord considérable, mais qui diminue peu à peu. C'est après avoir ainsi dépassé le soleil, et non avant, qu'elles jettent le plus vif éclat, et que leurs queues acquièrent leur plus grande longueur et le développement le plus étendu, révélant ainsi, à ne pas permettre le doute, que cette émanation extraordinaire est due à l'action des rayons du soleil. A mesure qu'elles continuent à s'éloigner du soleil, leur mouvement se ralentit

et la queue s'éteint, ou est absorbée par la tête, qui s'affaiblit elle-même constamment, et se dérobe enfin tout-à-fait à la vue, pour ne jamais plus reparaître dans le plus grand nombre des cas.

478. Sans la clef que nous en a donnée la théorie de la gravitation, l'énigme de ces mouvemens, en apparence irréguliers et capricieux, aurait pu demeurer à jamais sans solution. Mais Newton ayant démontré qu'un corps, tournant sous l'empire de cette loi, pouvait décrire une section conique quelconque autour du soleil, s'aperçut aussitôt que la proposition générale était applicable au cas des orbites cométaires; et la grande comète de 1680, une des plus remarquables dont l'histoire fasse mention, tant par l'immense longueur de sa queue, que par son excessive proximité du soleil (à un sixième du diamètre de cet astre), lui fournit une excellente occasion de mettre sa théorie à l'épreuve. Le succès remplit entièrement son attente. Il s'assura que cette comète décrivait autour du soleil comme foyer une ellipse d'une si grande excentricité qu'on ne pouvait la distinguer d'une parabole (qui est la dernière limite de la forme d'une ellipse lorsque l'axe devient infini), et que dans cette orbite les aires décrites autour du soleil, comme dans les ellipses planétaires, étaient proportionnelles aux temps. La représentation des mouvemens apparens de cette comète par une pareille orbite, dans toute sa marche observée, se trouva être aussi exacte que celle des mouvemens des planètes dans leurs orbites presque circulaires. Dès ce moment on regarda comme démontré, que les mouvemens des comètes sont réglés par les mêmes lois générales que ceux des planètes, la différence des cas ne consistant que dans l'élongation exorbitante de leurs ellipses, et dans l'absence de toute limite aux inclinaisons de leurs plans sur celui de l'écliptique, aussi bien que de tout assujétissement à une direction générale dans leurs mouvemens d'occident en orient, comme c'est le cas des planètes, plutôt que d'orient en occident.

479. C'est un problème de pure géométrie, fondé sur les lois générales du mouvement elliptique ou parabolique, de trouver la situation et les dimensions de l'ellipse ou parabole qui doit représenter le mouvement d'une comète quelconque donnée. En général, trois observations complètes de son ascension droite et de sa déclinaison, avec les temps auxquels elles ont été faites, suffisent pour la solution de ce problème (qui est, toutefois, hérissé de grandes difficultés) et pour la détermination des élémens de l'orbite. Ces élémens se composent, moyennant les modifications requises, des mêmes données que celles qu'exige le calcul du mouvement d'une planète; et, une fois déterminées, il devient très aisé de les comparer à toute la partie observée de la révolution de la planète, par une méthode exactement semblable à celle de l'article 426, et de soumettre à l'épreuve la plus rigoureuse la vérité de ces lois générales sur lesquelles s'appuient tous les calculs de ce genre.

480. Pour la plupart des cas, l'on trouve que les mouvemens des comètes peuvent être assez bien représentés par des orbites paraboliques, c'est-à-dire, par des ellipses dont les axes sont d'une longueur infinie, ou, du moins, d'une longueur si considérable, que l'on ne pourrait commettre d'erreur sensible dans le calcul de leurs mouvemens, pendant tout le temps qu'elles continuent à être visibles, en les supposant réellement infinis. La parabole est cette section conique qui tient le milieu entre l'ellipse, d'un côté, qui rentre dans elle-même, et l'hyperbole, de l'autre, qui s'éloigne à l'infini. Ainsi, une comète qui décrit une orbite elliptique, quelque long que soit son axe, doit déjà avoir visité le soleil et être revenue (à moins qu'il n'y ait perturbation) à une époque déterminée; mais si son orbite est du caractère hyperbolique, une fois qu'elle aura dépassé son périhélie, elle ne pourra jamais plus revenir à la portée de nos observations, mais elle s'élancera nécessairement dans d'autres systèmes, ou se perdra dans l'immensité de l'espace. Il est peu de comètes que l'on ait reconnu se mou-

voir dans des hyperboles; mais celles qui décrivent des ellipses se sont trouvées nombreuses. Celles-ci, par conséquent, autant du moins que les attractions des planètes ne les ont pas altérées, doivent être regardées comme des membres permanens de notre système.

481. La plus remarquable de ces planètes est celle de Halley, ainsi appelée du nom du célèbre Edmond Halley, qui, en ayant calculé les élémens d'après son passage au périhélie en 1682, époque où elle parut avec un grand éclat, avec une queue de 30° de longueur, fut ainsi amené à en conclure l'identité avec les grandes comètes de 1531 et de 1607, dont il avait aussi déterminé les élémens. Les intervalles de ces apparitions successives étant de 75 à 76 ans, Halley fut encouragé à en prédire la réapparition vers l'année 1759. Une prédiction si remarquable ne put manquer de fixer l'attention de tous les astronomes, et, à mesure que le temps approchait, on comprend quel vif empressement on avait de savoir si les attractions des grosses planètes ne pourraient pas influencer gravement son mouvement de translation. Le calcul de leur action, déduit de la loi newtonienne de la gravitation, un des plus difficiles et des plus compliqués, fut entrepris et effectué par Clairaut, qui trouva que Saturne retarderait son retour de 100 jours, et Jupiter de 518, faisant en tout 618 jours, temps que devait durer le retard du retour attendu sur celui que supposait une révolution libre de toutes entraves; et qu'enfin l'époque du passage au périhélie aurait lieu vers le milieu d'avril 1759, à un mois près; il arriva en effet le 12 mars de la même année. Son prochain retour au périhélie a été calculé par MM. Damoiseau et Pontécoulant, et fixé par le premier au 4, et par le dernier au 7 novembre 1835. Un mois ou six semaines avant ce temps, elle pourra être visible dans notre hémisphère; et comme elle s'approchera à une très petite distance de la terre, elle aura probablement un très bel éclat, quoique, à en juger d'après les décroissemens successifs de son volume apparent et de la longueur de sa queue à ses divers retours depuis les premières apparitions que l'histoire ait mentionnées (en 1305 et 1456, etc.), nous ne devions nous attendre maintenant à aucun de ces prodigieux et terribles phénomènes qui ont plongé nos aïeux du moyen-âge dans les angoisses des terreurs religieuses, et leur ont fait ordonner des prières publiques dans les églises pour conjurer la comète et sa maligne influence.

482. Deux comètes ont été depuis peu l'objet particulier de l'attention des savans. On s'était assuré qu'elles avaient déjà opéré plusieurs révolutions autour du soleil d'après les indications consignées dans les catalogues. Les élémens en ont été si bien déterminés, que l'on a déjà prédit plusieurs de leurs retours, et jamais elles n'ont manqué au rendez-vous. La première est la comète de Encke, ainsi appelée du nom du professeur de Berlin, qui, le premier, en détermina le retour périodique. Elle se meut dans une ellipse de grande excentricité, inclinée d'environ 13°. 22'. au plan de l'écliptique, et dans la courte période de 1207 jours, ou d'environ 3 ans et 1/3. Cette découverte fut faite en 1819, à l'occasion de sa quatrième apparition observée. D'après l'ellipse que Encke avait alors calculée, il prédit le retour de la comète en 1822; et, invisible en Europe, elle fut observée à Paramatta, dans la nouvelle Galles méridionale, par M. Rümker. Depuis ce moment, elle a de nouveau été prédite et observée dans tous les principaux observatoires au Nord et au Sud de l'équateur, en 1825, 1828 et 1832. Son prochain retour aura lieu en 1835.

483. En comparant les intervalles entre les passages successifs au périhélie de cette comète, après avoir tenu compte de la manière la plus rigoureuse de toutes les perturbations dues à l'action des planètes, il s'est révélé un fait bien singulier: les périodes diminuent sans cesse, ou, ce qui revient au même, le grand diamètre de l'ellipse diminue lentement mais régulièrement, et par conséquent la moyenne distance au soleil. C'est là évidemment l'effet que produirait

la résistance d'un milieu éthéré très subtil dans les régions où se meut la comète; car une pareille résistance, en diminuant sa vitesse réelle, diminuerait aussi sa force centrifuge, et donnerait par conséquent au soleil plus de prise pour l'attirer à lui. Telle est, pour expliquer ce phénomène, la solution proposée par Encke, et généralement admise, et qui ne paraît pas susceptible d'en recevoir une autre. La comète finira donc probablement par tomber dans le soleil, à moins qu'elle ne se dissipe tout-à-fait auparavant, ce qui pourrait bien arriver, lorsqu'on considère la ténuité de sa substance, et ce qui semble justifier le fait observé qu'à chaque réapparition elle a perdu de son éclat.

484. L'autre comète de courte période récemment découverte, est celle de Biela, qu'un astronome de ce nom, de la ville de Josephstadt, a soumise le premier au calcul. Elle est identique avec les comètes qui parurent en 1789, 1796, etc., et décrit son ellipse passablement excentrique autour du soleil en 6 ans 3/4; et la dernière apparition ayant, selon la prédiction, eu lieu en 1832, c'est en 1838 qu'on la verra reparaître. Cette petite comète est insignifiante, sans queue, et n'offre rien qui indique un noyau solide. Son orbite, par une coïncidence remarquable, coupe presque celle de la terre; et si notre globe, lorsqu'elle se montra en 1832, avait occupé un mois plus tôt le point de son orbite où il se trouvait alors, il aurait traversé la comète; rencontre singulière, qui n'aurait peut-être pas été sans danger.

485. Les comètes, en passant près des planètes, sont violemment détournées de leurs courses, et dans quelques cas elles changent entièrement d'orbites. Jupiter joue un grand rôle à cet égard, et par une sorte de fatalité assez étrange, il semble être constamment sur leur chemin, et les menacer de destruction. La comète remarquable de 1770, que Lexell trouva décrire une assez grande ellipse dans l'espace d'environ 5 ans, et dont il fixa par conséquent le retour, trahit la prédiction de cet astronome, car elle alla se fourvoyer parmi les satellites de Jupiter, qui par son attraction la précipita hors de son orbite, et lui fit décrire une ellipse beaucoup plus grande. Cette rencontre extraordinaire *ne fit pas éprouver aux mouvemens des satellites le moindre dérangement appréciable*, preuve suffisante de la petitesse de la masse de la comète.

486. Il reste à dire quelques mots sur les dimensions réelles des comètes. Le calcul des diamètres de leurs têtes, et des longueurs et largeurs de leurs queues, ne présente pas la moindre difficulté, dès que les élémens de leurs orbites sont connus; car par ceux-ci nous connaissons leurs distances véritables à la terre à une époque quelconque, et la véritable direction de la queue que nous ne voyons qu'en raccourci. Or les calculs basés sur ces principes, nous conduisent au fait surprenant que les comètes sont sans comparaison les corps les plus volumineux de notre système. Voici les dimensions de quelques-unes de celles qui ont fait l'objet d'une pareille recherche.

487. Newton trouva que la queue de la grande comète de 1680, immédiatement après son passage au périhélie, n'avait pas moins de 20000000 de lieues de longueur, et qu'elle n'avait employé que deux jours à sortir ainsi formée du corps de la comète; preuve décisive qu'elle avait été lancée au dehors par quelque force active, dont le siége, à en juger par la direction de la queue, ne peut être que dans le soleil lui-même. Sa plus grande longueur alla jusqu'à 41000000 de lieues, quantité qui surpasse de beaucoup tout l'intervalle entre le soleil et la terre. La queue de la comète de 1769 s'étendait à 16000000 de lieues, et celle de la grande comète de 1811, à 36000000. La partie de la tête de cette dernière comprise dans l'enveloppe atmosphérique apparente qui la séparait de la queue était de 180000 lieues de diamètre. On a de la peine à concevoir que la matière une fois lancée à de si énormes distances, puisse jamais revenir à sa source par la faible attraction d'un corps tel qu'une comète; circonstance qui explique

décroissement progressif des queues de celles que l'on a fréquemment observées.

488. On a remarqué une circonstance singulière sur les dimensions variables de la comète de Encke; le diamètre réel de la nébulosité visible subit un raccourcissement rapide à mesure qu'elle s'approche, et une dilatation aussi prompte à mesure qu'elle s'éloigne de cet astre. M. Valz, qui, entre autres, avait remarqué ce fait, l'a expliqué en supposant une condensation de volume, due à la pression d'un milieu éthéré qui devient plus dense dans le voisinage du soleil. Il est très possible, cependant, que le changement ne provienne d'aucune expansion ou condensation réelle de volume (plus que n'en peut occasionner la convergence ou la divergence des diverses paraboles décrites par chacune de ses molécules en s'avançant vers un sommet commun, ou en s'en éloignant), mais qu'il indique plutôt la conversion alternative des matières évaporables des régions supérieures d'une atmosphère transparente en l'état de nuage visible et de gaz invisible par les seuls effets de la chaleur et du froid. Mais il est temps de quitter un sujet si mystérieux et qui se prête à des hypothèses infinies.

CHAPITRE XI.

Exposé du sujet.— Superposition des petits mouvemens.— Problème des trois corps.— Estimation des forces troublantes. — Mouvement des nœuds. — Changement d'inclinaison. — Compensation opérée dans une révolution complète du nœud. — Théorème de Lagrange sur la stabilité des inclinaisons. — Changement de l'obliquité de l'écliptique. — Précession des équinoxes. — Nutation. — Théorème sur les vibrations forcées. — Des marées. — Variation des élémens des orbites des planètes. — Variations périodiques et séculaires. — Forces troublantes considérées comme tangentielles et radiales — Effets de la force tangentielle, 1°. dans les orbites circulaires; 2°. dans celles elliptiques. — Compensations effectuées. — Cas de la commensurabilité approchée des mouvemens moyens. — La grande inégalité de Jupiter et de Saturne expliquée. — La longue inégalité de Vénus et de la Terre. — Variation lunaire. — Effets de la force radiale. — Effet moyen sur la période et les dimensions de l'orbite troublée. — Partie variable de son effet. — Evection lunaire. — Accélération séculaire du mouvement de la lune. Invariabilité des axes et des périodes. — Théorie des variations séculaires des excentricités et des périhélies. — Mouvement des apsides lunaires. — Théorème de Lagrange sur la stabilité des excentricités. — Nutation de l'orbite lunaire. — Perturbations des satellites de Jupiter.

489. Dans le cours de cet ouvrage, nous avons plus d'une fois appelé l'attention du lecteur sur l'existence des inégalités dans les mouvemens lunaires et planétaires, non comprises dans l'expression des lois de Kepler, mais qui leur servent en quelque sorte de supplément, et qui sont tellement délicates qu'elles exigent, pour être découvertes, des observations plus minutieuses, et une comparaison plus long-temps soutenue entre les faits et les théories que ne l'exigent la doctrine et la vérification de la théorie elliptique. Ces inégalités sont connues, dans l'astronomie physique, sous le nom de *perturbations*. Elles proviennent, dans le cas des planètes primaires, des gravitations mutuelles de ces planètes qui dérangent leurs mouvemens elliptiques autour du soleil; et dans celui des satellites, en partie des gravitations mutuelles des satellites du même système qui dérangent de la même manière leurs mouvemens elliptiques autour de leur primaire, et en partie de l'attraction inégale du soleil sur ces satellites et sur leur primaire. Ces perturbations, quoique petites, et, pour la plupart des cas, insensibles dans de courts intervalles de temps, n'en altèrent pas moins notablement les rapports elliptiques originaires (lorsqu'elles s'accumulent, comme cela

peut avoir lieu pour quelques-unes d'entre elles, dans le laps des siècles) jusqu'à mettre les mêmes élémens des orbites planétaires, qui, à une époque, représentaient parfaitement bien les mouvemens des planètes, en disproportion et en désaccord après de longs intervalles de temps.

490. Lorsque Newton chercha d'abord dans les traits généraux des mouvemens célestes la loi de la gravitation universelle que subit toute la matière, et en vertu de laquelle toutes les parties qui remplissent l'univers exercent une action réciproque, il n'ignorait pas quelles modifications seraient rendues nécessaires, en partant de ce point de vue général, pour les résultats à obtenir d'une application partielle et limitée de la même loi aux révolutions des planètes autour du soleil, et des satellites autour de leurs primaires, comme leurs *seuls* centres d'attraction. Bien loin de là, sa sagacité extraordinaire le mit en état de reconnaître bien distinctement, dans ce point de vue plus général de concevoir l'action de la puissance attractive, l'origine de plusieurs des plus importantes inégalités lunaires, et surtout le mouvement rétrograde des nœuds et la révolution directe des apsides de l'orbite de la lune. S'il n'a pas étendu ses investigations aux perturbations mutuelles des planètes, ce n'a pas été faute de s'apercevoir que ces perturbations *devaient* exister, et *pourraient* produire de grands dérangemens dans l'état actuel du système; mais l'astronomie pratique avait reçu encore trop peu de développement, et n'avait pas acquis la précision nécessaire pour que cette entreprise eût quelque chose d'attrayant et fût même possible. Ce que, toutefois, Newton a laissé à faire, ses successeurs l'ont accompli; et, aujourd'hui, il n'est pas une seule perturbation, grande ou petite, découverte par l'observation, dont on n'ait indiqué l'origine dans la gravitation mutuelle des parties de notre système, et que l'on n'ait expliquée minutieusement, en en donnant la valeur numérique d'après les calculs les plus rigoureux fondés sur les principes de ce grand géomètre.

491. Des calculs de cette nature exigent, pour leur succès, une analyse très élevée qu'il n'appartient nullement au plan de cet ouvrage d'exposer. Il importe au lecteur qui voudrait s'y livrer que des études préparatoires bien soutenues lui en aplanissent les voies, mais nous ne pouvons nous abandonner à des digressions pour les indiquer. Nous nous proposons toutefois dans ce chapitre de donner un aperçu général sur la nature et la manière d'opérer des forces actives, et de signaler les circonstances qui, dans quelques cas, leur donnent un haut degré d'efficacité; tandis que, dans d'autres, avec non moins d'intensité, la force qu'elles ont de produire des changemens considérables et de durée, se compense ou se détruit. Nous nous attacherons aussi à expliquer la nature de ces admirables résultats qui concernent la stabilité de notre système, auxquels ont été conduits les géomètres dans les recherches qu'ils ont faites, et qui, sous la forme de théorèmes mathématiques remarquables par leur beauté, leur simplicité et leur élégance, renferment l'histoire de l'état passé et futur des orbites planétaires dans la suite des siècles; et cette histoire ne nous offre ni commencement ni fin.

492. S'il n'y avait d'autres corps dans l'univers que le soleil et une planète, celle-ci décrirait une ellipse exacte autour du premier (ou tous les deux en décriraient une autour de leur centre commun de gravité), et continuerait à opérer ses révolutions dans une seule et même orbite indéfiniment. Mais du moment que nous ajoutons à notre combinaison un troisième corps, l'attraction de celui-ci fera dévier les deux premiers de leurs orbites mutuelles, et, en agissant sur eux inégalement, troublera leurs rapports mutuels, et détruira l'exactitude rigoureuse et mathématique de leurs mouvemens elliptiques, soit autour l'un de l'autre, ou autour d'un point fixe dans l'espace. D'après cette manière de présenter le sujet, nous voyons que ce n'est pas l'attraction entière

du corps nouvellement introduit qui produit la perturbation, mais *la différence* de ses attractions sur les deux d'abord présens.

493. Comparées au soleil, toutes les planètes sont d'une petitesse extrême. La masse de Jupiter, la plus grande d'entre elles, n'est que la 1300e. partie de celle du soleil. Leurs attractions réciproques sont donc très faibles auprès de la puissance centrale qui les préside, et les effets de leurs forces troublantes proportionnellement très petits. Dans le cas des planètes secondaires, l'agent principal par lequel leurs mouvemens sont dérangés est le soleil lui même, dont la masse est à la vérité considérable, mais dont l'action troublante est immensément diminuée par la grande proximité de leurs primaires, en comparaison de leurs distances au soleil, ce qui rend la *différence* des attractions exercées sur la planète primaire et sur le satellite extrêmement petite, auprès de ces attractions réunies. Dans ce cas, la plus grande partie de l'attraction du soleil, savoir, celle qui est commune à l'une et à l'autre, s'exerce pour retenir, tant la primaire que la secondaire, dans leur orbite commune autour de lui-même, et les empêche de se séparer. Le petit excédent de force n'agit que comme force troublante. La valeur moyenne de cet excédent, pour le cas où la lune est troublée par le soleil, ne se monte, d'après le calcul de Newton, qu'à une fraction qui ne surpasse pas 1/638000 de gravité à la surface de la terre, ou 1/179 de la force principale qui retient la lune dans son orbite.

494. D'après cette très faible intensité des forces troublantes, comparée aux forces principales, et la petitesse qui résulte de leurs effets *momentanés*, nous pouvons estimer chacun de ces effets séparément, comme si les autres n'avaient pas lieu, sans crainte d'entacher d'erreur nos résultats au-delà des limites nécessairement inséparables d'une première approximation. C'est un principe en mécanique qui découle immédiatement des relations primaires entre les forces et les mouvemens qu'elles produisent, que lorsqu'un certain nombre de forces très petites agissent à la fois sur un système, leur effet réuni est la somme ou l'assemblage de leurs effets séparés, du moins autant que la relation originaire des parties du système n'aura pas été sensiblement changée par leur action. Ces effets qui viennent influencer les grands mouvemens dus à l'action des forces primaires, peuvent être comparés aux petites ondulations causées par mille brises diverses sur le renflement large et régulier d'un Océan profond en mouvement, qui courent comme sur une surface plane, et se traversent dans tous les sens, sans se heurter, comme si chacune d'elles existait seule. C'est seulement lorsque leurs effets s'accumulent dans le laps du temps de manière à altérer les relations primaires ou les données du système, qu'il devient nécessaire de porter une attention spéciale sur les changemens correspondans introduits dans l'estimation de leur action momentanée, action qui modifie les changemens subséquens, et donne naissance à des périodes ou cycles d'une immense longueur. De cette considération dérivent quelques-unes des théories les plus curieuses de l'astronomie physique.

495. Il est donc évident qu'en estimant l'action perturbatrice de plusieurs corps qui forment un système, l'un desquels a une prépondérance remarquable sur tous les autres, nous n'avons pas à nous embarrasser des combinaisons des forces troublantes entre elles, à moins qu'il ne s'agisse de périodes immensément longues, par exemple de celles qui se composent de plusieurs milliers de révolutions des corps en question autour de leur centre commun. En effet, sous ce point de vue, le problème de la recherche des perturbations d'un système, quel que soit le nombre de membres dont ce système se compose, tel, par exemple, que le nôtre, se ramène à celui de *système des trois corps*, savoir : *le corps prédominant central, le corps troublant et le corps troublé*. Les deux derniers peuvent échanger leurs dénominations, selon que les mouvemens de l'un ou de l'autre sont l'objet de nos recherches.

496. L'intensité de la force troublante varie continuellement, selon la situation relative du corps troublant et du corps troublé à l'égard du soleil. Si l'attraction du corps troublant M sur le corps central S et le corps troublé P (indications par lesquelles, pour abréger, nous les désignerons désormais) était égale, et agissait en lignes parallèles, quelle que fût d'ailleurs sa loi de variation, il n'y aurait lieu à aucune déviation dans le mouvement elliptique de P autour de S, ou de l'un autour de l'autre. Le cas serait identiquement celui de l'article 385, l'attraction de M, ainsi circonstanciée, étant à chaque instant exactement analogue dans ses effets à la gravité terrestre, qui agit en lignes parallèles, et a la même *intensité d'action* sur tous les corps, grands et petits. Mais ce n'est point ici le cas de la nature. Tout ce qui est dit dans l'article postérieur à celui que nous venons de citer, de l'effet de la perturbation exercée par le soleil et la lune, est, moyennant les modifications que comporte le cas, applicable à toutes les circonstances de perturbation; et il nous importe maintenant de traiter avec quelques détails les principaux articles du sujet que l'on s'était borné à indiquer.

497. Nous commencerons par cette partie de la force troublante qui tend à faire sortir le corps troublé du plan dans lequel se décrirait son orbite, si ce corps n'était pas troublé, et qui, par là, lui fait décrire une courbe dans laquelle on ne voit pas dans le même plan deux portions adjacentes, ou, comme on l'appelle en géométrie, *une courbe à double courbure.* Soit APN (fig. 66) l'orbite que P décrirait autour de S s'il n'était pas troublé, supposons qu'il arrive en P, à un moment donné, et que l'instant suivant il décrive, sans perturbation, l'arc P*p* qui, prolongé dans la direction de sa tangente P*p*R, coupera le plan de l'orbite ML du corps troublant en quelque point R de la ligne des nœuds SL. Ce serait là le cas si M n'exerçait pas une action troublante. Mais admettons cette action; alors puisque ce corps attire à la fois S et P vers lui, dans des directions qui ne coïncident pas avec le plan de l'orbite de P, il les fera, dans l'instant suivant, quitter tous deux ce plan, mais *inégalement:* 1°. parce qu'il ne les attire pas l'un et l'autre suivant des lignes parallèles, car les droites MS, MP ne le sont pas; 2°. parce que, étant inégalement éloignés du corps M, celui-ci les attire inégalement, en vertu de la loi générale de la gravitation. Or, c'est par la différence des mouvemens ainsi produits que l'orbite relative de P autour de S est changée; ensorte que, si nous continuons à rapporter son mouvement à S comme centre fixe, la partie perturbatrice de l'impulsion qu'il reçoit de M le sollicitera à dévier du plan PSN, et à décrire l'instant suivant, non l'arc P*p*, mais un arc P*q*, situé au-dessus ou au-dessous de P*p* suivant la prépondérance des forces avec lesquelles M sollicite P et S.

498. La force perturbatrice agit dans le plan du triangle SPM, et l'on peut la considérer comme se décomposant en deux, dont l'une sollicite P vers S ou loin de S, ou selon la ligne SP, et, par conséquent, augmente ou diminue, en tant qu'elle est effective, l'attraction directe de S ou de P; l'autre selon une ligne PK, parallèle à SM, et qui peut être regardée, soit comme *tirant* P dans la direction PK, soit comme le poussant en sens contraire, bien entendu que ces termes n'ont qu'un sens relatif en supposant de la fixité au point S, et transportant au point P toute la force perturbatrice. La première de ces forces, agissant toujours dans le plan du mouvement de P, ne peut tendre à le solliciter hors de ce plan; la dernière seule agit dans ce sens, mais non en totalité, et pour déterminer jusqu'à quel point il faudrait une nouvelle décomposition de forces. Mais nous ne nous occuperons pas de cela, l'objet que nous nous proposons ici n'étant que d'expliquer la *manière* dont le mouvement des nœuds prend naissance, et non d'en estimer la quantité.

499. Dans la situation, ou *configuration*, comme on l'appelle, représentée dans

la figure, la force, dans la direction PK, est une force de compression; et comme PK, étant parallèle à SM, se trouve *au-dessous* du plan de l'orbite de P (en regardant celui de l'orbite de M comme plan *fondamental*), il est clair qne l'arc troublé Pq, décrit l'instant suivant par P, doit se trouver *au-dessous* de Pp. Prolongé, par conséquent, jusqu'à l'intersection du plan de l'orbite de M, il le rencontrera en un point r situé en *arrière* de R; et la ligne Sr, qui sera la ligne d'intersection du plan SPq, ou sa nouvelle ligne des nœuds, tombera *en arrière de* SR, ligne non troublée des nœuds; c'est-à-dire que la ligne des nœuds aura *rétrogradé* de l'angle RSr, les mouvemens de P et de M étant regardés comme directs.

500. Supposons maintenant que M soit à gauche de la ligne des nœuds au lieu d'être à droite, P conservant sa situation : la force perturbatrice, dans la direction PK, tendra à soulever P de son orbite, à jeter Pq *au-dessus* de Pp, et r en avance de R. Dans cette configuration, le nœud *avancera;* mais aussitôt que P aura dépassé le nœud, et qu'il sera arrivé au-dessous de l'orbite de M, quoique la même disposition des forces subsiste, et que PQ continue, en conséquence, à se trouver au-dessus de Pp, le petit arc Pq devra, dans ce cas, être *prolongé en sens inverse* pour lui faire rencontrer notre *plan fondamental*, et, ainsi prolongé, il se trouvera *au-dessous* dn prolongement semblable de Pp, en sorte que, dans ce cas encore, le nœud rétrogradera.

501. Nous voyons donc que l'effet de la force perturbatrice, dans les différentes configurations que les corps P et M peuvent prendre à l'égard du nœud, est de tenir la ligne des nœuds dans un état oscillatoire continuel de va et vient; et c'est selon l'excès des circonstances favorables à l'avance ou au retard, dans une moyenne de toutes les configurations possibles, que le nœud aura avancé ou rétrogradé.

502. Si l'orbite de M est extrêmement grande auprès de celle de P, au point que MP puisse, sans erreur sensible, être regardée comme parallèle à MS, ce qui a lieu pour l'orbite de la lune troublée par le soleil, il ne sera pas difficile de voir, d'après l'examen de toutes les variétés possibles dans les configurations, et en mettant en ligne de compte la direction de la force perturbatrice, que pendant chaque révolution complète de P, les cas favorables à un mouvement rétrograde du nœud l'emportent sur ceux d'une tendance contraire, la rétrogradation s'opérant sur une plus grande étendue de l'orbite totale, et étant en même temps plus rapide, en raison d'une action plus intense et plus favorable. Il suit de là que, *tout considéré*, les nœuds de l'orbite de la lune, pendant chaque révolution de celle-ci autour de la terre, *rétrogradent* sur l'écliptique, comme le prouve l'observation, avec une vitesse variable d'une lune à l'autre. La quantité de cette rétrogradation, calculée, comme on peut le faire, par une exacte appréciation de toutes les forces actives, se trouve identiquement d'accord avec celle immédiatement déduite des faits observés, en sorte qu'il ne peut exister aucun doute que ce ne soit là le véritable principe qui produit un effet aussi remarquable.

503. Théoriquement parlant, nous ne pouvons donner l'évaluation rigoureuse de la rétrogradation du nœud de l'orbite de la lune sur le plan de l'écliptique, en ne considérant que la perturbation de l'un de ces plans. C'est un phénomène composé; l'un et l'autre plan sont en mouvement à l'égard de ce qu'on pourrait appeler *écliptique imaginaire* fixe; et, pour obtenir l'effet composé, nous devons aussi regarder la terre comme troublée, dans son orbite relative autour du soleil, par la lune. Mais, attendu l'excessive distance du soleil, l'attraction de la lune *sur cet astre* est presque nulle, auprès de celle qu'elle exerce sur la terre; en sorte que, dans ce cas, l'action *perturbatrice*, qui est la différence des attractions de la lune sur le soleil et sur la terre, est égale à l'attraction entière de la lune sur

notre globe. L'effet de cette attraction est de produire un déplacement mensuel du centre de chaque côté de l'écliptique, déplacement dont il est aisé de calculer la valeur totale, en regardant leur centre commun de gravité comme placé nécessairement dans le plan de l'écliptique. On voit par là que le déplacement en question ne peut excéder, dans sa valeur *totale*, une petite fraction du rayon de la terre, et, par conséquent, que sa variation momentanée, d'où dépend le mouvement du nœud de l'écliptique sur l'orbite de la lune, doit être tout-à-fait insensible.

504. Il en est autrement de l'action mutuelle des planètes. Dans ce cas, les orbites, tant de la planète troublée que de la planète troublante, doivent être regardées comme en mouvement. On peut, en suivant rigoureusement les principes ci-dessus, faire voir que l'effet de l'attraction de chaque planète sur l'orbite de l'autre, est de produire la rétrogradation du nœud dans certaines configurations, et une avance dans d'autres, ce qui se résoud toujours, comme pour le cas de la lune, en une rétrogradation définitive régulière du nœud de chaque orbite sur l'orbite de l'autre planète, en prenant la moyenne de plusieurs révolutions. Mais puisque c'est ainsi que l'on peut combiner les planètes deux à deux, le mouvement définitif qui résulte de leur action simultanée sur chaque orbite, en mettant en ligne de compte les différentes situations de tous leurs plans, devient un phénomène singulier et compliqué, dont il n'est guère facile de trouver l'expression dans le langage ordinaire, quoi qu'on puisse le soumettre à un exposé numérique rigoureux, et que ce ne soit que le pur résultat géométrique de ce qui a été dit ci-dessus.

505. Les nœuds de toutes les orbites planétaires sur l'écliptique *véritable* sont donc rétrogrades, quoique (et c'est ici une circonstance très importante) il n'en fût plus ainsi dans le cas d'un plan fixe, tel que nous pouvons le concevoir exister dans le système planétaire, et de manière que ce plan servît de terme de comparaison, et fût à l'abri de leurs perturbations mutuelles. Toutefois, vu la station où nous sommes placés dans le système, c'est à l'écliptique que nous devons rapporter leurs mouvemens; et si nous voulions créer en idée un plan fixe, il deviendrait nécessaire de tenir compte de la variation de l'écliptique même, produite par l'action de toutes les planètes réunies.

506. Vu la petitesse des masses des planètes, et leurs grandes distances entre elles, les révolutions de leurs nœuds sont excessivement lentes, toujours au-dessous d'un degré par siècle, et dans la plupart des cas au-dessous d'un demi-degré. Quant à la condition physique de chaque planète, il est évident que la position de ses nœuds ne peut avoir qu'une faible importance. Il en est autrement des inclinaisons mutuelles de leurs orbites entre elles, et par rapport à l'équateur de chaque planète. Une variation dans la position de l'écliptique, par exemple, par laquelle son pôle changerait de distance à celui de l'équateur, troublerait nos saisons. Ainsi, si le plan de l'orbite de la terre pouvait jamais changer jusqu'à tomber en coïncidence avec l'équateur, nous aurions un printemps éternel sur tout notre globe ; et, d'autre part, s'il coïncidait avec un méridien, les extrêmes de l'été et de l'hiver deviendraient insupportables. La recherche des variations d'inclinaison des orbites planétaires *entre elles* est donc d'un beaucoup plus haut intérêt dans la pratique que celle de leurs nœuds.

507. Il est évident (fig. 66) que le plan SPq, dans lequel le corps troublé se meut pendant un instant à partir du point P, n'a pas la même inclinaison sur le plan de l'orbite de M, ou sur un plan fixe, que le plan primitif PSpR, ou le plan non troublé. La différence de position absolue de ces deux plans dans l'espace est l'angle que font les plans PSR et PSr, et l'on peut, par conséquent, le calculer par la trigonométrie sphérique, quand on connaît l'angle RSr, ou la rétrogradation momentanée du nœud, ainsi que l'inclinaison primitive des plans des orbites

de P et de M. Nous voyons donc qu'il existe une relation intime entre le changement momentané d'inclinaison et la rétrogradation momentanée du nœud, et que la recherche de l'un est dans le fait liée à celle de l'autre. Ceci deviendra peut-être plus clair en considérant l'orbite de M, non comme une ligne imaginaire, mais comme un cerceau circulaire ou elliptique réel de quelque matière dure, privée d'inertie, sur lequel, comme sur un fil de fer, le corps P peut glisser en guise de perle. Il est évident que la position de ce cerceau sera déterminée à chaque instant par son inclinaison au plan fondamental auquel elle est rapportée, et par le lieu de son intersection avec ce plan. Elle sera aussi déterminée par la direction momentanée du mouvement de P, qui, n'ayant pas d'inertie) doit obéir; et tout changement par lequel P, l'instant suivant, altérerait son orbite, équivaudrait au déplacement matériel du cerceau entier, en changeant simultanément son inclinaison et ses nœuds.

508. La conséquence immédiate de ce qui a été indiqué ci-dessus, est que, lorsque les orbites, comme dans le cas du système planétaire et de la lune, sont légèrement inclinées entre elles, les variations momentanées de l'inclinaison sont d'un ordre de beaucoup inférieur en grandeur aux variations qui arrivent au point du nœud. C'est ce que rend évident une simple inspection de la même figure 66, l'angle RPr étant, à cause de la petite inclinaison des plans SPR et RSr, nécessairement beaucoup plus petit que l'angle RSr. Plus les plans des orbites approcheront de la coïncidence, moins il faudra de mouvement angulaire à Pp autour de PS comme axe pour produire une grande variation dans la situation du point r, où Pp prolongé coupe le plan fondamental.

509. Pour passer des changemens momentanés qui ont lieu dans les relations de la nature avec les effets accumulés produits dans des laps considérables de temps par l'action continue des mêmes causes dans des circonstances variées, il faut recourir au calcul intégral. Sans employer, toutefois, les ressources qu'il nous offre, il nous sera aisé de découvrir, par un petit nombre d'exemples, l'influence variable des différences de positions du corps troublant et du corps troublé à l'égard l'un de l'autre et à l'égard du nœud, et, d'après cette base, de démontrer les deux points dominans dans cette théorie, la nature périodique du changement et du rétablissement des inclinaisons originaires, et les étroites limites dans lesquelles ces changemens sont renfermés.

510. Premier cas. — *Lorsque le corps troublant M (fig. 67) est situé dans une direction perpendiculaire à la ligne des nœuds ou que les nœuds sont en* QUADRATURE *par rapport à lui*, M étant le corps troublant, et HN la ligne des nœuds, la force perturbatrice agira en P dans la direction PK; ce sera une force *attirante* lorsque P se trouvera en un point de la demi-circonférence HAN, et une force repoussante quand ce corps sera un point quelconque de toute la demi-circonférence opposée. L'on peut voir facilement que cette force est à son maximum en A et en B, et qu'elle s'évanouit en H et en N. Ainsi, dans tout le demi cercle HAN, la ligne Pq sera au-dessous de Pp; et si l'on prolonge cette ligne en arrière dans le quadrant HA, et en avant dans AN, elle rencontrera le cercle SbNa dans le plan de l'orbite de M, en des points situés en arrière de la ligne des nœuds SN, les nœuds étant retrogrades dans l'un et l'autre cas. Mais la nouvelle inclinaison de l'orbite troublée est, dans le premier cas, l'angle Pxa, qui est moindre que PHa; et dans le dernier, Pya, angle plus grand que PNa. Dans l'autre demi-cercle, la direction de la force troublante est changée; mais celle du mouvement, à l'égard du plan de l'orbite de M, étant aussi dans chaque quadrant renversée, il y aura lieu aux mêmes variations de nœud et d'inclinaison. Dans cette situation de M, les nœuds retrogradent à chaque partie de la révolution de P, mais l'inclinaison diminue dans le quadrant HA, augmente de nouveau par les mêmes degrés identiques dans le quadrant AN, décroît dans le quadrant

NB, et est finalement rétablie à son ancienne valeur en H. Pour une révolution moyenne de P, en supposant M immobile, les nœuds auront rétrogradé avec leur plus grande célérité, mais l'inclinaison restera invariable.

511. Deuxième cas. — Supposons (fig. 68) que le corps troublant soit maintenant fixe sur la ligne des nœuds, ou que les nœuds soient en syzygie. Dans cette situation, la direction de la force troublante, toujours parallèle à SM, se trouve constamment dans le plan de l'orbite de P, et ne produit par conséquent, ni variation d'inclinaison, ni mouvement des nœuds.

512. Troisième cas. — Prenons maintenant (fig. 69) une situation intermédiaire de M, et qui indique par les flèches les directions des forces perturbatrices (qui sont *attirantes* dans toute la demi-orbite située du côté de M, et *repoussantes* dans celle opposée), on verra facilement que le raisonnement de l'article 510 subsistera pour toute cette partie de l'orbite, qui est située entre T et N, et entre V et H, mais que l'effet sera renversé par la direction contraire du mouvement à l'égard du plan de l'orbite de M, dans les intervalles HT et NV. Dans ces parties, cependant, la force troublante est plus faible que dans les autres, car elle s'évanouit dans la *ligne des quadratures* TV, et s'accroît jusqu'à son maximum dans celle des *syzygies ab*. Les nœuds rétrograderont alors rapidement dans les premiers intervalles, et s'avanceront faiblement dans les derniers; mais puisque, à mesure que H approche de *a*, la force troublante, en agissant obliquement sur le plan de l'orbite de P, diminue de nouveau d'intensité, les nœuds pour une révolution moyenne, rétrograderont encore. D'autre part, l'inclinaison diminuera maintenant pendant le mouvement de P de *t* en *c*, point éloigné de 90° du nœud, tandis qu'elle augmentera, non seulement pendant tout son mouvement sur le quadrant *c*N, mais aussi dans le reste de sa demi révolution N*v*, et de la même manière pour l'autre moitié. Il y aura par conséquent, pour cette position de M, une augmentation d'inclinaison non composée sur une révolution moyenne.

513. Mais cet accroissement est converti en diminution lorsque la ligne des nœuds se trouve de l'autre côté de SM, ou dans les quadrans V*b*, T*a*; et en regardant encore M comme fixe, et supposant que le changement des circonstances ne vient pas du mouvement de M, mais de celui du nœud, il est évident qu'aussitôt que la ligne des nœuds, dans son mouvement rétrograde, aura dépassé *a*, les circonstances seront toutes exactement renversées, et l'inclinaison augmentera de nouveau à chaque révolution, suivant les mêmes degrés, dans un sens inverse à celui selon lequel elle avait diminué précédemment. Après UNE RÉVOLUTION COMPLÈTE DU NŒUD, l'inclinaison sera donc rétablie en son état primitif. En effet, dès qu'il ne s'agit que du résultat moyen de l'inclinaison, au lieu de supposer au corps M une seule position fixe, nous pouvons le concevoir à chaque instant partagé en quatre parties égales, placées à angles égaux de chaque côté de la ligne des nœuds, auquel cas il est évident que l'effet de deux des parties serait précisément de détruire celui des deux autres à chaque révolution de P.

514. Dans ce qui précède, nous avons supposé le corps M en repos; mais nous l'aurions supposé en mouvement, que les conséquences n'en auraient pas été différentes, quant aux résultats moyens et définitifs : car, dans le cours d'une révolution des nœuds, révolution qui, vu l'extrême petitesse de leur mouvement, ne s'accomplit, s'il s'agit des planètes, que dans un laps de temps immense, dont la longueur n'est pas moindre, pour la plupart des cas, de plusieurs centaines de siècles, et, s'il s'agit de celui de la lune, de 237 lunaisons, le corps troublant M se présente sans cesse, en vertu de son mouvement propre dans toutes les variétés de situation, à la ligne des nœuds. Avant que le nœud puisse avoir changé sensiblement de position, M a opéré une révolution complète, et a regagné son point de départ; en sorte qu'au fond (à cette légère différence près due à

la rétrogradation du nœud dans une révolution synodique de M) nous pouvons le regarder comme occupant à chaque instant tous les points de son orbite, ou plutôt comme ayant sa masse distribuée uniformément en guise d'anneau solide sur sa circonférence entière. Ainsi, la compensation qui, comme nous l'avons fait voir, aurait lieu dans une révolution complète du nœud, se fait réellement à chaque période synodique de M, abstraction faite de cette légère différence dont nous venons de signaler la cause. Cette différence, et *non la totalité* de l'action troublante de M, est donc ce qui produit la variation effective des inclinaisons, soit de l'orbite de la lune, soit de celles des planètes : le mouvement de M ne la détruit pas, mais elle est à son tour compensée par celui du nœud pendant sa révolution entière.

515. Il est clair, par conséquent, que la variation totale des inclinaisons planétaires doit être comprise dans des limites fort étroites. Aussi les géomètres ont-ils démontré, par une analyse rigoureuse de toutes les circonstances et une estimation exacte des forces actives, que tel est le cas; et voilà ce que l'on entend par *stabilité du système planétaire, quant aux inclinaisons mutuelles de ses orbites*. Les recherches de Lagrange (fondées sur un procédé analytique dont nous ne pouvons donner ici une idée) l'ont fait arriver à la démonstration de l'élégant théorème ainsi conçu :

Si la masse de chaque planète est multipliée par la racine carrée du grand axe de son orbite, et le produit par le carré de la tangente de son inclinaison à un plan fixe, la somme de tous ces produits sera constamment la même sous l'influence de leurs attractions mutuelles. En prenant pour plan fixe celui dans lequel se trouve actuellement l'écliptique (car ce plan lui-même est variable, comme les autres orbites), on trouve que cette somme est réellement très petite : il faut, par conséquent, qu'elle le reste toujours. Ce théorème remarquable garantirait donc seulement la stabilité des orbites des grandes planètes; mais d'après ce que l'on a fait voir ci-dessus de la tendance de chaque planète à opérer une compensation sur chacune des autres, il est évident que les petites ne sont pas exclues de cet heureux arrangement.

516. Au reste, il est hors de doute que le plan de l'écliptique varie réellement par les actions des planètes. La quantité de cette variation est d'environ 48″ par siècle, et elle a été reconnue depuis long-temps par les astronomes, d'après l'accroissement des latitudes de toutes les étoiles qui occupent certains points du ciel, et leur diminution dans les régions opposées. Son effet est de faire approcher annuellement de cette quantité la coïncidence de l'écliptique avec l'équateur; mais, d'après ce que nous avons vu ci-dessus, cette diminution de l'obliquité de l'écliptique s'arrêtera à de certaines bornes assez étroites, après quoi (bien que dans une immense révolution de siècles, ou cycle composé résultant de l'action de toutes les planètes réunies) cette obliquité augmentera de nouveau, et oscillera ainsi en arrière et en avant autour d'une position moyenne, la déviation de part et d'autre ne pouvant aller à 1° 21′.

517. Un des effets de cette variation du plan de l'écliptique, celui qui en fait changer les nœuds sur un plan fixe, se trouve combiné avec la précession des équinoxes (art. 261), et on ne peut l'en distinguer qu'en théorie. Ce dernier phénomène est, toutefois, dû à une autre cause, analogue, il est vrai, sous un point de vue général, à celles envisagées ci-dessus, mais singulièrement modifiée par les circonstances sous lesquelles elle se produit. Nous tâcherons de faire comprendre ces modifications, autant qu'il est permis d'arriver à ce résultat sans le secours des formules analytiques.

518. La précession des équinoxes, comme nous l'avons fait voir à l'art. 266, consiste en une rétrogradation continuelle du nœud de l'équateur de la terre sur l'écliptique, et offre par conséquent une grande analogie avec le phénomène

général de la rétrogradation des nœuds des orbites entre elles. L'immense distance des planètes, toutefois, comparée à la grandeur de la terre, et la petitesse de leurs masses relativement à celle du soleil, ne permettent pas d'y chercher l'explication dont il s'agit. Nous devons plutôt nous attacher à la trouver dans l'énormité de la masse du soleil, malgré le grand éloignement de cet astre, et dans la proximité de la lune, nonobstant la petitesse de son volume. Ainsi, on la trouvera dans l'action exercée par ces deux corps sur le renflement de l'équateur terrestre opéré par l'accumulation de la matière qui unit la figure de notre globe sphéroïdal, conjointement avec sa rotation sur son axe. C'est à la sagacité de Newton que nous devons la découverte de ce singulier mode d'influence.

519. Supposons que dans nos figures 67, 68 et 69, au lieu d'un seul corps P, tournant autour de S, il y eût une succession de particules non cohérentes, mais formant une espèce d'anneau fluide, susceptible de changer de forme par l'action d'une force quelconque. Pendant que cet anneau tournerait autour de S dans son propre plan, sous l'influence perturbatrice du corps éloigné M (qui maintenant représente la lune ou le soleil, comme P représente une des particules de l'équateur de la terre), deux choses arriveraient : 1°. sa figure passerait de la forme plane à une courbe ondulée, celles de ses parties situées entre les arcs *ve* et *td* (fig. 69) stant devenues plus inclinées au plan de l'orbite de M, celles entre les arcs *ct*, *dv*, moins qu'elles ne le seraient autrement ; 2°. les nœuds de cet anneau regardé comme un tout, sans égard à son changement de figure, rétrograderaient sur ce plan.

520. Mais si cet anneau, au lieu de se composer de molécules distinctes et libres dans leurs mouvemens, était dur et incapable de fléchir, comme le *cerceau* que nous avons supposé à l'article 507, il est évident que l'effort de celles de ses parties qui tendent à devenir plus inclinées agira au moyen de l'anneau lui-même (comme un instrument mécanique ou levier) pour contrarier l'effort de celles qui ont *au même instant* une tendance contraire. Ainsi l'inclinaison ne changera qu'autant qu'il y aura un excès d'un côté ou de l'autre, la compensation s'établissant à chaque époque du mouvement de l'anneau; précisément de la même manière que l'on a vu la chose se passer, en parlant des inclinaisons, à chaque révolution complète d'un corps unique troublé sous l'influence d'un seul corps troublant fixe.

521. Toutefois, les nœuds de l'anneau rétrograderont, la tendance générale ou moyenne des nœuds de chaque molécule le voulant ainsi. Ici, comme dans l'autre cas, il s'établira une lutte entre les efforts contraires des molécules disposées dans un sens opposé, et cette lutte se propagera dans toute la substance solide de l'anneau; en sorte que, à chaque instant, il y aura une compensation qui étant identique dans sa nature avec celle effectuée dans la complète révolution d'un seul corps troublé sera dans tous les cas favorable à la rétrogradation du nœud, à moins seulement que le corps troublant, le soleil ou la lune, ne soit situé dans le plan de l'équateur.

522. Ce raisonnement est tout-à-fait indépendant de la cause qui maintient la rotation de l'anneau, soit que les particules soient de petits satellites retenus dans des orbites circulaires par l'action équilibrée des forces attractives et centrifuges, ou que ce soient de petites masses attachées aux extrémitées d'une suite de rayons imaginaires tels que ceux d'une petite roue, se réunissant au point S comme centre, et n'ayant que la liberté de changer leurs plans de rotation par suite du mouvement de ceux de ces rayons qui sont perpendiculaires au plan de la roue. Cela ne produit aucune différence dans l'effet *général*, quoique les diverses vitesses de rotation, qui peuvent être imprimées à un pareil système, doivent avoir une très grande influence sur les grandeurs absolue et relative des deux effets en question, le mouvement des nœuds et le changement d'inclinaison.

On sentira très bien ceci si nous supposons l'anneau *dépourvu* de tout mouvement rotatoire, cas auquel il est visible qu'aussi long-temps que M resterait fixe, il n'y aurait lieu à aucune rétrogradation des nœuds, mais seulement à une tendance du plan de l'anneau à tourner autour d'un diamètre perpendiculaire à SM.

523. Le mouvement d'un anneau, tel que celui que nous avons considéré, imiterait donc la précession des équinoxes, à cela près que ses nœuds rétrograderaient beaucoup plus rapidement que la précession observée, qui est excessivement lente. Concevons maintenant que cet anneau soit chargé d'une masse sphérique énormément plus pesante que l'anneau même, placé concentriquement dans son intérieur, et y adhérant fortement, mais sans prendre presque aucune part à ce mouvement; et supposons, d'ailleurs, qu'au lieu d'un anneau seul il y en eût une grande quantité entassés ensemble autour de l'équateur d'un pareil globe, de manière à former une protubérance elliptique, qui l'enveloperait comme une coque de tous côtés, mais dont la masse, prise dans son ensemble, ne formerait qu'une très petite fraction de tout le sphéroïde. Nous avons maintenant devant nous une représentation assez exacte du cas de la nature; et il est évident que les anneaux, ayant à entraîner dans leur révolution nodale cette grande masse inerte, la vitesse de leur rétrogradation se trouvera proportionnellement ralentie. Il est donc aisé de concevoir comment un mouvement, semblable à la précession des équinoxes, et, comme cette précession, caractérisé par une extrême lenteur, peut naître des causes mises en action.

524. Or la rétrogradation du nœud de l'équateur terrestre, sur un plan donné, correspond à un mouvement conique de son axe autour d'une perpendiculaire à ce plan. Mais dans le cas qui nous occupe, ce plan n'est pas l'écliptique, mais l'orbite de la lune; et l'on peut se demander comment nous pouvons concilier ceci avec ce qui a été dit à l'article 266 sur la nature du mouvement en question. A cela nous répondons que les nœuds de l'orbite lunaire étant dans un état de rétrogradation continuelle et rapide, tandis que son inclinaison se maintient presque invariable, le point dans la sphère des cieux autour duquel tourne le pôle de l'axe de la terre (avec cette extrème lenteur caractéristique de la précession) est lui-même dans un état de circulation continuelle autour du pôle de l'écliptique avec ce mouvement beaucoup plus rapide qui appartient aux nœuds lunaires. Il suffit, pour comprendre cela, de jeter les yeux sur la figure 70. P est le pôle de l'écliptique, A le pôle de l'orbite de la lune, qui décrit le petit cercle ABCD dans dix-neuf ans, *a* le pôle de l'équateur terrestre dont la vitesse en chaque instant suit une *direction* perpendiculaire à la position variable A*a*, et varie elle-même suivant l'intensité des forces perturbatrices pendant la période des nœuds. Cette vitesse, toutefois, étant extrêmement petite, lorsque A sera arrivé en B, C, D, E, la ligne A*a* aura pris les positions B*b*, C*c*, D*d*, E*e*, et le pôle de la terre *a* sera ainsi, dans une révolution tropique du nœud, parvenu en *e* après avoir décrit, non un arc exactement circulaire, mais une simple courbe ondulée ou épicycloïdale *abcde* avec une vitesse alternativement plus grande et plus petite que son mouvement moyen, et cela se répètera à chaque révolution successive des nœuds

525 Or c'est bien là cette espèce de mouvement, comme nous l'avons vu à l'article 72, qu'a le pôle de l'équateur de la terre autour du pôle de l'écliptique, en conséquence des effets réunis de la précession et de la nutation, qui sont ainsi représentés uranographiquement. Si nous ajoutons à l'effet de la précession lunaire celui de la précession solaire, qui se borne à faire décrire uniformément au pôle un cercle autour de P, cela n'affectera que les ondulations de notre courbe, en les allongeant sans leur donner de l'expansion, ni faire varier la distance de l'axe de la terre au pôle de l'écliptique. Ainsi nous voyons que les deux phénomènes de la nutation et de la précession sont intimément liés, ou

plutôt que l'un et l'autre sont des parties essentiellement constitutives d'un seul et même phénomène. Nous regardons presque comme superflu d'établir qu'une analyse rigoureuse de ce grand problème, par une estimation exacte de toutes les forces agissantes, par la sommation de leurs effets dynamiques, conduit à la valeur précise des coefficiens de la précession et de la nutation, que l'observation leur assigne. Les portions solaire et lunaire de la précession des équinoxes, en prenant une moyenne pour les rendre uniformes, sont entre elles dans la proportion d'environ 2 à 5.

526. La nutation de l'axe de la terre nous fournit un exemple (le premier de son espèce qui se soit offert à nous) d'un mouvement périodique dans une partie du système, qui donne naissance à un mouvement reglé sur la même période dans une autre partie. Nous voyons ici que le mouvement des nœuds de la lune est représenté par le mouvement d'un genre oscillatoire particulier imprimé à la masse solide de la terre, et quoique la forme en soit bien différente, le temps périodique est absolument le même. Nous ne devons pas laisser passer l'occasion de généraliser le principe renfermé dans ce résultat, attendu que nous le verrons souvent se reproduire dans toutes les parties de l'astronomie physique, et même dans toutes les branches des sciences naturelles. On peut l'établir comme *le principe des oscillations ou des vibrations forcées*, et le renfermer dans cet énoncé général :

Si une portion d'un système quelconque dont toutes les parties sont unies ou par des liens matériels, ou par les attractions mutuelles de ses membres, est continuellement maintenue par quelque cause, soit inhérente, soit étrangère à la constitution du système, dans un état de mouvement régulier périodique, ce mouvement se propagera dans tout le système, et donnera naissance, pour chaque membre et pour toutes ses parties, à des mouvememens périodiques exécutés dans des périodes égales à celle à laquelle ils doivent leur origine, quoiqu'il ne s'ensuive pas nécessairement qu'ils doivent être synchrones dans leur MAXIMUM ET LEUR MINIMUM.

Le système peut être constitué favorablement ou défavorablement pour une pareille transmission des mouvemens périodiques, ou favorablement dans quelques-unes de ses parties et défavorablement dans d'autres; et, suivant qu'il s'agira de l'une ou de l'autre de ces circonstances, les oscillations *dérivées* (comme on peut les appeler) seront imperceptibles dans un cas donné, d'une grandeur appréciable dans un autre, et même plus sensibles dans leurs effets que les oscillations originaires dans un troisième : ce dernier se révèle dans l'accélération de la lune dont nous parlerons ci-après.

527. Notre situation sur la terre, aidée du degré de perfection auquel nous avons su arriver par nos découvertes, nous met en état de faire de notre globe une sorte d'instrument destiné à rendre sensibles ces vibrations forcées, ces mouvemens dérivés, qui partent de divers points, principalement de notre proche voisine, la lune, à-peu-près comme nous découvrons, an moyen d'une pédale que presse notre pied, la transmission secrète du mouvement par laquelle le son d'un tuyau d'orgue se disperse dans l'air qui le renvoie au sol. Ainsi, la révolution mensuelle de la lune, et le mouvement annuel du soleil, impriment de légères *nutations* à l'axe de la terre, dont les périodes sont respectivement d'un demi mois et d'une demi année, et peuvent chacune, dans la question qui nous occupe, être regardées comme une portion de période composée de deux parties égales et semblables. Mais l'exemple sans contredit le plus remarquable de cette propagation de périodes, nous est fourni par les marées qui sont des oscillations forcées, produites par la rotation de la terre dans un Océan dont les attractions variées du soleil et de la lune troublent la figure d'équilibre.

528. La théorie des marées est, pour une foule de personnes, une source

étonnante de difficultés. Elles trouvent bien naturel que la lune, par son attraction, soulève sous elle les eaux de l'Océan ; mais c'est, pour les mêmes esprits, une absurdité palpable que la même cause puisse, dans le même temps, les soulever du côté opposé. Cependant rien n'est plus vrai, ni même plus évident, lorsque nous considérons que ce n'est point par son attraction *totale*, mais par les différences de ses attractions sur les deux surfaces et sur le centre, que les eaux s'élèvent, c'est-à-dire, par les forces dirigées précisément comme les flèches dans la figure 67 (dont il a été question à l'art. 510), dans laquelle nous pouvons supposer que M est la lune, et P une particule d'eau à la surface de la terre. Une goutte d'eau, qui existerait seule, prendrait une forme sphérique, en vertu de l'attraction de ses parties ; et si la même goutte devait tomber librement dans le vide sous l'influence d'une gravité *uniforme*, puisque le mouvement de chaque partie serait également accéléré, les particules conserveraient leurs positions relatives, et la forme sphérique demeurerait inaltérable. Mais supposons qu'elle tombât sous l'influence d'une attraction qui agit d'une manière indépendante sur chacune de ses particules, et qui augmente en intensité à mesure qu'elle descend, les parties les plus rapprochées du centre d'attraction seraient plus attirées que les parties centrales, celles-ci plus que les parties les plus éloignées, et la goutte serait forcée de prendre une forme oblongue dans le sens de son mouvement, la tendance à la séparation se trouvant toutefois combattue par l'attraction mutuelle des molécules, pour arriver ainsi à une forme d'équilibre. Or, dans le fait, la terre tombe constamment vers la lune, qui la tire continuellement hors de son orbite, entraînant davantage les parties les plus voisines, et les parties les plus éloignées moins que les centrales ; en sorte que, à chaque instant, l'attraction de la lune tend à abaisser les eaux aux deux extrémités du diamètre terrestre qui est perpendiculaire à la ligne de jonction de la lune à la terre, et à les soulever aux extrémités du diamètre dirigé vers cet astre. La géométrie vient à l'appui de cette doctrine, et démontre que la forme de l'équilibre prise par une couche d'eau qui couvrirait une sphère, sous l'influence de l'attraction de la lune, serait un ellipsoïde oblong dont le demi-axe dirigé vers la lune serait plus long d'environ 58 pouces que celui qui le rencontrerait à angles droits.

529. Jamais, cependant, ce sphéroïde n'a le temps de se former tout-à-fait. Avant que les eaux aient pu prendre leur niveau, la lune s'est avancée dans son orbite, tant diurne que mensuelle (car, dans cette théorie, la clarté veut que nous supposions que le mouvement diurne de la terre est transporté au soleil et à la lune dans un sens contraire), le sommet du sphéroïde a changé de place sur la surface de la terre, et l'Océan doit chercher un autre niveau. Il doit en résulter, non un courant qui entraînerait les eaux dans un sens circulaire, mais une vague d'une immense expansion et excessivement plate, qui suit ou s'efforce de suivre les mouvemens apparens de la lune, et doit, dans le fait, si le principe des vibrations forcées est vrai, imiter, par des périodes égales, quoique non *synchrones*, toutes les inégalités périodiques de ces mouvemens. Lorsque les parties supérieures ou inférieures de cette vague frappent nos côtes, elles éprouvent ce que nous appelons *la haute* et *la basse mer*.

530. Le soleil donne naissance à une vague absolument semblable, dont le sommet tend à suivre le mouvement apparent de cet astre dans le ciel, et à imiter aussi ses inégalités périodiques. Cette vague solaire est coexistante avec la vague lunaire ; tantôt elle lui est superposée, tantôt elle la rencontre transversalement, de manière à la neutraliser en partie, selon la configuration mensuelle synodique des deux luminaires. Ce renforcement et cette destruction réciproques qui agissent tour-à-tour sur les marées solaire et lunaire, produisent ce que l'on appelle *la haute* et *la basse marée*. La haute marée est la somme des marées partielles ; la basse marée en est la différence. Quoiqu'on ne puisse guère main-

tenant calculer avec exactitude la hauteur de chaque marée, il est probable que leur rapport s'écarte peu, sur un point quelconque du globe, de celui qui existerait entre les allongemens de deux sphéroïdes, si l'on pouvait arriver à un équilibre. Or, ces allongemens, pour les sphéroïdes solaire et lunaire, sont respectivement d'environ 2 et 5 pieds; en sorte que la valeur moyenne entre la haute et la basse marée sera dans le rapport de 7 à 3, ou à peu près.

531. Un autre effet de la combinaison des marées solaire et lunaire est l'accélération et le retard des marées. Si la lune existait seule, et se mouvait dans le plan de l'équateur, l'intervalle des marées (c'est-à-dire le temps qui s'écoule entre deux arrivées successives au même lieu du même sommet de la *vague-marée*) serait le jour lunaire (art. 115), formé par la combinaison de la période sidérale de la lune et de celle du mouvement diurne de la terre. De même, si le soleil existait seul, et qu'il se mût toujours dans le plan de l'équateur, l'intervalle des marées serait le jour solaire moyen. Ainsi, le véritable intervalle des marées, ou l'intervalle dans lequel ont lieu deux *maxima* successifs de leurs vagues superposées, variera selon que les vagues séparées seront près ou loin de coïncider, parce que, lorsque les sommets de deux vagues ne coïncident pas, la hauteur des deux vagues réunies a son *maximum* en un point intermédiaire entre eux. Ce défaut d'uniformité de durée de l'intervalle entre deux marées consécutives se fait particulièrement remarquer vers le temps de la nouvelle et de la pleine lune.

532. C'est à une toute autre cause qu'il faut attribuer la différence entre le moment de la haute et de la basse marée à un port quelconque, et celui de la culmination des deux astres, ou du *maximum* théorique de leurs sphéroïdes superposés. L'on appelle cette différence, *l'établissement de ce port*. Si l'eau était dépourvue d'inertie et libre de toute gêne; si elle n'avait pas à lutter contre le frottement du lit de la mer, contre l'inconvénient d'un canal long et étroit que la vague est obligée de parcourir avant d'arriver au port, etc., les époques citées ci-dessus seraient identiques. Mais toutes ces causes tendent à créer une différence, et à faire que cette différence ne soit pas la même dans tous les ports. L'observation des établissemens des ports est un point d'une grande importance maritime; et elle n'est pas d'un moindre intérêt, théoriquement parlant, pour nous faire parvenir à la connaissance de la véritable distribution des marées sur toute la surface du globe. Dans ces sortes d'observations, il faut avoir grand soin de ne pas confondre la *morte ean*, qui a lieu lorsque le courant causé par la marée cesse d'être visible dans un sens ou dans l'autre, avec la *haute* ou la *basse mer*, qui s'annonce lorsque le niveau de la surface cesse de s'élever ou de s'abaisser. Ce sont des phénomènes tout-à-fait distincts, et qui dépendent de causes entièrement différentes, quoiqu'il faille convenir qu'ils peuvent quelquefois coïncider dans leurs époques. Nous craignons bien que les hommes de pratique ne les prennent trop souvent l'un pour l'autre; circonstance qui, toutes les fois qu'elle se présente, doit produire la plus grande confusion dans tous les travaux où l'on se propose de faire du système des marées un code de lois distinctes et intelligibles.

533. La déclinaison du soleil et celle de la lune affectent sensiblement les marées dans tous les ports. Comme le sommet de la vague tend à se placer verticalement sous l'astre qui la produit, lorsque ce sommet change de point d'incidence sur la surface, la vague doit tendre à changer de place aussi, et par conséquent, dans des périodes mensuelles et annuelles, à augmenter et à diminuer alternativement les marées principales. La période des nœuds de la lune trouve donc sa place ici. Ses excursions ou déclinaisons en-deçà et au-delà de l'équateur, dans une partie de cette période, sont de 29°, et dans une autre, seulement de 17°.

534. La géométrie démontre que l'action d'un astre pour soulever les marées est en raison inverse du cube de sa distance. Il s'ensuit que l'action solaire variera entre les extrêmes 19 et 21, en prenant 20 pour valeur moyenne; et celle de la lune entre 43 et 59. En ayant égard à cette différence, on voit que le plus haut flux sera au plus bas reflux comme 59 — 21 est à 43 — 19, ou comme 80 est à 24, ou comme 10 est à 3. De toutes les causes de différences, cependant, dans la hauteur des marées, la situation locale est la plus énergique. Dans quelques contrées, la vague qui remonte avec impétuosité le long d'un canal très étroit est tout-à-coup soulevée à une hauteur extraordinaire. A Annapolis, par exemple, dans la baie de Fundy, on dit qu'elle s'élève à 120 pieds. Même à Bristol, la différence de la haute et de la basse marée est quelquefois de 50 pieds.

535. De même, l'action du soleil et de la lune produit dans l'atmosphère un flux et un reflux que l'on a su rendre sensibles et mesurables par des observations faites avec beaucoup de soin. Cet effet, toutefois, est d'une fort légère importance.

536. Revenons maintenant aux perturbations des planètes, et considérons les changemens produits par leurs actions réciproques dans les grandeurs et les formes de leurs orbites, dans leurs positions et leurs configurations. Il sera d'abord à-propos, toutefois, d'expliquer les conventions en vertu desquelles les géomètres, comme les astronomes, sont convenus d'employer le langage et les lois du système elliptique dans le calcul des orbites troublées, quoique ces orbites ainsi troublées ne soient plus, dans la rigueur mathématique, des ellipses, ni d'autres courbes connues. Ils en agissent ainsi, d'abord à cause de la facilité avec laquelle ce système se prête à la clarté des idées et au calcul, mais surtout parce que l'on trouve et que l'on peut démontrer, d'après les rapports dynamiques de la question, que l'écart que subit chaque planète dans son mouvement elliptique, tel qu'il est déterminé à tout instant, peut se représenter avec fidélité, en concevant l'ellipse elle-même comme variant avec lenteur, changeant de dimensions et d'excentricité, et même de plan, suivant certaines lois, tandis que la planète continue à chaque instant à se mouvoir dans cette ellipse, exactement comme elle ferait si l'ellipse demeurait invariable et que les forces perturbatrices n'eussent pas d'existence. En considérant la chose sous ce point de vue, tout l'effet permanent des forces perturbatrices est censé se porter sur l'orbite, tandis que les rapports de la planète avec cette orbite demeurent inaltérables, ou du moins ne sont sujets qu'à de légères variations que l'on peut appeler momentanées. Cette méthode, outre qu'elle est la plus naturelle, nous est en quelque sorte imposée par l'extrême lenteur avec laquelle se développent les variations des élémens. La fraction, par exemple, qui exprime l'excentricité de l'orbite de la terre, ne varie pas de plus de 1/40000 de sa valeur *dans l'espace d'un siècle*, et le lieu de son périhélie, rapporté à la sphère du ciel, ne varie que de 19′ 39″ dans le même temps. Ainsi, pendant plusieurs années, il serait presque impossible de distinguer entre une ellipse qui aurait ainsi varié et une autre qui serait restée parfaite; et dans une seule révolution, la différence entre l'ellipse originaire et la courbe résultant de la variation dont nous venons de parler, est si étonnamment petite, que si ces deux courbes étaient tracées avec la plus rigoureuse exactitude sur une table de six pieds de diamètre, l'examen le plus minutieux que l'on pourrait en faire avec des microscopes, en parcourant tout leur contour, ne nous mettrait pas en état de découvrir le moindre intervalle entre elles. Ne pas appeler *elliptique* un mouvement qui se conforme avec tant de scrupule à une courbe elliptique, serait de l'affectation, même en reconnaissant l'existence de légers écarts dirigés alternativement dans un sens et dans l'autre; quoique, d'autre part, il y eût obstination aveugle de négliger une variation qui continue à s'accumuler de siècle en siècle, jusqu'à commander notre attention.

537. Les géomètres sont donc convenus de regarder, pour chaque révolution ou pour un intervalle de temps peu considérable, le mouvement de chaque planète comme elliptique, et comme s'opérant suivant les lois de Kepler, sauf à tenir compte de certaines oscillations très petites et passagères, mais en même temps de considérer tous les *élémens* de chaque ellipse comme dans un état continuel de variation, quoique extrêmement lent; et, lorsqu'ils exposent les effets des forces perturbatrices sur le système solaire, leur attention se porte principalement, ou même exclusivement, sur les variations des élémens elliptiques, comme étant les causes d'où dépendent, en définitive, toutes les modifications importantes que le système peut éprouver dans sa composition générale.

538. Et ici se présente la distinction entre ce que l'on appelle *variations séculaires* et celles que l'on nomme *rapidement périodiques*, ou qui se compensent dans de courts intervalles de temps. Dans notre exposé, par exemple, de la variation d'inclinaison d'une orbite troublée (art. 514), nous avons fait voir qu'à chaque révolution du corps troublé, le plan de son mouvement éprouvait des oscillations de va-et-vient dans son inclinaison sur l'orbite du corps troublant, qui se compensaient à-peu-près, laissant, toutefois, une portion en arrière, qui, à son tour, était à-peu-près, compensée par la révolution du corps troublant, en sorte qu'il ne restait à compenser qu'une très petite partie de la variation, et qu'il fallait une révolution entière du nœud pour la ramener à une valeur moyenne. Or, les deux premières compensations qui s'opèrent par la succession des configutions que produit la marche des planètes, et par conséquent dans des périodes comparativement courtes, s'appellent *variations périodiques;* et les déviations ainsi compensées se nomment *inégalités dépendantes des configurations;* tandis que la dernière variation, qui résulte d'une période du nœud (l'un des *élémens*) et n'a rien de commun avec les configurations des planètes, ne s'accomplit qu'au bout d'une immense intervalle de temps, ce qui la fait distinguer des précédentes par le terme de *variation* séculaire.

539. Il est vrai que pour rendre un compte fidèle des mouvemens d'un corps troublé, planète ou satellite, il faut exprimer les variations tant périodiques que séculaires, avec leurs inégalités correspondantes, en s'attachant surtout à l'exactitude des premières, attendu que, dans le fait, les inégalités séculaires ne sont que ce qui reste de la balance faite après la destruction réciproque de beaucoup plus grandes valeurs (comme le cas s'en présente souvent) des inégalités périodiques. Mais celles-ci sont de leur nature transitoires et temporaires; elles disparaissent sans laisser de trace. La planète s'écarte passagèrement de son orbite (nous entendons cette orbite dont la variation est très lente), mais elle y retourne incontinent pour éprouver aussitôt après une déviation aussi considérable dans le sens opposé, tandis que l'orbite troublée se compense par une moyenne de ces excursions de part et d'autre; en sorte qu'elle continue à offrir, pendant une suite indéfinie de siècles, une espèce de tableau moyen de tout ce que la planète a fait dans cet intervalle, tableau où se conservent les traits caractérisques des élémens, mais où les modifications particulières se sont effacées. Ces inégalités périodiques, toutefois, comme nous l'avons observé, ne sont point négligées, mais on en tient compte par une méthode séparée, indépendante des variations séculaires des élémens.

540. Afin d'éviter toute complication, et dans la vue de donner au lecteur un aperçu des deux espèces de variations, nous concevrons désormais que toutes les orbites sont dans uu seul plan, et nous nous renfermerons dans le cas de deux seuls corps, celui troublé et celui troublant. Ce point de vue, comme nous l'avons remarqué, embrasse le cas de la lune troublée par le soleil, puisque l'on peut au besoin regarder l'un quelconque des astres comme fixe, pourvu que nous imaginions tous ses mouvemens transportés dans un sens contraire à chacun des

autres. Supposons donc (fig. 71) que S soit le corps central, M le corps troublant, et P le corps troublé. L'attraction de M agira sur P dans la direction PM, et sur S dans la direction SM; et la partie troublante de l'attraction de M, n'étant que la différence de ces forces, n'aura pas de direction fixe, mais sollicitera P très différemment, selon les configurations de P et de M. Il sera par conséquent nécessaire, en analysant ses effets, de la décomposer, conformément aux principes de la mécanique, en forces qui agissent suivant certaines directions, savoir selon le rayon vecteur SP, et perpendiculairement à ce rayon. Le moyen le plus simple d'y parvenir, c'est de décomposer les attractions exercées par M à l'égard de S et de P suivant ces deux directions, et de prendre, dans les deux cas, leur différence pour l'action perturbatrice de M. Dans cette estimation nous découvrirons deux puissances perturbatrices distinctes; l'une que nous appellerons *force tangentielle*, agissant dans la direction PQ, perpendiculairement à SP, et par conséquent dans la direction de la tangente à l'orbite de P, supposée peu différente d'un cercle; l'autre, que l'on peut appeler *la force perturbatrice radiale*, dont la fonction sera toujours de rapprocher P de S, ou de l'en éloigner.

541. La première de ces deux forces est la seule (art. 419) qui trouble l'égalité des aires que P décrit autour de S en temps égaux, et est par conséquent la principale cause de ses déviations angulaires de la forme elliptique; car la propriété de décrire des aires égales dans des temps égaux ne dépend d'aucune loi particulière de force centrale, mais exige seulement que la force motrice, n'importe laquelle, soit dirigée vers le centre. Toute force qui ne remplit pas cette condition doit troubler les aires.

542. D'autre part, quoique la portion radiale de la force perturbatrice, en raison de ce qu'elle est toujours dirigée vers le centre, de manière à en approcher ou à en éloigner le corps troublé, ne puisse empêcher que les aires égales ne soient décrites en temps égaux; cependant, comme sa loi de variation est en désaccord avec cette loi simple de la gravitation qui produit et maintient l'ellipticité des orbites, elle a de la tendance à faire dévier de cette forme; et, en obligeant le corps troublé P tantôt à se rapprocher, tantôt à s'éloigner du centre plus qu'on ne devrait l'attendre des lois du mouvement elliptique, et à en placer les points de plus grande proximité et de plus grand éloignement autrement que ne le comporte l'orbite non troublée, elle affecte la grandeur, l'excentricité et la position de l'axe de l'ellipse de P.

543. Si nous considérons la variation de la force tangentielle dans les diverses positions relatives de M et de P, nous trouverons que, généralement parlant, elle s'évanouit lorsque P est en A ou en C (fig. 71), c'est-à-dire, en conjonction avec M, et aussi en deux points, B et D, où M est équidistant de S et de P, ou très près des quadratures de P avec M; et que, entre A et B ou D, elle tend à solliciter P vers A, tandis que, dans le reste de l'orbite, sa tendance est de le solliciter vers C. Voici, en conséquence, quel sera l'effet général de la marche de P pendant une révolution *synodique* complète dans son orbite à partir de A. Son mouvement sera d'abord accéléré de A jusqu'en B; depuis là retardé jusqu'à son arrivée en C; accéléré de nouveau jusqu'en D, et, de rechef, retardé jusqu'à son retour à la conjonction A.

544. Si l'orbite de P était un cercle exact, aussi bien que celle de M, il est évident que le retard qui a lieu pendant le temps employé à décrire l'arc AB, serait exactement compensé par l'accélération dans l'arc DA, ces arcs étant exactement égaux, et semblablement disposés à l'égard des forces perturbatrices; et de même que l'accélération dans l'arc BC serait exactement compensée par le retard dans CD. Ainsi, pour chaque révolution moyenne de P, la com-

pensation aurait lieu ; la période demeurerait inaltérable, et toutes les erreurs en longitude se détruiraient l'une l'autre.

545. Cette exacte compensation, toutefois, dépend évidemment de la rigueur symmétrique avec laquelle les portions des orbites sont disposées de part et d'autre de la ligne CSM. Si cette symmétrie est détruite, la compensation n'aura plus lieu, et il se manifestera dans le mouvement de P des inégalités qui s'étendent au-delà de la limite d'une seule révolution, et qui doivent attendre leur compensation, si jamais elle a lieu, dans l'inverse des relations des configurations qui les ont produites. Supposons, par exemple, que l'orbite de P étant circulaire, celle de M fût elliptique, et que, au moment où P partirait de A, M fût à sa plus grande distance de P ; supposons aussi que M fût assez éloigné pour ne décrire qu'une petite partie de son orbite pendant une révolution de P. Il est clair alors que, pendant la révolution entière de P, la force perturbatrice de M acquerrait de l'accroissement à mesure que M s'approcherait du centre S, et que, par conséquent, la perturbation qui s'exercerait à chaque quadrant ferait plus que compenser celle produite à chacun des quadrans précédens ; en sorte que, lorsque P serait revenu en conjonction avec M, on aurait fini par trouver une balance en faveur de l'accélération. Ce genre d'action se maintiendrait aussi long-temps que M continuerait à s'approcher de S. Mais une fois qu'il recommencerait à rétrograder, l'effet inverse aurait lieu, et il se manifesterait un retard à chaque révolution de P ; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à ce qu'au bout d'un grand nombre de révolutions de M qui auraient fait correspondre la conjonction à toutes les positions de P dans son ellipse, soit dans la proximité, soit dans l'éloignement de S, une compensation d'un ordre plus élevé eût succédé aux compensations partielles de hausse et de baisse successives pour qu'il pût s'établir un mouvement angulaire moyen comme s'il n'y avait eu aucune perturbation.

546. Le cas est seulement un peu plus compliqué, mais le raisonnement est à-peu-près le même, lorsque l'orbite du corps troublé est supposée elliptique. Dans le cas d'une orbite elliptique, la vitesse angulaire n'est pas uniforme. Le corps troublé demeure alors plus long-temps dans quelques parties de sa révolution, moins long-temps dans d'autres, sous l'influence des forces tangentielles accélératrices et retardatrices, que ne le demande une compensation exacte. Ainsi, indépendamment de toute variation de distance de M à S, ce fait seul donnerait lieu à un excès ou à un défaut de compensation, et à une perturbation indestructible à la fin d'une période synodique ; et *si les conjonctions avaient toujours lieu au même point de l'ellipse de* P, cette cause agirait constamment dans un sens, ce qui donnerait lieu à une inégalité qui n'aurait pas de compensation, et qui finirait par changer le mouvement angulaire moyen de P. Mais ce cas ne peut jamais avoir lieu dans le système planétaire. Les mouvemens moyens (c'est-à-dire les vitesses angulaires moyennes) des planètes dans leurs orbites, sont *incommensurables* entre eux. Il n'y a pas deux planètes, par exemple, qui décrivent leurs orbites dans des temps exactement doubles, ou triples, l'un de l'autre, ou dont l'une accomplisse exactement deux révolutions, tandis que l'autre en opère exactement trois, ou cinq, et ainsi de suite. S'il y en avait, le cas en question se présenterait. Supposons, par exemple, que les mouvemens moyens de la planète troublée et troublante fussent exactement dans la proportion de 2 à 5, un cycle composé de cinq des plus courtes périodes, ou de deux des plus longues, les ramènerait exactement à la même configuration. Chaque révolution de ce cycle nous donnerait leur conjonction aux mêmes points de leurs orbites, *tandis que dans les périodes intermédiaires* du cycle les autres configurations occuperaient des points différens. Cela donnerait lieu à la circonstance que nous avons envisagée, et il en résulterait un dérangement permanent.

547. Or, quoiqu'il soit vrai que l'on ne puisse trouver deux planètes dont les mouvemens moyens soient exactement commensurables, il ne manque pas de cas dans lesquels il s'en faut peu que cette condition ne soit remplie. Le cycle que nous avons pris ci-dessus pour exemple se vérifie presque dans Jupiter et Saturne, c'est-à-dire un cycle composé de cinq périodes de Jupiter et de cinq de Saturne. Cinq périodes de Jupiter font 21663 jours, et deux périodes de Saturne 21518. La différence n'est que de 145 jours, pendant lesquels Jupiter décrit environ 12° et Saturne 5, en sorte que, au bout du premier intervalle ils ne seront qu'à 5° de leur conjonction dans les mêmes parties de leurs orbites que précédemment. Si nous calculons le temps moyen qui doit amener exactement trois conjonctions des deux planètes, nous le trouverons de 21760 jours, leur période synodique étant de 7253 jours 2/5. Dans cet intervalle Saturne aura décrit 8° 6′ en plus sur deux révolutions sidérales, et Jupiter le même excédant sur cinq. Chaque troisième conjonction aura donc une avance de 8° 6′ sur la précédente, ce qui suffit pour établir, non pas, à la vérité, une identité parfaite avec le cas en question, mais pour en approcher de beaucoup. L'excès d'action, pendant plusieurs triples conjonctions semblables (7 ou 8) sans interruption, sera dans le même cas, et à chacune d'elles le mouvement de P sera également influencé, de manière à accumuler l'effet sur sa longitude, donnant ainsi naissance à une irrégularité considérable et d'une fort longue période, que les astronomes connaissent très bien sous le nom de *grande inégalité de Jupiter et de Saturne*.

548. L'arc 8° 6′ est contenu quarante-quatre fois et 4/9 dans la circonférence entière de 360°; en sorte que, si nous calculons le retour de cette conjonction particulière, nous la verrons se reproduire au même point de l'orbite dans autant de fois 21760 jours, ou dans 2648 ans. Mais la conjonction, que nous considérons ici, n'est qu'une des trois. Les autres deux arriveront en des points de l'orbite éloignés d'environ 123° et 246°, et *ces points aussi avanceront* du même arc de 8° 6′ dans 21760 jours. La période de 2648 ans les ramènera donc *toutes*, et dans cet intervalle chacune d'elles aura lieu au point des deux orbites d'où nous sommes partis : ainsi *une conjonction* (l'une ou l'autre des trois) arrivera en ce point une fois dans un tiers de cette période, ou dans 883 ans. C'est donc là le cycle dans lequel *la grande inégalité* se trouverait entièrement compensée, si les élémens des orbites avaient été invariables pendant tout ce temps. Leur variation, toutefois, est considérable dans un si long intervalle; et, par ce motif, la période elle-même se prolonge jusqu'à environ 918 ans.

549. Nous avons choisi cette inégalité comme un exemple convenable de l'action de la force tangentielle perturbatrice, en raison de son étendue, de la longueur de sa période et de son haut intérêt historique. Les astronomes avaient remarqué depuis long-temps qu'en comparant ensemble les observations modernes sur Jupiter et Saturne avec les anciennes, les mouvemens moyens de ces planètes ne paraissaient pas uniformes. La période de Saturne, par exemple, semblait s'être agrandie dans tout le dix-septième siècle, et celle de Jupiter s'être raccourcie, c'est-à-dire que l'une des deux planètes avait été constamment en retard, et l'autre en avance sur le lieu que leur assignait le calcul. D'un autre côté, au dix-huitième siècle, une marche tout-à-fait opposée parut se manifester. Il est vrai que la somme des retards et des accélérations observés n'était pas bien considérable; mais comme leur influence continua à s'accumuler, elle produisit, à la fin, des différences sensibles entre les lieux observés et calculés de ces deux planètes, différences qui, comme elles ne pouvaient s'expliquer par aucune théorie, commandèrent au plus haut degré l'attention, et furent même un moment regardées avec trop de précipitation comme à-peu-près subversives de la doctrine newtonienne sur la gravitation. Pendant long-temps cette différence brava tous les efforts tentés pour l'expliquer, jusqu'à ce qu'enfin Laplace en assigna la

cause dans la presque commensurabilité des mouvemens moyens, comme on l'a fait voir ci-dessus, et réussit à en calculer la période et l'étendue.

550. L'inégalité en question s'élève alternativement, à son maximum, à un retard et à une accélération d'environ 0° 49′ en longitude pour Saturne, et à une accélération ou à un retard correspondant d'environ 0° 21′ pour Jupiter. Que l'accélération, pour l'une des planètes, doit nécessairement être accompagnée d'un retard pour l'autre, et réciproquement, c'est ce dont on ne peut douter, si l'on considère que l'action et la réaction étant égales, et dans des sens contraires, quelle que soit l'impulsion que Jupiter imprime à Saturne suivant PM, il faudra que Saturne l'imprime à Jupiter suivant MP. L'une sera par conséquent entraînée en avant, toutes les fois que l'autre sera tirée en arrière dans son orbite. La géométrie démontre que, pour chaque révolution moyenne, le rapport suivant lequel cette réaction affectera les longitudes des deux planètes est en raison inverse de leurs masses multipliées par les racines carrées des grands axes de leurs orbites, et ce résultat, auquel on arrive par un calcul aussi compliqué que curieux, est parfaitement d'accord avec l'observation.

551. L'inégalité dont il s'agit serait beaucoup plus grande, sans la compensation partielle qui s'opère en elle dans chaque triple conjonction des planètes. Supposons (fig. 72) que PQR soit l'orbite de Saturne, et *pqr* celle de Jupiter; qu'une conjonction ait lieu en P, *p*, sur la ligne SA; une seconde à 123° de distance, sur la ligne SB; une troisième à 246°, sur SC, et la suivante à 368°, sur SD. Cette dernière conjonction ayant lieu à-peu-près dans la situation de la première, reproduira presque le premier effet en retard ou en accélération des planètes; mais les autres deux étant sur les points les plus éloignés de la première, auront lieu dans des circonstances entièrement différentes quant à la position des périhélies des orbites. Or, nous avons vu que deux planètes mises en présence par la conjonction, dans des situations diverses, tendent à produire une compensation; et, dans le fait, la plus grande quantité possible de compensation que puissent produire trois configurations seulemeut, c'est celle qui se manifeste lorsqu'elles sont ainsi également réparties autour du centre. Trois positions de la conjonction compensent plus que deux, quatre plus que trois, et ainsi de suite. Nous voyons par-là que ce n'est pas la quantité entière de la perturbation qui s'accumule ainsi dans chaque triple conjonction, mais seulement cette petite partie qui est laissée sans compensation par les conjonctions intermédiaires. Le lecteur qui a déjà quelques notions là-dessus sentira aisément que cette considération est équivalente à cette partie de l'analyse géométrique de l'inégalité dont il s'agit, par laquelle nous sommes amenés à chercher son expression parmi les termes du troisième ordre, ou qui renferment les cubes et les produits à trois dimensions des excentricités. Il sentira aussi que l'accumulation continuelle de petites quantités, pendant de longues périodes, correspond à ce que les géomètres entendent lorsqu'ils parlent de petits termes qui deviennent des valeurs considérables par intégration.

552. Des considérations semblables s'appliquent à tous les cas de commensurabilité approchée qui peuvent avoir lieu parmi les mouvemens moyens de deux planètes quelconques. Tel est, par exemple, celui qui se présente entre le mouvement moyen de la terre et celui de Vénus, 13 fois la période de Vénus équivalant presque à 8 fois celle de la terre. Ceci donne lieu à ce que chaque cinquième conjonction approche beaucoup de coïncider avec les mêmes points de chaque orbite (à 1/140 près d'une circonférence), et, par conséquent, à une accumulation correspondante des perturbations résultantes sans compensation. Mais, d'un autre côté, la portion perturbatrice ainsi accumulée n'est que ce qui reste après avoir admis les compensations de cinq conjonctions également réparties sur la circonférence; ou, selon le langage des géomètres, cette por-

tion dépend des puissances et des produits du cinquième ordre des excentricités et des inclinaisons. Elle est, par conséquent, extrêmement petite, et l'inégalité entière qui en résulte, selon les calculs récens les plus minutieux du professeur Airy, à qui l'on en doit la découverte, ne s'élève pas au-delà de quelques secondes à son *maximum*, tandis que sa période n'est pas de moins de 240 ans. Cet exemple doit servir à nous faire voir jusqu'à quel scrupule l'on a porté ces recherches dans la théorie planétaire.

553. Dans la théorie de la lune, la force tangentielle donne lieu à beaucoup d'inégalités, dont la principale, que l'on appelle *la variation*, résulte directement et surtout de la perturbation due à l'accélération et au retard alternatifs des aires, en allant des syzygies aux quadratures, et réciproquement, combinés avec la forme elliptique de l'orbite; en sorte que la même aire décrite autour du foyer correspondra, en divers points de l'ellipse, à des valeurs différentes du mouvement angulaire. Cette inégalité qui, à son *maximum*, s'élève à environ 37′, fut regardée positivement pour la première fois comme une correction périodique du lieu de la lune par Ticho Brahé, et elle est remarquable dans l'histoire de la théorie lunaire comme la première que Newton eut à expliquer d'après sa théorie de la gravitation.

554. Passons maintenant à la considération des effets de cette partie de la force perturbatrice qui s'exerce selon le rayon vecteur, et tend à altérer la loi de la gravitation, et par conséquent à faire dévier de la forme d'une ellipse l'orbite troublée d'une manière plus directe et plus sensible que ne le fait la force tangentielle, ou, selon le point de vue sous lequel nous avons envisagé ce sujet à l'art. 536, à produire un changement dans ses dimensions, son excentricité, et sa position dans son propre plan, ou au lieu de son périhélie.

555. En évaluant l'action perturbatrice de M sur P (fig. 71), nous avons vu qu'elle ne consistait que dans la différence de l'attraction accélératrice de M sur S et sur P, et que la première portion décomposée de l'attraction de M, c'est-à-dire celle qui agit en P suivant PS, ne trouvant pas dans la puissance que M exerce sur P une partie correspondante, qui puisse neutraliser l'effet, agit complètement pour solliciter P vers S, et en augmenter la gravité naturelle : c'est ce que l'on appelle la partie *additive* de la force perturbatrice. Il est encore une autre puissance, qui agit aussi selon le rayon SP, c'est celle qui résulte de la différence de l'action de M sur S et sur P, évaluée d'abord selon PK, parallèle à SM, et ensuite décomposée en deux forces, l'une desquelles est la force tangentielle, dont on a déjà parlé, selon PQ; l'autre, qui lui est perpendiculaire, ou selon PR. Cette partie de l'action de M s'appelle la force *soustractive*, parce qu'elle tend à diminuer la gravité de P vers S. C'est l'excès de l'une de ces portions décomposées sur l'autre, qui, dans une position donnée de P et de M, constitue la partie *radiale* de la force perturbatrice, et dont nous allons maintenant examiner les effets.

556. L'estimation de ces forces ne fait pas la moindre difficulté lorsque les dimensions des orbites sont données, mais elle donne lieu à des expressions trop compliquées pour trouver place ici. Il suffira, pour l'objet que nous nous proposons, de signaler la tendance générale de ces forces; et, en premier lieu, d'en considérer l'effet moyen. Afin d'évaluer quelle sera, dans une position donnée de P, l'action moyenne de M dans toutes les situations où elle pourra se trouver à l'égard de P, nous n'avons qu'à supposer M dissous, et distribué en forme d'anneau mince sur toute la circonférence de son orbite. Si nous tenions compte du mouvement elliptique de M, nous pourrions concevoir que l'épaisseur de cet anneau, dans ses différentes parties, est proportionnelle au temps employé par M dans chaque partie de son orbite, ou en raison inverse de son mouvement angulaire. Mais nous n'entamerons pas cette question délicate, et nous nous con-

tenterons d'abord de supposer l'orbite de M circulaire et son mouvement uniforme. Il est clair alors que la puissance perturbatrice moyenne de P sera la différence des attractions de cet anneau sur les deux points P et S, dont ce dernier occupe le centre, et auquel le premier est excentrique. Or l'attraction d'un anneau sur son centre est évidemment égale dans tous les sens, et, par conséquent, évaluée selon une direction quelconque, elle se réduit à zéro. D'un autre côté, en un point P situé hors du centre, si ce point est *dans l'intérieur* de l'anneau, l'attraction résultante sera toujours *extérieure*, vers le point de l'anneau le plus voisin de P, ou en droite ligne loin du centre. Mais si P se trouve en dehors de l'anneau, la force résultante agira toujours *intérieurement*, en sollicitant P vers son centre. On voit par là que l'attraction moyenne de la force radiale sera différente dans sa direction, selon que l'orbite du corps troublant est extérieure à celle du corps troublé, ou qu'elle y est comprise. Dans le premier cas, elle diminuera la gravité centrale; dans le second, elle l'augmentera.

557. De plus, en ne considérant que l'effet moyen produit dans un grand nombre de révolutions des deux corps, il est évident qu'une augmentation de la force centrale doit être accompagnée d'une diminution du temps périodique, et d'une réduction des dimensions de l'orbite d'un corps qui tourne avec une vitesse donnée, et *vice versâ*. C'est donc là le premier effet, comme le plus manifeste, de la partie radiale de la force perturbatrice. Elle altère d'une manière permanente et d'une certaine quantité moyenne et invariable, les dimensions de toutes les orbites, et la durée des temps périodiques de tous les corps qui composent le système planétaire, de manière à les rendre bien différentes de ce qu'elles seraient si chaque planète circulait autour du soleil sans subir l'attraction des autres, le mouvement angulaire des corps intérieurs du système étant ainsi devenu plus lent, et celui des corps extérieurs plus rapide que ne l'admet cette supposition. Au reste, ce dernier effet peut se déduire immédiatement de cette considération frappante, savoir : que toute planète qui tourne dans l'intérieur de l'orbite d'une autre peut être considérée comme ajoutant à la masse générale de la matière attractive interne qui, pour être disséminée dans l'espace, n'en est pas moins active, et se maintient dans l'état de circulation.

558. Cet effet, toutefois, est un de ceux que nous n'avons aucun moyen de mesurer ou même de découvrir autrement que par le calcul; car nos connaissances sur les périodes des planètes et sur les dimensions de leurs orbites sont puisées dans l'état réel que nous fournit l'observation, et par conséquent sous l'influence de cette *partie constante* de l'action perturbatrice. Leurs mouvemens moyens observés sont donc affectés de toute la quantité due à cette influence, et nous n'avons aucun moyen de la distinguer de l'effet direct de l'attraction du soleil avec lequel elle se trouve mêlée. Nous savons toutefois, d'après les masses des planètes, qu'elle est extrêmement petite ; et au fond, c'est tout ce qu'il nous importe de connaître dans la théorie de leurs mouvemens.

559. Pareillement, l'action du soleil sur la lune tend, par son influence moyenne dans le cours d'un grand nombre de révolutions successives des deux corps, à dilater constamment l'orbite de la lune et à accroître son temps périodique. Mais on n'établit cette moyenne, tant dans le cas de la lune que dans celui des planètes, que par une série d'oscillations subordonnées dues à l'ellipticité de leurs orbites, dont nous avons négligé à dessein de tenir compte dans le raisonnement ci-dessus, et qui tendent manifestement, au bout d'un grand nombre de révolutions, à se neutraliser l'une l'autre. Dans la théorie de la lune, toutefois, l'observateur découvre d'une manière très sensible une foule de ces oscillations subordonnées, qu'il importe beaucoup de connaître pour déterminer ses mouvemens d'une manière rigoureuse. Par exemple, l'orbite du soleil (rapportée à la terre comme fixe) est elliptique, et il faut à cet astre treize lunaisons

pour la décrire, pendant lesquelles la distance du soleil subit un accroissement et un décroissement alternatifs, dont chacun dure au moins six lunaisons complètes. Or à mesure que le soleil s'approche de la terre, ses forces perturbatrices de toute espèce s'accroissent considérablement, comme elles diminuent lorsqu'il s'en éloigne. Ainsi, la dilatation qu'il produit dans l'orbite lunaire, et la diminution du temps périodique de la lune, sont dans un état continuel d'oscillation, augmentant à mesure que le soleil se rapproche du périgée, et diminuant à mesure qu'il s'en éloigne. Cette théorie est d'accord avec le fait, car la différence observée entre une lunaison de janvier (époque où le soleil est le plus près de la terre) et une lunaison de juillet (où il en est le plus éloigné) n'est pas moindre de 35 minutes.

560. Un autre effet remarquable et bien important, dû à cette cause, dans une de ses oscillations subordonnées (embrassant toutefois une immense période) est ce que l'on appelle *l'accélération séculaire du mouvement moyen de la lune*. Le docteur Halley a observé, en comparant ensemble les tables des plus anciennes éclipses lunaires des astronomes Chaldéens avec celles des temps modernes, que la période de la révolution de la lune est à présent sensiblement plus courte qu'à cette époque éloignée; et ce résultat s'est confirmé par la comparaison que l'on a faite plus tard de ces deux séries d'observations, avec celles des astronomes arabes du huitième et du neuvième siècle. Ces rapprochemens nous ont fait connaître que l'accroissement du mouvement moyen de la lune s'opère à raison de près de 11 secondes par siècle, quantité petite en elle-même, mais qui devient considérable en s'accumulant de siècle en siècle. Ce fait remarquable, comme celui de la grande équation de Jupiter et de Saturne, avait été depuis long-temps le sujet de recherches pénibles parmi les géomètres. En effet, on trouva si difficile d'en donner une explication rigoureuse, que pendant que quelques géomètres étaient sur le point de déclarer de nouveau la théorie de la gravité, en désaccord avec l'explication de ce phénomène, d'autres niaient formellement les preuves qui en établissaient l'existence, quoiqu'elles fussent pour le moins aussi satisfaisantes que celles qui constatent la plupart des événemens historiques. Ce fut dans cet état critique de la question que Laplace entra encore une fois dans la lice pour venger l'astronomie physique des reproches qu'on lui faisait, en signalant la véritable cause du phénomène dont il s'agit, phénomène qui, ainsi expliqué, est un des plus curieux et des plus instructifs dans l'ordre de ceux que nous traitons, qui nous met en état de porter plus loin notre examen dans le passé et dans l'avenir, et nous fait mieux percer le chaos des changemens que notre système a subis et qu'il doit subir encore, que n'a pu le faire tout autre phénomène développé par le concours de l'observation et de la théorie.

561. Si l'ellipse solaire était invariable, la dilatation et la contraction alternatives de l'orbite de la lune, expliquées à l'art. 559, opéreraient enfin dans le cours d'un grand nombre de révolutions du soleil, une exacte compensation dans la distance et le temps périodique de la lune, en faisant correspondre toutes les variations possibles de distance du soleil à toutes les élongations possibles de la lune à cet astre dans son orbite. Mais tel n'est pas le cas. L'ellipse solaire est maintenant (comme nous l'avons déjà dit à l'art. 556, et comme nous l'expliquerons tout-à-l'heure plus amplement) dans un état continuel, mais excessivement lent, de variation, par l'action que les planètes exercent sur la terre. Son axe, il est vrai, demeure invariable, mais son excentricité va, et est toujours allée, depuis les siècles les plus reculés, en diminuant; et cette diminution continuera (on n'en saurait douter) jusqu'à ce que l'excentricité s'efface tout-à-fait, et que l'orbite de la terre soit devenue une circonférence parfaite; après quoi elle tendra de nouveau à revêtir la forme elliptique, l'excentricité recommencera à s'accroître, atteindra une certaine étendue, et enfin diminuera de nouveau. Le temps requis

pour ces variations peut se déterminer, mais on n'en a poussé le calcul qu'aussi loin qu'il le fallait pour prouver que ce n'est ni par des centaines ni par des milliers d'années qu'on peut en faire l'évaluation. C'est une période, enfin, dans laquelle toute l'histoire de l'astronomie et de l'espèce humaine n'occupe pour ainsi dire qu'un point où tous ses changemens doivent être regardés comme uniformes. Or, c'est à cette variation dans l'excentricité de l'orbite de la terre qu'est due l'accélération séculaire de la lune. Ainsi, la compensation susmentionnée (qui, si l'ellipse solaire demeurait inaltérable, s'effectuerait dans quelques années, ou au moins dans quelques siècles, d'après la marche déjà exposée) ne s'effectuera qu'imparfaitement, à cause de la lenteur du déplacement de l'un des élémens essentiels. Ce n'est plus par les mêmes degrés et par la même marche que le rétablissement s'opère. On peut, en un mot, appliquer ici le même raisonnement que celui par lequel nous avons expliqué les longues inégalités produites par la force tangentielle. La lutte établie entre les forces qui ont une tendance contraire ne se soutient pas sur un pied d'égalité; c'est une arène qui croule lentement sous les pieds des antagonistes. Pendant tout le temps que l'excentricité de la terre diminue, l'action l'emporte sur la réaction ; et ce n'est que lorsque cette diminution aura cessé, qu'une marche contraire succédera pour amener la restauration finale. En attendant, à chaque retour, ou à-peu-près, des mêmes configurations du soleil, de la lune, et du périgée solaire et lunaire, il reste un petit effet sans compensation. Cet effet s'accumule, altère le temps périodique et le mouvement moyen de la lune, et, en se répétant ainsi à chaque lunaison, finit par affecter sa longitude jusqu'à un degré que l'on ne saurait négliger.

562. Le phénomène dont nous venons de rendre compte est encore un exemple bien frappant de la propagation d'un changement périodique d'une partie d'un système à une autre. Les planètes n'ont aucune action directe, appréciable, sur les mouvemens lunaires rapportés à la terre. Leurs masses sont trop petites, et leurs distances trop grandes, pour que leur différence d'action sur la lune et sur la terre, devienne jamais sensible. Cependant nous voyons que leur effet sur l'orbite de la terre se propage ainsi par l'intermédiaire du soleil sur celle de la lune, et, ce qui est digne de remarque, l'effet transmis produit ainsi indirectement sur l'angle décrit par la lune autour de la terre, est plus sensible à l'observation que celui qu'elles produisent directement sur l'angle décrit par la terre autour du soleil.

563. La dilatation et la contraction des orbites lunaires et planétaires, qui proviennent de l'action de la force radiale, et qui tendent à affecter leurs mouvemens moyens, sont donc de deux sortes. Les unes permanentes, dépendantes de la distribution de la matière attractive dans le système, et de l'ordre dans lequel se range chaque planète ; les autres périodiques, et qui se compensent avec le temps. Les géomètres ont démontré (c'est à Lagrange que nous devons cette importante découverte) que les forces radiales ou tangentielles, prises isolément ou combinées entre elles, ne produisent pas une troisième classe d'effets qui puissent continuer à s'accroître indéfiniment dans une même direction sans jamais se compenser; et, en particulier, que les grands axes des ellipses planétaires ne sont pas même sujets à ces changemens lents et séculaires dont les inclinaisons, les nœuds, et tous les autres élémens du système sont affectés, et qui sont, il est vrai, périodiques, mais dans un sens différent de ces longues inégalités qui dépendent des configurations qu'offrent les planètes. Or le temps périodique d'une planète dans son orbite autour du soleil ne dépend que des masses du soleil et de la planète, et du grand axe de l'orbite qu'elle décrit, sans égard à son degré d'excentricité ou à tout autre élément. Les périodes sidérales moyennes des planètes, telles qu'elles résultent d'un nombre de révolutions suffisant pour remettre la compensation des dernières inégalités précitées, sont

donc inaltérables par le laps du temps. La longueur de l'année sidérale, par exemple, déduite, pour le temps où nous sommes, d'observations qui embrassent mille révolutions de la terre autour du soleil (telle, enfin, que nous la possédons) est la même que celle qui (si nous pouvons transporter notre imagination aussi loin) doit résulter d'une comparaison semblable d'observations faites il y a un million d'années.

564. Ce théorème est à juste titre regardé comme le plus important, sous ce seul rapport, de tous ceux qui ont jusqu'ici récompensé les recherches des mathématiciens. Nous nous efforcerons, par conséquent, de ne rien laisser à désirer à nos lecteurs quant à la clarté du principe sur lequel en repose la démonstration; et quoique l'application complète de ce principe ne puisse se faire d'une manière satisfaisante sans entrer dans des détails de calcul incompatibles avec notre plan, il nous sera facile de les conduire au point où l'on doit aborder ces détails, et de leur donner un aperçu général qui ne laisse aucun doute sur les résultats qu'amènerait un travail complet.

565. C'est une propriété du mouvement elliptique, opéré sous l'influence de la gravitation, et en conformité des lois de Kepler, que si la vitesse avec laquelle une planète se meut, à un point quelconque de son orbite, est donnée, ainsi que la distance de ce point au soleil, le grand axe de l'orbite est par-là même donné aussi. Peu importe dans quel *sens* la planète se meut en ce moment. Cela fera varier l'excentricité et la position de son ellipse, mais non sa longueur. Cette propriété du mouvement elliptique a été démontrée par Newton, et est une des conséquences les plus manifestes et les plus élémentaires de sa théorie. Considérons maintenant une planète qui décrit un arc indéfiniment petit de son orbite autour du soleil, sous l'action combinée de ce dernier et de la puissance perturbatrice d'une autre planète. Cet arc aura une certaine courbure et une certaine direction, et, par conséquent, peut être considéré comme l'arc d'une certaine ellipse décrite autour du soleil comme foyer, par cette raison simple que, quelles que soient la courbure et la direction de l'arc dont il s'agit, on peut toujours déterminer une ellipse dont le foyer est le soleil, et qui coïncide avec cet arc dans toute l'étendue de celui-ci (supposé indéfiniment petit) entre ses points extrêmes. Ceci est du ressort de la géométrie pure : il ne s'ensuit pas, toutefois, que l'ellipse, ainsi déterminée pour un instant du mouvement de la planète, doive avoir les mêmes élémens que celle obtenue d'après l'arc décrit dans l'instant qui précède ou dans le suivant. C'est ce qui aurait lieu si la force perturbatrice n'existait pas; mais son action produit une variation dans les élémens d'un instant à l'autre, et l'ellipse, ainsi déterminée, est dans un état continuel de changement. Or, lorsque la planète aura atteint l'extrémité du petit arc dont il s'agit, la question de savoir si elle décrira l'instant d'après un autre arc d'ellipse ayant ou non le même grand axe, dépendra, non de la nouvelle direction imprimée à la planète par les forces agissantes, car l'axe, comme nous avons vu, est indépendant de cette direction; non de son changement de distance au soleil, au moment où elle décrit le premier arc, car les élémens de cet arc sont calculés pour convenir à cet axe, de manière que le même axe doit appartenir à une des extrémités comme à l'autre; mais du changement de vitesse produit par l'action de la force perturbatrice. Nous disons par l'action de la force perturbatrice, parce que la force centrale résidant dans le foyer ne peut lui imprimer un changement de vitesse qui soit incompatible avec la permanence d'une ellipse dans laquelle la planète puisse à chaque instant se mouvoir en liberté autour de ce foyer.

566. Ainsi nous voyons que la variation momentanée du grand axe ne dépend que de la déviation passagère de la loi de la vitesse elliptique que produit la force perturbatrice, sans le moindre égard à la direction imprimée à cette vi-

tesse par la force perturbatrice, ou à la distance au soleil à laquelle la planète peut se trouver en conséquence de la variation des autres élémens de son orbite; et comme ce cas se reproduit à chaque instant de son mouvement, il en résulte que, après un laps de temps quelconque, la quantité du changement que l'axe peut avoir subie sera determinée par la déviation totale de la vitesse elliptique originaire produite par la force perturbatrice, sans égard aux variations qui peuvent être dues à l'action de cette force dans les autres élémens, autant du moins que la vitesse n'en saurait être affectée. C'est ici que l'évaluation exacte de l'effet doit être confiée aux calculs du géomètre. Il ne nous sera pas difficile, toutefois, d'apercevoir que ces calculs ne peuvent qu'aboutir à démontrer la nature périodique et la compensation finale de toutes les variations dont l'axe est ainsi susceptible, en réfléchissant que la circulation de deux planètes autour du soleil, dans le même sens et dans des périodes incommensurables, leur assure toutes les positions entre elles de proximité et d'éloignement, et toutes les variétés d'intensité d'action mutuelle qui en sont la conséquence. Ainsi, quelque vitesse que l'action perturbatrice de l'une puisse imprimer à l'autre, dans une situation donnée, cette vitesse sera immanquablement détruite dans une autre situation par cette force perturbatrice, en vertu du seul effet de changement de configuration.

567. On voit donc que les variations dans les grands axes des orbites planétaires dépendent entièrement des cycles de configuration, comme la grande inégalité de Jupiter et de Saturne, ou la longue inégalité de la Terre et de Vénus, ci-dessus expliquées, inégalités que l'on peut aussi attribuer à de pareilles variations périodiques dans les axes de leurs orbites. En effet, le mode suivant lequel nous avons vu ces inégalités prendre naissance, d'après l'accumulation des actions imparfaitement compensées de la force tangentielle, les soumet directement au raisonnement ci-dessus, puisque l'efficacité de cette force s'exerce presque entièrement sur la *vitesse* de la planète troublée, dont le mouvement est presque toujours dirigé dans le même sens que la vitesse, ou en sens contraire.

568. Considérons maintenant l'effet de la perturbation sur l'excentricité et la situation de l'axe de l'orbite troublée dans son plan. Ce changement de position (comme nous l'avons observé à l'art. 318) a réellement lieu, quoique très lentement, dans l'axe de l'orbite de la terre, et beaucoup plus rapidement dans celui de la lune (art. 360); et c'est à expliquer ces mouvemens que nous devons maintenant nous attacher.

569. On peut se rendre raison du mouvement des apsides des orbites lunaire et planétaires au moyen d'une expérience mécanique assez élégante, qui est d'ailleurs fort propre à donner une idée de la manière dont s'opère le mouvement dans une orbite sous l'influence des forces centrales, variables suivant la situation du corps en circulation. Suspendons un poids de plomb avec un fil d'archal ou de fer à un crochet à la base inférieure d'une poutre solide, de manière à ce qu'il puisse se mouvoir librement en tous sens autour de la verticale, et que, lorsqu'il est en état de repos, il effleure tout juste le plancher de la chambre, ou une table placée à 10 ou 12 pieds au-dessous du crochet. Le point de support sera bien garanti du va-et-vient par suite de l'oscillation du poids, qui doit être assez pesant pour tenir le fil aussi tendu que possible, avec la certitude qu'il ne cassera pas. Maintenant, que l'on imprime un fort léger mouvement au poids, non en le faisant simplement dévier de la verticale pour l'abandonner ensuite à son impulsion, mais en le poussant tant soit peu de côté. On le verra décrire une ellipse régulière autour du point de repos comme centre. Si le poids est pesant, et qu'on lui ait attaché un crayon dont la pointe soit exactement dans la direction du fil, l'ellipse peut être transportée au papier tendu convenablement pour recevoir la trace de ce crayon. Dans ces

circonstances, la situation du grand et du petit axe de l'ellipse demeurera pendant long-temps à-peu-près la même, quoique la résistance de l'air et la raideur du fil en diminuent peu à peu les dimensions et l'excentricité. Mais si l'impulsion communiquée au poids est assez considérable pour l'éloigner de la verticale d'un angle de 15 à 20°, cette permanence de situation de l'ellipse ne subsistera plus. On en verra l'axe changer de position à chaque révolution du poids, et s'avancer dans le même sens que le mouvement de celui-ci, par une progression uniforme et régulière, qui finira par renverser entièrement sa situation, en faisant coïncider la direction des plus longues excursions avec celle suivant laquelle les plus courtes avaient eu lieu antérieurement; et ainsi de suite autour de tout le cercle; reproduisant, en un mot, entièrement à l'œil le mouvement des apsides de l'orbite de la lune.

570. Si maintenant nous recherchons la cause de cette progression des apsides, il ne nous sera pas difficile de la trouver. Lorsqu'un poids est suspendu par un fil métallique, et qu'on l'écarte de la ligne verticale, il est sollicité vers le point le plus bas (ou plutôt dans une direction à chaque instant perpendiculaire au fil) par une force qui varie comme le sinus de l'angle formé par le fil et la perpendiculaire. Or, les sinus d'arcs très petits sont à-peu-près dans la proportion des arcs eux-mêmes; et cette proportion est d'autant plus exacte, que les arcs sont plus petits. Si donc les déviations de la direction verticale sont si petites que nous puissions négliger la courbure de la surface sphérique dans laquelle le poids se meut, et que nous regardions la courbe décrite comme se confondant avec sa projection sur un plan horizontal, il se mouvra alors sous les mêmes circonstances que si c'était un corps tournant attiré au centre par une force qui varierait directement comme la distance; et, dans ce cas, la courbe décrite serait une ellipse qui aurait son centre d'attraction, non au foyer, mais au centre, et les apsides de cette ellipse demeureraient fixes. Mais si les excursions de ce poids hors de la ligne verticale sont considérables, la force qui le sollicite vers le centre s'écartera, dans sa loi, de la raison simple des distances, car la force varie comme le *sinus*, tandis que les distances varient comme les arcs. Or, quoique le sinus s'accroisse à mesure que s'accroît l'arc, il ne s'accroît pas aussi vite. Aussitôt que l'arc a acquis une grandeur sensible, le sinus commence à être moins grand que ne pourrait le comporter une exacte proportionnalité numérique; et, par conséquent, la force qui sollicite le poids vers son centre ou point de repos, se trouve, à de grandes distances, dans une proportion pareille, un peu plus petite que celle qui maintiendrait le corps dans son orbite elliptique précise. Elle n'aura donc plus, à ces grandes distances, la même action sur le poids, *en proportion de sa vitesse*, qui la mettrait en état de le faire dévier de sa direction rectiligne tangentielle pour lui faire suivre une courbe elliptique. La véritable ligne qu'il décrit sera *moins courbe dans les points les plus éloignés* que ne le veut la forme elliptique, comme dans la figure 73; et, par conséquent, son mouvement ne sera pas aussitôt ramené à angles droits avec le rayon; il faudra une action plus long-temps continuée de la force centrale pour produire ce résultat; et avant que cette condition s'accomplisse, il faudra que le mouvement angulaire ait parcouru plus d'un quart de sa révolution autour du centre. Mais ceci n'est que la paraphrase d'un fait qui se résume plus laconiquement en ces mots : *les apsides de son orbite sont progressifs*.

571. Or, c'est ce qui a lieu, en changeant les circonstances, pour les mouvemens lunaire et planétaires. L'action du soleil sur la lune, par exemple, comme nous avons vu, outre la force tangentielle, dont nous ne considérons point à présent les effets, produit une force radiale dont la loi n'est point celle de la gravitation directe de la terre. Ainsi, lorsqu'elle se combine avec l'attraction de la terre, elle fait suivre à la lune une orbite qui s'écarte de l'ellipse, étant ou *trop*

courbe, ou *trop peu*, à partir du périgée, pour l'amener à un apogée éloigné exactement de 180° du périgée. *Trop courbe*, si la force composée ainsi produite décroît dans une proportion plus lente que le rapport inverse des carrés des distances (c'est-à-dire, est trop forte dans les distances éloignées; *trop peu courbe*, si la force combinée décroît plus vite que la gravité ou plus rapidement que le rapport inverse des carrés, et est par conséquent trop faible à la plus grande distance. Dans le premier cas (fig. 74), la courbure étant excessive, amènera la lune à son apogée plus tôt que cela n'aurait lieu dans une orbite elliptique; dans le second (fig. 75), la courbure est insuffisante, et l'amènera, par conséquent, plus tard à un apogée. Ainsi, dans la première circonstance, la ligne des apsides rétrogradera; dans la seconde, elle avancera.

572. Ces deux cas se manifestent dans différentes configurations du soleil et de la lune. Dans les syzygies, l'effet de l'attraction du soleil est d'affaiblir la gravitation de la terre par une force, dont la loi de variation, au lieu d'être en raison inverse du carré de la distance, suit la raison directe de la distance; tandis que, dans les quadratures, le contraire a lieu, tout l'effet de la force perturbatrice radiale se réunissant à la gravitation terrestre, mais la portion ajoutée se trouvant toujours, comme dans le premier cas, en raison directe de la distance. Le mouvement de la lune s'opérera donc dans une ellipse dont les apsides sont, dans la première de ces situations, dans un état d'avance, et, dans la dernière, dans un état de rétrogradation. Mais, comme nous l'avons déjà vu (art. 556), l'effet moyen provenant de la réaction de ces valeurs temporaires de la force perturbatrice, donne la prépondérance à la puissance soustractive ou affaiblissante. L'apogée lunaire avancera donc dans une révolution moyenne.

573. Le raisonnement ci-dessus rend un compte général assez satisfaisant de l'avance de l'apogée lunaire; mais ce n'est pas sans beaucoup de difficulté qu'on peut en faire usage pour déterminer numériquement la rapidité d'un pareil mouvement; encore ne peut-on découvrir pour cette vitesse que la moitié de celle que donne l'observation; l'autre moitié est due à la force tangentielle. Il est évident qu'un accroissement de vitesse dans la lune aura pour effet de diminuer la courbure de son orbite, comme le ferait le décroissement de la force centrale, et *vice versâ*. Or, l'effet direct de la force tangentielle est de produire une oscillation dans la vitesse de la lune au-dessus et au-dessous de *la valeur elliptique* de cette vitesse, et, par conséquent, de faire alternativement avancer et rétrograder l'apogée. Il en résulterait une compensation à chaque révolution synodique, *si l'apogée était invariable*. Mais tel n'est point le cas; l'action de la force radiale fait *avancer rapidement* l'apogée, comme on l'a expliqué ci-dessus. Il reste donc une partie non compensée de l'action de la force tangentielle (selon le raisonnement déjà si souvent employé dans ce chapitre), et cette portion est tellement répartie sur l'orbite, qu'elle concourt avec la première cause, et en double presque l'effet. C'est là ce qu'entendent les géomètres lorsqu'ils disent que cette partie du mouvement de l'apogée est due au carré de la force perturbatrice. La perturbation de l'apogée due à la force tangentielle se compenserait, sans le mouvement que la force radiale a déjà imprimé à l'apogée; en sorte que nous avons ici la réaction d'une perturbation sur une autre perturbation.

574. L'effet aussi curieux que compliqué de la perturbation, que l'on vient de décrire dans l'article précédent, a suscité plus d'embarras aux géomètres qu'aucune autre partie de la théorie lunaire. Newton lui-même avait réussi à découvrir cette partie du mouvement de l'apogée qui est due à l'action directe de la force radiale; mais ne trouvant pour sa valeur que la moitié de ce qu'assigne l'observation, il paraît avoir abandonné ce sujet en désespoir de cause. Pendant long-temps ses successeurs n'obtinrent pas plus de succès en se livrant aux mêmes recherches. Au contraire, le résultat de Newton sembla même se vérifier

dans tous ses détails, et l'étude assidue à laquelle on se livra à cet égard sans succès, commença à faire douter fortement que cette circonstance des mouvemens lunaires pût s'expliquer le moins du monde par la loi newtonienne sur la gravitation. Le doute, toutefois, fut levé, presque à l'instant où il prit naissance, par le même géomètre, Clairaut, qui, le premier, lui avait donné cours, et qui répara glorieusement l'erreur de son hésitation momentanée, en démontrant le parfait accord de la théorie avec l'observation, lorsque l'on a soin de prendre en considération l'effet de la force tangentielle. L'apogée lunaire opère sa révolution, comme nous l'avons déjà dit (art. 360), dans environ neuf ans.

575. La même cause qui donne naissance au déplacement de la ligne des apsides de l'orbite troublée, produit un changement correspondant dans son excentricité. C'est ce que rend évident un coup-d'œil jeté sur les figures 74 et 75. Ainsi, dans la figure 74, puisque le corps troublé, en passant de l'apside inférieur à l'apside supérieur, est sollicité par une force plus grande que celle qui le retiendrait dans une orbite elliptique, et qu'il est forcé de décrire une ligne trop courbe, son chemin (aussi long-temps que ces circonstances existeront) se trouvera constamment dans l'intérieur de l'ellipse, tel que l'indique la ligne pointée; et quand il sera arrivé à l'apside supérieur, sa distance sera moindre que dans l'ellipse non troublée, c'est-à-dire que l'excentricité de son orbite, évaluée d'après les distances relatives des deux apsides au foyer, sera diminuée, ou que l'orbite se sera rapprochée davantage de la forme circulaire. L'effet contraire aura lieu dans le cas de la figure 75. Il existe donc entre le déplacement momentané du périhélie de l'orbite troublée, et la variation passagère de son excentricité, un rapport qui ressemble beaucoup à celui qui lie le changement d'inclinaison avec le mouvement des nœuds; et, en effet, les théories rigoureuses que fournit la géométrie pour les deux cas, nous révèlent une étroite analogie entre eux, et conduisent à des résultats définitifs, absolument de la même nature. Le changement d'inclinaison est au mouvement du nœud ce qu'est la variation d'excentricité au mouvement du périhélie. Dans l'un et l'autre cas, la période de l'un est aussi la période de l'autre; et tandis que les périhélies décrivent des angles considérables par un mouvement oscillatoire de va-et-vient, ou circulent dans d'immenses périodes autour du cercle entier, les excentricités croissent et décroissent par des changemens comparativement petits, et sont à la fin rétablies dans leurs grandeurs primitives. Comme, dans l'orbite lunaire, la rotation rapide des nœuds empêche que la variation d'inclinaison ne s'accumule jusqu'à une valeur notable, de même, la révolution encore plus rapide de son apogée opère une prompte compensation dans les oscillations de son excentricité, et ne les laisse jamais s'élever à une quantité considérable; tandis que les mêmes causes, en présentant *rapidement* l'orbite lunaire dans toutes les situations possibles à toutes les forces perturbatrices, tant du soleil que des planètes, ou du renflement de la matière équatoriale terrestre, empêchent l'accumulation séculaire de petites variations, au moyen desquelles, dans le laps des siècles, son ellipticité pourrait s'accroître ou diminuer d'une manière sensible. Aussi, l'observation nous fait-elle voir que l'excentricité *moyenne* de l'orbite de la lune est la même aujourd'hui que dans les siècles les plus reculés de l'astronomie.

576. Les mouvemens des périhélies et les variations d'excentricité des orbites planétaires sont entrelacés et compliqués entre eux de la même manière et presque d'après les mêmes lois que les variations de leurs nœuds et de leurs inclinaisons. Ils réagissent tous entre eux, et à chaque réaction se manifestent des périodes respectives de compensation; chaque période se propage ensuite dans tout le système, conformément au principe de l'article 526. De là naissent cycles sur cycles, de la durée desquels on peut se faire une idée, en considérant quelle est la longueur d'une seule période de cette espèce dans le cas des deux princi-

pales planètes, Jupiter et Saturne. Négligeant l'action des autres, l'effet de leur attraction mutuelle serait de produire une variation dans l'excentricité de l'orbite de Saturne, de 0.08409, son *maximum*, 0.01345, son *minimum*, tandis que celle de Jupiter varierait entre les limites plus étroites de 0.06036 et 0.02606, la plus grande excentricité de Jupiter correspondant à la plus petite de Saturne, et *vice versâ*. La période dans laquelle ces changemens s'accomplissent serait de 70414 ans. Après un pareil exemple, on concevra facilement qu'il faut bien des millions d'années pour opérer la révolution entière du cycle combiné qui doit ramener tout le système à son état primitif, en tant qu'il s'agit des excentricités des orbites.

577. Le lieu du périhélie d'une planète a peu d'importance pour son bien-être ; mais son excentricité en a beaucoup attendu que c'est de celle-ci (les axes des orbites étant permanens) que dépendent la température moyenne de sa surface, et les variations extrêmes auxquelles ses saisons peuvent être sujettes. Car on peut faire voir aisément que *la quantité annuelle moyenne* de lumière et de chaleur que le soleil communique à une planète est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle au petit axe de l'ellipse qu'elle décrit. Ainsi, toute variation dans l'excentricité en changeant le petit axe, altérera la température moyenne de la surface. L'article 345 nous apprend comment une pareille variation influencera aussi les extrêmes de la température. Or il est naturel que l'on se demande si, dans le vaste cycle cité ci-dessus, dans lequel à une époque ou à une autre, des changemens dus à diverses causes, sont susceptibles de s'accumuler sur l'orbite d'une planète, il ne pourrait pas arriver que l'excentricité d'une planète quelconque, de la terre par exemple, devînt prodigieusement grande, de manière à détruire ces rapports qui la rendent habitable pour l'homme, ou à donner lieu au moins à de grands changemens dans son état physique. Les recherches des géomètres nous ont mis en état de répondre négativement. Lagrange a démontré qu'il y avait entre les masses, les axes des orbites, et les excentricités de chaque planète, un rapport semblable à celui que nous avons déjà établi à l'égard de leurs inclinaisons, savoir : *que si la masse de chaque planète est multipliée par la racine carrée de l'axe de son orbite, et le produit par le carré de son excentricité, la somme de tous ces produits, étendue à tout le système, est invariable* ; et, comme en point de fait, cette somme est extrêmement petite, elle restera toujours telle. Or, puisque les axes des orbites ne sont sujets à aucun changement séculaire, cela revient à dire qu'aucune orbite n'augmentera d'excentricité qu'aux dépens d'un fonds commun, dont la totalité est, et doit rester à jamais, extrêmement modique.

578. Nous avons parlé, dans notre avant-dernier article, de perturbations produites dans l'orbite lunaire par la protubérance de l'équateur terrestre. L'attraction d'une sphère est la même que si toute sa matière était condensée en un seul point à son centre ; mais tel n'est point le cas pour un sphéroïde. L'attraction d'une pareille masse n'est pas exactement dirigée vers son centre, et elle ne suit pas non plus rigoureusement la loi de la raison inverse des carrés des distances. Il en résultera une série de perturbations, d'une très petite valeur totale, mais cependant perceptible dans les mouvemens lunaires, dont le nœud et l'apogée de la lune se trouveront affectés. Une conséquence plus remarquable de cette cause, cependant, c'est une légère nutation de l'orbite de la lune, exactement analogue à celle que produit la lune dans le plan de l'équateur terrestre, par son action sur la même protubérance elliptique. Et, en général, on peut observer que dans les systèmes des planètes qui ont des satellites, la figure elliptique de la planète primaire a de la tendance à faire coïncider les orbites des satellites avec son équateur, tendance qui, quoique légère dans le cas de la terre, devient cependant, lorsqu'il s'agit de Jupiter, dont l'ellipticité est très considérable, et

surtout de Saturne, où l'ellipticité du corps est augmentée par l'attraction des anneaux, prédominante sur toutes les causes extérieures et intérieures de perturbation, et produit et maintient une coïncidence presque exacte avec les plans en question. Tel est du moins le cas pour les satellites les plus rapprochés. Les plus éloignés sont, comparativement, moins affectés par cette cause, la différence des attractions entre une sphère et un sphéroïde diminuant avec beaucoup de rapidité selon que la distance s'accroît. Ainsi, tandis que les orbites de tous les six satellites intérieurs de Saturne sont presque exactement dans le plan de l'anneau et de l'équateur de la planète, celle du satellite extérieur, dont la distance à Saturne est entre soixante et soixante-dix diamètres de la planète, est considérablement inclinée à ce plan. D'un autre côté, cette distance considérable, tandis qu'elle permet au satellite de conserver son inclinaison, empêche, par une raison semblable, le double anneau et l'équateur de la planète, d'éprouver une perturbation sensible de sa part, ou de subir des mouvemens appréciables analogues à notre nutation et à notre précession. S'il en existe, ils doivent être beaucoup plus lents que ceux de notre terre; car la masse de ce satellite (quoique la plus considérable de son système) est, autant que son volume apparent peut nous permettre d'en juger, une beaucoup plus petite fraction de celle de Saturne que la lune ne l'est de celle de la terre; tandis que la précession solaire, en raison de l'immense distance du soleil, doit être tout-à-fait inappréciable.

579. C'est au moyen des perturbations des planètes, découvertes par l'observation et comparées à la théorie, que nous arrivons à la connaissance des masses de ces planètes qui, n'ayant pas de satellites, se dérobent à tout autre moyen d'investigation à cet égard. Chaque planète produit une quantité de perturbation, dans les mouvemens de toutes les autres, proportionnée à sa masse, et au degré d'influence que lui donne sa situation dans le système sur leurs mouvemens. Le dernier élément est sujet à un calcul exact; le premier ne nous est connu que par ses résultats éprouvés. Toutefois, pour déterminer, par ce moyen, les masses des planètes, la théorie prête le plus grand secours à l'observation, en signalant les combinaisons les plus favorables pour dégager cette connaissance de la masse confuse des inégalités superposées qui affectent chaque lieu observé d'une planète; en indiquant les lois de chaque inégalité dans son accroissement et sa diminution périodiques; et en faisant voir comment chaque inégalité particulière dépend, quant à sa valeur, de la masse qui la produit. C'est ainsi que l'on a reconnu dernièrement que la masse de Jupiter lui-même (employée par Laplace dans ses recherches, et intercalée dans toutes les tables planétaires), d'après les observations des perturbations qu'elle a produites dans les mouvemens des planètes ultrà-zodiacales, avait été insuffisamment déterminée, ou plutôt que l'on s'était considérablement mépris sur sa valeur, en se fiant trop aux travaux relatifs à ses satellites, auxquels Pond et d'autres astronomes s'étaient livrés depuis longtemps avec des instrumens qui ne réunissaient pas les qualités requises. L'on est arrivé aux mêmes résultats, et l'on a obtenu à peu près la même masse, au moyen des perturbations produites par Jupiter sur la comète de Encke. L'erreur était d'une grande importance, en songeant que la masse de Jupiter est l'élément le plus puissant du système planétaire après celui du soleil. Il est donc satisfaisant d'avoir signalé (et nous devons cela aux observations récentes du professeur Airy) la cause de l'erreur; d'être remonté à sa source, de l'avoir trouvée dans l'insuffisance des mesures micrométriques des plus grandes élongations des satellites, et de l'avoir vue disparaître, lorsque des mesures prises avec beaucoup de soin, et avec des instrumens infiniment supérieurs, ont été substituées à celles dont on avait fait usage jusqu'alors.

580. De même que les perturbations des planètes nous conduisent à la connaissance de leurs masses, en les comparant avec celle du soleil; ainsi les per-

turbations des satellites de Jupiter, et celles des satellites de Saturne, nous conduiront un jour, sans aucun doute, à savoir quelle est la proportion de *leurs* masses avec leurs planètes primaires respectives. Le système des satellites de Jupiter a été traité avec la plus grande profondeur par Laplace; et c'est d'après sa théorie, comparée aux innombrables observations de leurs éclipses, que les masses qui leur ont été assignées à l'art. 463 ont été fixées. Il est peu de résultats de la théorie qui soient aussi surprenans que celui de voir ces petits atomes pesés dans la même balance que nous avons appliquée à la masse imposante du soleil, qui surpasse le plus petit d'entre eux dans l'énorme proportion de 65000000 à 1.

CHAPITRE XII.

DE L'ASTRONOMIE SIDÉRALE.

Des étoiles en général. — Leur distribution en classes selon leurs grandeurs apparentes. — Leur distribution dans le ciel. — De la voie lactée. — Parallaxe annuelle. — Distances réelles, dimensions probables et nature des étoiles. — Etoiles variables. — Etoiles temporaires. — Des étoiles doubles. — Leur révolution autour l'une de l'autre dans des orbites elliptiques. — Extension de la loi de la gravité à ces systèmes. — Des étoiles colorées. — Mouvement propre du soleil et des étoiles. — Aberration systématique et parallaxe.— Des systèmes stellaires composés. — Groupes d'étoiles. — Des nébuleuses. — Etoiles nébuleuses. — Nébuleuses annulaires et planétaires. — Lumière zodiacale.

581. En outre des corps que nous avons décrits dans les chapitres précédens, le firmament nous offre une multitude innombrable d'autres globes que l'on appelle généralement du nom d'*étoiles*. Quoique ces astres diffèrent individuellement les uns des autres, non seulement en éclat, mais en beaucoup d'autres points essentiels, il est un attribut qui leur convient à tous, *un haut degré de permanence*, quant à leur situation apparente relative. C'est ce qui leur a valu le titre d'*étoiles fixes;* expression que l'on doit entendre dans un sens relatif, et non absolu, car il est certain qu'un grand nombre, et probablement que toutes sont dans un état de mouvement, quoique trop lent pour que l'on puisse s'en apercevoir sans recourir aux observations les plus délicates, continuées pendant une longue suite d'années.

582. Les astronomes sont dans l'usage de distinguer les étoiles en classes, selon leur éclat apparent. On les appelle *grandeurs*. Les étoiles les plus brillantes sont dites de *première grandeur;* celles qui se distinguent par un éclat immédiatement inférieur sont classées dans la seconde, et ainsi de suite, jusqu'à la sixième ou septième, qui comprennent les plus petites étoiles visibles à l'œil nu, pendant une nuit très sereine et très obscure. Les télescopes, toutefois, continuent la série des classes de visibilité, et les grandeurs du huitième ordre jusqu'au seizième sont familières aux astronomes qui font usage de puissans instrumens. Et rien ne fait croire que l'on puisse assigner une limite à cette progression; car chaque fois que de nouvelles découvertes dans la science de l'optique ont augmenté les dimensions et la puissance des instrumens, des groupes innombrables d'étoiles qui jusqu'alors étaient restés invisibles, sont venus s'offrir aux regards; en sorte que, autant que l'expérience a pu nous l'apprendre jusqu'ici, le nombre des étoiles peut être réellement infini, dans la seule acception que nous puissions assigner à ce terme.

583. Toutefois, cette classification en grandeurs, il faut l'observer, est tout-à-fait arbitraire. Sur une foule de corps lumineux, qui diffèrent probablement, et d'une manière intrinsèque, tant en volume qu'en éclat, et qui sont rangés à des distances inégales de nous, l'un d'entre eux doit nécessairement paraître le plus brillant, un autre un peu moins, et ainsi de suite. Un ordre de succession (relatif, par conséquent, à notre situation locale parmi eux) *doit* exister, et il est tout-à-fait indifférent où nous prenions nos lignes de démarcation dans cette progression descendante infinie, depuis l'une des plus brillantes jusqu'à celles invisibles. Tout ceci est un objet de pure convention. L'usage, au reste, l'a établi; et quoiqu'il soit impossible de déterminer exactement, ou *à priori*, où un groupe finit et où le suivant commence, et que plusieurs observateurs ne se soient pas trouvés d'accord sur leurs grandeurs, les astronomes ont, en général, borné la première classe à environ 15 ou 20 étoiles principales; la seconde à 50 ou 60, immédiatement inférieures; la troisième à environ 200, encore plus petites, et ainsi du reste, les nombres augmentant avec beaucoup de rapidité à mesure que nous descendons l'échelle de la splendeur. Le nombre total des étoiles, déjà notées jusqu'à la septième grandeur inclusivement, s'élève à 15000 ou 20000.

584. Comme nous ne voyons pas le disque réel d'une étoile, et que nous ne jugeons de son éclat que par l'impression totale qu'elle fait sur nos yeux, sa grandeur apparente dépendra évidemment, 1°. de la distance où nous sommes de l'étoile; 2°. de la grandeur absolue de sa surface éclairée; 3°. de l'éclat intrinsèque de cette surface. Or, comme nous ne savons rien, ou presque rien, d'aucune de ces données, et que nous avons tout lieu de croire que chacune de ces données peut différer, selon les corps, dans le rapport de plusieurs millions à l'unité, il est clair que nous ne saurions nous attendre à des conclusions bien satisfaisantes des exposés numériques des groupes formés dans nos classes artificielles. Le fait est que les astronomes n'ont pas encore pu s'entendre sur aucun principe en vertu duquel les grandeurs puissent se ranger *photométriquement*, quoiqu'ils aient paru pencher à croire qu'il y avait de la tendance à une progression géométrique, dont chaque terme est la moitié du précédent. Néanmoins, il serait fort à désirer que, mettant de côté toute classification arbitraire, on établît une évaluation numérique, fondée sur des expériences photométriques précises, de l'éclat apparent de chaque étoile. Cela imprimerait un caractère bien défini à l'histoire naturelle, et servirait de terme de comparaison pour constater les changemens qui se manifesteraient en elles, changemens que nous voyons arriver à plusieurs, et que nous pouvons ainsi hardiment supposer possibles dans toutes. En attendant, l'on peut classer dans sa mémoire, comme première approximation, les proportions suivantes de lumière, déduites des comparaisons expérimentales de sir William Herschel, à l'égard de quelques étoiles choisies.

Lumière d'une étoile de 1re. grandeur.	100.
2e.	25.
3e.	12.
4e.	6.
5e.	2.
6e.	1.

J'ai recueilli de mes propres expériences que la lumière de Sirius (la plus brillante de toutes les étoiles), est environ 324 fois celle d'une étoile de sixième grandeur.

585. Si la comparaison des grandeurs apparentes des étoiles avec leur nombre ne conduit à aucun résultat distinct, il n'en est pas de même lorsque nous les voyons en rapport avec leur distribution locale dans l'étendue du ciel. Si, en

effet, nous nous bornons aux trois ou quatre classes les plus brillantes, nous les trouverons réparties assez uniformément sur la voûte céleste; mais si nous embrassons tout l'espace visible à l'œil nu, nous remarquerons un grand et rapide accroissement dans leur nombre, à mesure que nous approchons des bords de la voie lactée; et lorsque nous faisons usage de télescopes d'un grand pouvoir magnifiant, nous trouvons ces bords peuplés au-delà de toute imagination, dans toute l'étendue de ce cercle, et de la branche qui s'en détache; en sorte que (art. 255) toute la lumière qui en émane n'est au fond qu'un amas d'étoiles, auxquelles on peut assigner le rang de la 10e. ou 11e. classe.

586. Ces phénomènes s'accordent avec la supposition que les étoiles de notre firmament, au lieu d'être dispersées en tous sens indifféremment dans l'espace, forment une couche peu épaisse (en comparaison de sa longueur et de sa largeur), dans laquelle la terre se trouve occuper à peu près le milieu de l'épaisseur, et près du point où elle se subdivise en deux lames principales, inclinées entre elles d'un petit angle. Car il est certain que pour un œil ainsi situé, la densité apparente des étoiles, en les supposant assez uniformément dispersées dans l'espace qu'elles occupent, serait à son *minimum* dans la direction du rayon visuel S A (fig. 76), perpendiculaire aux lames, et à son *maximum* dans la direction de la largeur de la couche, comme SB, SC, SD, augmentant rapidement en passant de l'une à l'autre direction, précisément comme nous voyons un léger brouillard dans l'atmosphère s'épaissir, et revêtir la forme d'un banc nébuleux bien prononcé lorsqu'il s'approche de l'horizon, en conséquence de l'accroissement rapide de la longueur seulement du rayon visuel. Telle est donc l'idée que s'est faite du firmament étoilé sir William Herschel, dont les télescopes puissans ont opéré une analyse complète de cette zône surprenante, et démontré comme un fait qu'elle se compose entièrement d'étoiles. Elles sont si nombreuses dans quelques parties de la zône, qu'en les comptant dans un seul champ de son télescope, il fut conduit à conclure que 50000 étaient passées sous ses yeux dans une zône de deux degrés de largeur, pendant une seule heure d'observation. Les immenses distances auxquelles les régions plus éloignées doivent être situées, expliquent suffisamment la grande supériorité du nombre des étoiles des grandeurs inférieures qu'on y observe.

587. Lorsque nous parlons de l'éloignement relatif de certaines régions du ciel à l'égard d'autres régions, et de notre propre situation parmi elles, une question se présente aussitôt : quelle est la distance de l'étoile la plus rapprochée? Quelle est l'échelle sur laquelle notre firmament visible est construit? Et dans quel rapport ses dimensions se trouvent-elles avec celles de notre système immédiat? Les astronomes, toutefois, se reconnaissent jusqu'à ce jour hors d'état d'y répondre. Tout ce que nous savons à cet égard est négatif. Des observations délicates et des combinaisons fournies par tout ce que la théorie renferme d'argumens subtils, nous ont fait arriver à l'évaluation exacte, d'abord, des dimensions de la terre; ensuite, en les prenant pour base, à la connaissance de celle de son orbite; et de plus, en fixant, pour ainsi dire, notre station à chacune des extrémités du diamètre de cette orbite, nous avons étendu nos mesures jusqu'aux derniers confins de notre système; et, à l'aide de ce que nous connaissons des excursions des comètes, nous nous sommes comme frayé une route un pas ou deux au-delà de l'orbite de la planète la plus éloignée. Mais cette extrême orbite et l'étoile la plus voisine sont séparées par un abîme, dont les observations faites jusqu'ici n'ont pu scruter la profondeur, même par approximation, ou nous fournir une distance, quelque grande qu'elle soit, pour la mesurer, qui ne se trouve pas supérieure à toutes les distances imaginables.

588. Le diamètre de la terre nous a servi de base dans la *triangulation* de notre système (art. 226) pour calculer la distance du soleil : mais l'extrême petitesse

de la parallaxe de cet astre (art. 304) rend si délicat le calcul fondé sur un triangle construit avec de si mauvais élémens (art. 227), qu'il n'y a que l'heureux concours de circonstances favorables fournies par les passages de Vénus (art. 409) qui puisse en rendre les résultats dignes de quelque confiance. Cependant le diamètre de la terre est une trop petite base pour servir à une triangulation directe jusqu'aux confins de notre système planétaire même (art. 449); et nous sommes, par conséquent, obligés de substituer *la parallaxe annuelle* à celle diurne, ou, ce qui revient au même, de baser notre calcul sur les vitesses relatives de la terre et des planètes dans leurs orbites (art. 414), si nous voulons pousser notre triangulation jusqu'à cette limite. On pourrait s'attendre assez naturellement à ce que, en portant ainsi la longueur de cette base jusqu'à celle du vaste diamètre de l'orbite de la terre, on fît un pas très avantageux dans notre triangulation (art. 227), à ce que notre changement de station, d'une extrémité de ce diamètre à l'autre, produisît une quantité perceptible et mesurable de la parallaxe annuelle pour les étoiles, et à ce que par ce moyen nous parvinssions à connaître leur distance. Mais, après avoir épuisé tous les degrés de sagacité dans les observations, les astronomes se sont trouvés dans l'impossibilité d'arriver à aucun résultat positif et concluant à ce sujet; et il semble, par conséquent, démontré, que la valeur de cette parallaxe, même pour celles des étoiles qui ont été jusqu'ici examinées avec le plus grand soin, reste enveloppée et confondue avec les erreurs inhérentes à toutes les évaluations astronomiques. Or tel est le degré de précision auquel celles-ci ont été portées, que si la quantité, dont il s'agit, s'élevait à une seule seconde (c'est-à-dire si le rayon de l'orbite de la terre soustendait, à l'étoile la plus voisine, ce bien petit angle) elle aurait, de toute nécessité, été universellement découverte et reconnue.

589. Le rayon est au sinus d'une seconde, en nombres ronds, comme 200000 est à 1. Ainsi, dans cette proposition, la distance des étoiles au soleil doit au moins surpasser celle du soleil à la terre. Celle-ci, comme nous l'avons déjà vu, surpasse le rayon de la terre dans la proportion de 24000 à 1; et, enfin, pour descendre à des unités ordinaires, le rayon de la terre vaut 4000 de nos milles (6437260 mètres). La distance des étoiles *ne saurait donc être aussi petite* que 4800000000 de rayons terrestres, ou que 19200000000000 de milles (30898846080000000 de mètres). De combien elle peut être plus grande, c'est ce que nous ignorons.

590. L'imagination reste confondue devant de pareils nombres. Le seul moyen que nous ayons de concevoir en quelque sorte de pareils intervalles, nous est offert par le temps qu'il faudrait à la lumière pour les traverser. Or nous savons que la lumière parcourt 192000 milles par seconde (3089884608000 mètres). Elle emploierait donc 100000000 de secondes, ou plus de trois ans, suivant la plus faible évaluation, pour franchir cet espace. A quelle distance devons-nous donc juger que sont ces étoiles innombrables des grandeurs inférieures que nous révèle le télescope. Si nous admettons que la lumière d'une étoile de chaque grandeur soit la moitié de celle de la grandeur immédiatement supérieure, il s'ensuit qu'il faudra qu'une étoile de première grandeur soit transportée à 362 fois sa distance pour ne pas paraître plus considérable qu'une de la seizième grandeur. Il résulte donc de là que parmi les innombrables groupes de ces étoiles visibles au télescope, il doit y en avoir beaucoup dont la lumière a mis au moins mille ans pour arriver jusqu'à nous; et que lorsque nous observons les lieux qu'elles occupent, et que nous marquons leurs changemens, NOUS NE FAISONS RÉELLEMENT QUE LIRE LEUR HISTOIRE DE MILLE ANS DE DATE, transmise ainsi d'une manière étonnante. Nous ne pouvons nous refuser à cette conséquence qu'en adoptant comme alternative une infériorité intrinsèque de lumière dans *toutes* les étoiles plus petites de la voie lactée. Au reste, nous serons mieux en état de juger de la pro-

babilité de cette alternative, lorsque nous aurons étudié d'autres systèmes stellaires, dont le télescope nous révèle l'existence, et dont l'analogie nous convaincra que l'aspect sous lequel nous avons considéré plus haut ce sujet, est en parfaite harmonie avec l'ensemble des faits astronomiques.

591. Quittant, toutefois, le champ des hypothèses, et nous renfermant dans les limites qui restent encore au-dessous de la vérité, nous ferons usage des connaissances négatives que nous avons acquises sur les distances des étoiles pour arriver à une évaluation vraisemblable de leurs grandeurs réelles. Les télescopes ne nous fournissent pas des renseignemens directs à cet égard. Les disques que les bons télescopes nous font trouver dans les étoiles, ne sont pas réels, mais factices, une pure illusion d'optique. Il faut, par conséquent, que leur lumière soit notre seul guide. Or le docteur Wollaston a, par des expériences directes photométriques, qui ne paraissent laisser de prise à aucune objection, constaté que la lumière de Sirius, telle que nous la recevons, est à celle du soleil comme 1 est à 20000000000. Il faudrait, par conséquent, que le soleil, pour qu'il ne nous parût pas plus éclatant que Sirius, fût transporté à 141400 fois sa distance actuelle. Nous avons vu, toutefois, que la distance de Sirius ne saurait être aussi petite que 200000 fois celle du soleil. Il suit de là que, pour nous en tenir à la plus petite évaluation possible, la lumière réellement émise par Sirius ne saurait être aussi petite que le double de celle émise par le soleil; ou que Sirius doit, quant à sa splendeur intrinsèque, être au moins égal à deux soleils; et il y a toute probabilité qu'il est beaucoup plus grand.

592. Maintenant, dans quel but devons-nous supposer que des corps aussi magnifiques aient été dispersés dans l'immensité de l'espace ? Ce n'a pas été sans doute pour éclairer nos nuits, objet que pourrait bien mieux remplir une lune de plus qui n'aurait que la millième partie du volume de la nôtre, ni pour briller comme un spectacle vide de sens et de réalité, et nous égarer dans de vaines conjectures. Ils sont, il est vrai, utiles à l'homme comme des points permanens auxquels il peut tout rapporter avec exactitude; mais il faudrait avoir retiré bien peu de fruit de l'étude de l'astronomie pour pouvoir supposer que l'homme soit le seul objet des soins de son créateur, ou pour ne pas voir dans le vaste et étonnant appareil qui nous entoure des séjours destinés à d'autres races d'êtres vivans. Les planètes, comme nous l'avons vu, tirent leur lumière du soleil; mais il n'en saurait être ainsi des étoiles. Elles sont donc elles-mêmes des soleils, sans aucun doute, et gouvernent peut-être, chacune dans sa sphère comme centre, d'autres planètes qui circulent autour d'elles, ou d'autres corps avec lesquels nous chercherions en vain quelque analogie dans l'organisation de notre système solaire.

593. Nous ne manquons toutefois pas d'analogies, qui valent mieux que des conjectures, pour établir une correspondance entre les lois dynamiques qui règnent dans les régions éloignées des étoiles, et celles qui régissent les mouvemens de notre système. Partout où nous pouvons reconnaître la loi de périodicité, le retour régulier des mêmes phénomènes dans les mêmes temps, nous sommes fortement prévenus de l'idée d'un mouvement de rotation ou de circulation dans une orbite. Il est des étoiles qui, tout en n'offrant aucun caractère qui les distingue des autres, soit par un changement apparent de place, ou par une différence d'aspect dans les télescopes, n'en subissent pas moins un accroissement et une diminution d'éclat périodiques et réguliers, qui, dans un ou deux cas, se résolvent en une extinction et une reproduction complètes. On les appelle *étoiles périodiques*. Une des plus remarquables est l'étoile *omicron* dans la constellation de la Baleine, signalée pour la première fois par Fabricius en 1596. Elle paraît environ douze fois dans onze ans, ou, plus exactement, dans une période de 334 jours, se présente dans son plus grand éclat pendant environ 15 jours, époque où elle est quelquefois égale à une grande étoile de seconde grandeur ;

va en diminuant pendant trois mois environ, jusqu'à ce qu'elle soit complètement invisible; demeure dans cette situation environ cinq mois, au bout desquels elle redevient visible, et continue à s'accroître pendant les autres trois mois de sa période. Elle ne reprend cependant pas toujours le même éclat, et son augmentation et sa diminution ne s'opèrent pas par les mêmes degrés. Hévélius raconte cependant (Lalande, art. 794) que pendant les quatre années entre octobre 1672, et décembre 1676, elle n'a pas paru du tout.

594. Une autre étoile périodique très remarquable est celle appelée *algol*, ou β de Persée. Elle est ordinairement visible comme une étoile de seconde grandeur, et continue à l'être pendant 2 jours 14 heures, au bout desquels elle commence tout-à-coup à diminuer d'éclat, et pendant environ 3 heures et demie est réduite à la quatrième grandeur. Elle recommence alors à s'accroître, et, après un nouveau laps de temps de trois heures et demie, elle est rétablie dans son éclat ordinaire, accomplissant toutes ses variations dans 2 j. 20 h. 48 m., ou environ. Cette loi remarquable de variation porte tous les caractères de la probabilité d'une révolution autour de cette étoile de quelque corps opaque, qui, interposé entre nous et algol, masque une grande partie de sa lumière; aussi est-ce la solution qu'en a donnée Goodricke, à qui nous devons la découverte de ce fait remarquable, en 1782. Depuis lors l'on a continué d'observer les mêmes phénomènes, quoique avec beaucoup moins de zèle que ne semblerait le commander le haut intérêt qui s'y rattache. Sous quelque aspect qu'on les considère, ils révèlent le plus haut degré d'*activité* dans des régions où, sans de pareils témoignages, nous pourrions croire que tout est privé de la vie. Il faut à notre propre soleil neuf fois cette période pour accomplir une révolution sur son axe. D'un autre côté, le temps périodique d'un corps opaque en circulation, suffisamment volumineux, qui produirait un semblable obscurcissement temporaire du soleil, serait moindre que 14 heures.

595. La liste suivante offre des exemples d'étoiles périodiques de chaque variété de période, telles que nous les offre l'état de la science dans ce moment.

Noms des étoiles (1).	Périodes.	Variation de grandeur.	Auteurs des découvertes.	
	j. h. m.			
β de Persée.	2. 20. 48	2. à 4.	Goodricke, Palitzch,	1782. 1783.
δ de Céphée.	5. 8. 37	3.4 — 5.	Goodricke,	1784.
β de la Lyre.	6. 9. 0	3. — 4.5.	Goodricke,	1784.
η d'Antinoüs.	7. 4. 15	3.4 — 4.5.	Pigott,	1784.
α d'Hercule.	60. 6. 0	3 — 4	Herschel,	1796.
η du Serpent.	180.	7 — 0	Harding,	1826.
ο de la Baleine.	334.	2 — 0	Fabricius,	1596.
χ du Cygne.	396. 21.	6 — 11	Kirch,	1687.
367 B de l'Hydre.	494.	4 — 10	Maraldi,	1704.
34 Fl du Cygne.	18 ans.	6 — 0	Janson,	1600.
420 M du Lion.	Plus. ann.	7 — 0	Koch,	1782.
κ du Sagittaire.	*Idem.*	3 — 6	Halley,	1676.
ψ du Lion.	*Idem.*	6 — 0	Montanari,	1667.

(1) Les lettres B, Fl et M se rapportent aux catalogues de Bode, de Flamsteed et de Mayer.

Les variations de ces étoiles cependant paraissent être affectées, sinon pour la durée de leurs périodes, au moins pour l'étendue de leurs changemens, de causes physiques actuellement inconnues. Nous avons déjà signalé la non apparition

d'o de la Baleine pendant quatre ans; et, à cet exemple, nous devons ajouter celui de χ du Cygne, que Cassini assure avoir été à peine visible pendant les années 1699, 1700 et 1701, époques où il aurait dû être le plus apparent.

596. Ces irrégularités nous préparent à d'autres phénomènes de variation stellaire, que jusqu'ici l'on n'a encore soumis à aucune loi de périodicité, et que, vu notre ignorance et notre inexpérience, nous devons regarder comme tout-à-fait accidentels; ou, s'ils sont périodiques, ils appartiennent à des périodes trop longues pour s'être reproduits plus d'une fois dans les limites des observations traditionnelles. Les phénomènes, dont nous parlons, sont ceux des étoiles temporaires qui se sont montrées de temps en temps dans différentes régions du ciel, en flamboyant d'un éclat extraordinaire; et qui, après être restées pendant quelque temps immobiles, se sont éteintes sans laisser de trace. Telle est l'étoile qui, apparaissant tout à coup l'an 125 avant Jésus-Christ, attira, dit-on, l'attention d'Hipparque et l'engagea à dresser un catalogue d'étoiles, le plus ancien dont l'histoire fasse mention. Telle fut aussi l'étoile qui jeta soudainement un vif éclat l'an 389 de notre ère, près de l'α de l'aigle et qui pendant trois semaines resta aussi brillante que Vénus, pour disparaître entièrement. En 945, 1264 et 1572, de brillantes étoiles se montrèrent dans la région du ciel entre Céphée et Cassiopée; et, si aux renseignemens imparfaits que nous avons des lieux des deux premières, comparés avec le lieu de la dernière, qui a été bien déterminé, nous ajoutons la coïncidence assez exacte des intervalles de leur apparition, nous sommes fondés à penser que ce sont une seule et même étoile, avec une période d'environ 300, ou, comme le suppose Goodricke, de 150 ans. L'apparition de l'étoile de 1572 fut si subite, que Tycho-Brahé, célèbre astronome danois, revenant un soir (le 11 novembre) de son observatoire à sa demeure, fut surpris de voir un groupe de villageois regarder attentivement une étoile, qu'il savait ne pas exister une heure auparavant. C'était l'étoile en question. Elle était alors aussi brillante que Sirius, et elle continua à s'accroître jusqu'à surpasser Jupiter dans son plus grand éclat, et à être visible à midi. Elle commença à diminuer en décembre de la même année, et en mars 1574 elle avait entièrement disparu. De même, aussi, le 10 octobre 1604, une étoile de ce genre, et non moins brillante, surgit tout à coup dans la constellation du serpentaire, et resta visible jusqu'au mois d'octobre 1605.

597. Des phénomènes semblables, quoique moins éclatans, se sont révélés dans les temps modernes; nous citerons entre autres l'étoile de troisième grandeur, découverte en 1670 par Anthelme, dans la tête du Cygne, étoile qui, après être devenue complètement invisible, a reparu, et après avoir subi une ou deux surprenantes variations de lumière, pendant deux ans, a fini par s'éteindre tout-à-fait pour ne plus se montrer. Un examen attentif du ciel, et la comparaison des catalogues, nous apprennent aussi que plusieurs étoiles manquent; et quoiqu'on ne puisse douter que ces pertes n'aient été souvent dues à de fausses insertions, il est également certain que pour beaucoup de cas, il n'y a méprise ni d'observation, ni d'insertion, et que l'étoile a réellement été observée, comme elle a aussi réellement disparu du ciel. C'est là une branche de l'astronomie pratique que l'on a trop peu cultivée, et c'est précisément celle où les amateurs de la science, munis seulement de bons yeux ou d'instrumens médiocres, pourraient faire de leur temps un excellent emploi. Elle promet une ample moisson de riches découvertes, et est une de celles auxquelles les astronomes sont presque dans l'impossibilité de prendre part, forcés qu'ils sont par la mission qui les attache aux observatoires établis, de se livrer à des observations d'une autre nature. Sir William Herschel a dressé des catalogues de la clarté relative des étoiles pour chaque constellation, dans l'intention formelle de faciliter ces recherches; et le lecteur les trouvera avec un exposé complet de sa méthode de comparaison, dans les *Transactions philosophiques* de 1796 et années suivantes.

598. Nous voici arrivés à une classe de phénomènes d'un caractère bien différent, qui nous donnent un aperçu réel et positif de la nature du moins de quelques étoiles, et nous mettent en état de les déclarer, sans hésitation, sujettes aux mêmes lois dynamiques qui régissent notre système solaire sous le nom de gravitation. En examinant les étoiles avec des télescopes on reconnaît qu'un grand nombre d'entre elles sont doubles, c'est-à-dire se composent de deux (dans quelques circonstances de trois) corps placés l'un près de l'autre. On pourrait attribuer ce phénomène à une proximité accidentelle, s'il ne se révélait que dans quelques occasions; mais la fréquence de cette intimité, l'extrême rapprochement, et, dans beaucoup de cas, la presque égalité des étoiles ainsi réunies, suffiraient pour faire fortement soupçonner un rapport plus étroit qu'une simple juxtaposition éventuelle. On trouve, par exemple, que l'étoile brillante de Castor, vue avec un télescope d'un grand pouvoir magnifiant, consiste en deux étoiles de 3e. ou 4e. grandeur, distantes entre elles d'environ 5″. Les étoiles de cette grandeur, toutefois, ne sont pas si communes dans le ciel qu'il soit vraisemblable que, si elles étaient dispersées au hasard, deux quelconques d'entre elles se trouvassent à une telle proximité. Mais ce n'est là qu'un exemple entre une foule d'autres semblables. Sir William Herschel a compté plus de 500 étoiles doubles, dont les deux corps sont à une demi-minute l'un de l'autre; et le professeur Struve de Dorpat, poursuivant ces recherches à l'aide d'instrumens plus convenablement montés pour ce travail, a presque sextuplé récemment cette liste. D'autres observateurs ont encore agrandi ce catalogue, déjà si considérable, sans épuiser la fécondité des cieux. Parmi ces étoiles, il en est un grand nombre pour lesquelles l'intervalle, entre les centres des deux corps, est moindre qu'une simple seconde, entre autres ε du Bélier, Atlas des Pléïades, γ et η de la Couronne, η et ζ d'Hercule, τ et λ d'Ophiucus. On les partage en classes selon leurs distances, celles à plus grande proximité formant la première classe.

599. Lorsque ces combinaisons furent remarquées pour la première fois, on vit qu'elles pourraient servir à déterminer si le mouvement annuel de la terre dans son orbite produisait ou non un déplacement relatif apparent des corps qui constituent une étoile double. En supposant qu'ils se trouvent à une grande distance l'une derrière l'autre, et qu'ils ne paraissent à-peu-près sur la même ligne que par une juxtaposition accidentelle, il est évident que chaque mouvement de la terre doit soustendre différens angles aux deux astres, ainsi juxtaposés, et, par conséquent, produire différens déplacemens parallactiques à leur égard sur la voûte du ciel regardée comme infiniment éloignée. Par suite du mouvement annuel de la terre, chaque étoile doit paraître décrire dans le ciel une petite ellipse (différente de celle qu'elle paraîtrait décrire en vertu de l'aberration de la lumière, et qu'il ne faut pas confondre avec elle) qui est la section d'un cône oblique elliptique, faite par la surface concave du ciel, ayant son sommet à l'étoile, et l'orbite de la terre pour base; et cette section aura des dimensions d'autant plus petites, que l'étoile sera plus éloignée. Si donc nous regardons deux étoiles, situées en apparence l'une contre l'autre, mais en réalité à des distances très différentes, leurs ellipses parallactiques seront semblables, mais de diverses dimensions. Supposons, par exemple (fig. 77), que S et *s* soient les positions de deux étoiles qui forment en apparence ou *optiquement* une pareille double étoile dont la vue serait prise du soleil, et ABCD, *abcd* leurs ellipses parallactiques; puisqu'elles seront en tout temps semblablement placées dans ces ellipses, lorsque l'une des deux étoiles sera vue en A, l'autre le sera en *a*. Quand la terre aura fait un quart de révolution dans son orbite, leurs lieux apparens seront B*b*: au bout d'un autre quart, C*c*; après un troisième, D*d*. Si donc nous mesurons avec soin, avec des micromètres adaptés à cet effet, leur situation apparente entre elles, à différentes époques de l'année, nous apercevrons un changement périodique tant dans la *direction* de la ligne qui les joint que dans la *distance* entre leurs cen-

tres. Car les lignes A*a* et C*c* ne peuvent être parallèles, ni les lignes B*b* et D*d* égales, que les dimensions des ellipses ne soient égales aussi, c'est-à-dire que les deux étoiles n'aient la même parallaxe, ou ne soient équidistantes de la terre.

600. Or, les micromètres, convenablement montés, nous mettent en état de mesurer très exactement, tant la distance entre deux objets que l'on peut voir simultanément dans le même champ d'un télescope, que la position de la ligne qui les joint à l'égard de l'horizon, ou du méridien, ou de toute autre direction déterminée dans le ciel. On choisit le méridien comme le plus commode ; et la situation de la ligne de jonction entre les deux corps d'une étoile double est rapportée à sa direction, en plaçant au foyer de l'oculaire d'un télescope, monté équatorialement, deux fils en croix à angles droits, et en réglant leur position de manière que l'une des deux étoiles parcoure exactement l'un des fils par son mouvement diurne, tandis que le télescope demeure en repos ; en notant la position des fils, et en faisant tourner tout le système dans son plan par un mécanisme particulier, jusqu'à ce que l'autre fil devienne exactement parallèle à leur ligne de jonction ; et en lisant sur un cercle divisé l'angle parcouru par les fils. On donne à cet appareil le nom de *micromètre de position;* et par son moyen nous déterminons l'*angle de position* d'une étoile double, ou l'angle que la ligne de jonction des deux corps fait avec le méridien; angle que l'on compte ordinairement, sur toute la circonférence, depuis 0 jusqu'à 360°, en commençant au nord, et en avançant d'occident en orient.

601. Les avantages qu'offre cette méthode pour l'évaluation de la parallaxe, sont nombreux et considérables. D'abord, le résultat que l'on peut en obtenir ne dépendant que du déplacement relatif apparent des deux étoiles, ne pourrait que difficilement être influencé par aucune cause capable d'introduire des erreurs dans la détermination séparée du lieu de l'un et de l'autre au moyen de l'ascension droite et de la déclinaison. La réfraction, le plus grand de tous les obstacles qui s'opposent à la précision des déterminations astronomiques, agit également sur les deux étoiles, et est par conséquent éliminée du résultat. Nous n'avons plus rien à craindre des erreurs de graduation dans les cercles, de celles qui proviennent des niveaux ou fils-à-plomb, de celles qui résultent de l'incertitude inséparable des réductions uranographiques de l'aberration, de la précision, etc ; car elles pèsent également sur les deux corps. En un mot, si nous supposons que les étoiles n'ont pas de mouvement propre qui puisse donner lieu à un changement *réel* de situation relative, il n'y a que la différence des parallaxes qui puisse affecter les observations.

602. Telles furent les considérations qui portèrent d'abord sir William Herschel à former une liste des étoiles doubles, et à soumettre à des mesures rigoureuses tous leurs angles de position et leurs distances mutuelles. A peine, toutefois, avait-il préludé à ces mesures, qu'il fut détourné de la recherche de l'objet primitif (recherche qui, au fond, toute palpitante qu'elle est d'intérêt, n'a pas encore été entamée et attend toujours une solution, quoiqu'on ne doive espérer que d'elle seule quelque chance de succès pour obtenir la parallaxe) par des phénomènes d'un caractère tout-à-fait inattendu, qui absorbèrent tout-à-coup son attention. Au lieu de trouver, comme il s'y attendait, cette oscillation annuelle de va-et-vient de l'un des corps de l'étoile double à l'égard de l'autre, cet accroissement et ce décroissement alternatifs annuels de leur distance et de l'angle de position, que devait produire la parallaxe du mouvement annuel de la terre, il observa, en beaucoup d'occasions, un changement régulier progressif ; dans quelques cas affectant principalement les distances, dans d'autres leur position, et toujours dirigé dans le même sens de manière à indiquer clairement, ou un mouvement réel des étoiles elles-mêmes, ou un mouvement général rectiligne du soleil et de tout le système solaire ; produisant une parallaxe d'un ordre

plus élevé que ne le comporte le mouvement circulaire de la terre, et que l'on pourrait appeler *parallaxe systématique.*

603. En supposant les deux étoiles en mouvement l'une indépendamment de l'autre, ainsi que le soleil, il est clair que dans l'intervalle de peu d'années, ces mouvemens doivent être regardés comme rectilignes et uniformes; en sorte que, une fort légère connaissance de la géométrie suffira pour faire voir que le *mouvement apparent* de l'un des deux corps d'une étoile double, rapporté à l'autre comme centre, et tracé sur un plan dans lequel ce dernier sera pris pour un point fixe ou celui de zéro, ne peut être que rectiligne. Mais il en sera autrement s'ils ont entre eux des rapports physiques, tels par exemple que ceux qu'établiraient une proximité réelle et une gravitation réciproque. Dans ce cas ils décriraient des orbites l'un autour de l'autre, et autour de leur centre commun de gravité, et par conséquent, l'orbite apparente de l'un, rapportée à l'autre comme fixe, au lieu d'être une portion de ligne droite, se courberait en tournant sa concavité vers cette dernière. Toutefois, la lenteur des mouvemens exige bien des années d'observation pour constater ce fait : aussi ne fut-ce qu'en 1803, vingt-cinq ans après le commencement de cette recherche, que l'on put arriver à une sorte de solution positive sur le caractère rectiligne ou circulaire des déplacemens observés.

604. Cette année et la suivante, sir William Herschel annonça d'une manière formelle, dans deux mémoires que l'on trouvera dans les *Transactions de la société royale* pour ces époques-là, qu'il existe des systèmes stellaires, composés de deux étoiles qui tournent l'une autour de l'autre dans des orbites régulières, et qui constituent ce que l'on peut appeler des *étoiles binaires*, pour les distinguer des étoiles doubles appelées généralement de ce nom, systèmes dans lesquels ces étoiles, physiquement liées entre elles, sont confondues, peut-être, avec d'autres qui ne sont doubles que par l'effet optique, ou éventuellement juxtaposées dans le ciel à différentes distances de l'œil, tandis que les corps qui composent une étoile binaire sont nécessairement équidistans de l'œil, ou du moins ne peuvent différer en distance de plus du demi-diamètre de l'orbite qu'ils décrivent l'un autour de l'autre, intervalle que l'on peut regarder comme nul eu égard à l'immense distance qui les sépare de la terre. Les mémoires ci-dessus mentionnés présentent cinquante à soixante exemples de variations, plus ou moins considérables, dans les angles de position des étoiles doubles, dont un grand nombre sont trop prononcées, et trop régulièrement progressives, pour que l'on puisse en méconnaître la nature. Ce mouvement a été observé d'une manière bien remarquable, principalement dans Castor, γ de la Vierge, ξ de l'Ourse, 70 et λ d'Ophiucus, σ et η de la Couronne, ξ et μ du Bouvier, η de Cassiopée, γ du Lion, ζ d'Hercule, δ du Cygne, $\varepsilon 4$ et $\varepsilon 5$ de la Lyre, μ du Dragon, et ζ du Verseau. Il a même été assigné à quelques-unes de ces étoiles des périodes de révolution, approximatives seulement, que l'on doit plutôt regarder comme des ébauches fondées sur des conjectures, que comme des résultats amenés par des calculs rigoureux, que l'état de la science ne pouvait alors fournir. Ainsi la révolution de Castor est portée à 334 ans, celle de γ de la Vierge à 708, et celle de γ du Lion à 1200 ans.

605. Des observations subséquentes ont pleinement confirmé ces résultats, non seulement dans leur teneur générale, mais dans la plupart de leurs détails. De toutes les étoiles susmentionnées, il n'en est pas une à laquelle on ne trouve tous les caractères d'une étoile binaire; et, en effet, cette liste comprend à-peu-près tous les corps de ce genre les plus considérables qui aient été découverts jusqu'à ce jour, quoique (si l'on considère combien cet objet a piqué l'attention générale) elle ait depuis peu commencé à s'étendre rapidement. Le nombre des étoiles doubles auxquelles on reconnaît, à n'en pas douter, ce caractère particulier, est de trente à quarante au moment où nous écrivons, et un plus grand

nombre commencent à se révéler chaque fois qu'une nouvelle masse d'observations vient frapper le public. Il faut des télescopes d'un pouvoir très amplifiant pour les observer, parce qu'on ne pourrait autrement découvrir un intervalle entre les corps qui les composent, à-peu-près comme on fait usage de puissans microscopes pour examiner les objets qui sont sous notre main.

606. On sent de reste que des phénomènes de ce genre ne pouvaient être constatés sans qu'on cherchât à les rattacher à des théories dynamiques. Dès le premier moment de leur découverte, on les rapporta naturellement à l'action de quelque puissance, comme celle de la gravitation, qui lie les étoiles reconnues se trouver ainsi dans un état de circulation l'une autour de l'autre; et l'extension à donner, à ces systèmes éloignés, de la loi newtonienne de la gravitation, était si bien garantie par la preuve que nous avons de sa toute puissance dans le nôtre, que quiconque avait étudié ce sujet avec quelque attention, ne pouvait que la reconnaître expressément ou tacitement. Nous devons, toutefois, le premier système de calcul nettement posé, au moyen duquel les élémens elliptiques de l'orbite d'une étoile binaire puissent se déduire des observations de son angle de position et de sa distance à différentes époques, à M. Savary, qui a prouvé que les mouvemens de l'une des plus remarquables d'entre elles (ξ de l'Ourse), recevaient leur explication (en faisant la part des erreurs dues à l'observation) de l'hypothèse d'une orbite elliptique parcourue dans la courte période de 56 ans 1/4. Une méthode différente a conduit le professeur Encke à une orbite elliptique, pour 70 d'Ophiucus, décrite dans une période de 74 ans; et l'auteur de ce traité a lui-même cherché à contribuer d'un grain de sable dans ces recherches intéressantes. On peut regarder les résultats suivans comme les principaux qui aient été obtenus jusqu'ici dans cette branche de l'astronomie :

Noms des étoiles.	PÉRIODE de LA RÉVOLUTION.	LE DEMI-GRAND AXE DE L'ELLIPSE.	EXCENTRICITÉ.
	ANNÉES		
γ du Lion.	1200.	12". 090	0. 61125
γ de la Vierge.	628. 9000	15. 430	0. 75820
61 du Cygne.	452.	3. 679	0. 46670
σ de la Couronne.	286. 6000	8. 086	0. 4164
Castor.	252. 6600	4. 392	
70 d'Ophiucus.	80. 3400	3. 857	
ξ de l'Ourse.	58. 2625		
ζ du Cancer.	55		
η de la Couronne.	43. 40		

607. Parmi ces étoiles, la plus remarquable est peut-être celle de γ de la Vierge, non seulement en raison de la longueur de sa période, mais aussi à cause de la grande diminution de la distance apparente et de l'accroissement rapide du mouvement angulaire l'un autour de l'autre des corps qui la composent. C'est une étoile brillante de quatrième grandeur, et ses étoiles composantes sont presque exactement égales. Elle est connue pour se composer de deux étoiles depuis le commencement du XVIIIe. siècle, époque où la distance des deux corps qui la forment était de 6 à 7 secondes; en sorte qu'un télescope passablement bon suffisait pour les distinguer. Depuis ce temps-là ils se sont constamment rapprochés, et aujourd'hui ils ne sont guère qu'à la distance angulaire d'une seconde l'un de l'autre; en sorte qu'aucun télescope qui ne serait pas d'une portée su-

périeure ne serait capable de nous les présenter autrement que comme un seul corps un peu allongé dans un sens. Heureusement que Bradley, en 1718, remarqua, et nota en marge d'un de ses livres d'observations, que la direction apparente de leur ligne de jonction était parallèle à celle de deux étoiles remarquables, α et δ de la même constellation, vues à l'œil nu; et cette note, qui a été récemment sauvée de l'oubli par les soins du professeur Rigaud, a rendu un service signalé pour la recherche de l'orbite. Elles sont insérées aussi comme étoiles distinctes dans le catalogue de Mayer, ce qui nous fournit un autre moyen d'établir leur situation relative à la date de ses observations, qui eurent lieu vers l'an 1756. Sans entrer ici dans les détails des mesures particulières qui ont été prises, et que l'on trouvera dans des recueils qui leur sont spécialement destinés, il nous suffira de remarquer que la série entière de ces mesures (qui, depuis le commencement du siècle où nous sommes, ont été très nombreuses et prises avec soin, et qui embrassaient un mouvement angulaire de 100°, et une diminution d'un sixième de la distance primitive) est représentée, avec un degré d'exactitude *parfaitement égal à celui de l'observation elle-même*, par une ellipse des dimensions et de la période établies dans la petite table précédente, et dont nous donnons ici les autres élémens nécessaires.

Passage au périhélie.	18 août 1834.
Inclinaison de l'orbite sur le rayon visuel.	22° 58′
Angle de position du périhélie projeté sur la voûte céleste.	36° 24′
Angle de position de la ligne des nœuds, ou intersection du plan de l'orbite avec la surface du ciel.	97° 23′

608. Si la grandeur des périodes de quelques-uns de ces corps est remarquable, l'exiguité de celles des autres ne l'est guère moins. μ de la Couronne a déjà fait une révolution complète depuis la première découverte qu'en a faite sir William Herschel, et est bien avancé dans sa seconde période; et ξ de l'Ourse, ζ du Cancer, et 70 d'Ophiucus ont accompli beaucoup plus que les plus grandes portions de leurs ellipses respectives depuis la même époque. S'il pouvait donc rester quelque doute sur la réalité de leurs mouvemens de translation circulaire, ou que l'on fût tenté de les expliquer par de purs changemens parallactiques, ces faits suffiraient pour rétablir la vérité. Nous avons la même preuve, en effet, des mouvemens qu'ils subissent l'un autour de l'autre, que de la translation d'Uranus et de Saturne autour du soleil; et l'accord qui existe entre les lieux que leur assigne le calcul et ceux que détermine l'observation dans des ellipses si allongées, doit être regardé comme portant avec lui la preuve que la loi newtonienne de la gravitation s'étend jusqu'à leurs systèmes, et qu'elle est de la même nature et de la même force que celle qui détermine les lieux des comètes dans leur marche autour du corps central du système solaire.

609. Mais ce n'est pas des révolutions des corps du genre des planètes ou des comètes autour d'un centre solaire qu'il s'agit maintenant : il s'agit de la révolution d'un soleil autour d'un soleil, chacun, peut-être, accompagné de son cortége de planètes avec *leurs* satellites, complètement cachés à nos yeux par l'éclat de leurs soleils respectifs, et rassemblés dans un espace qui ne saurait guère se trouver dans une plus grande proportion avec l'énorme intervalle qui *les* sépare, que les distances des satellites de nos planètes à leurs primaires avec leurs distances au soleil lui-même. Une subordination moins nettement déterminée serait incompatible avec la stabilité de leurs systèmes et avec la nature des orbites planétaires. A moins de se trouver sous la sauve-garde du corps central auquel elles obéissent immédiatement, l'action de l'autre soleil à son passage au point le plus voisin de sa courbe les entraînerait hors de leurs orbites, ou leur en ferait décrire d'autres qui compromettraient l'existence de leurs ha-

bitans. Il faut avouer qu'ici se présente un champ singulièrement vaste où nous pouvons donner le plus libre essor à notre imagination.

610. Un grand nombre d'étoiles doubles offrent le phénomène curieux et ravissant de couleur contrastées ou complémentaires. En pareil cas, l'étoile la plus grande est ordinairement d'une couleur rougeâtre ou orange, tandis que la plus petite paraît bleue ou verte, probablement en vertu de cette loi générale d'optique qui veut que lorsque la rétine est sous l'influence de l'irritation causée par une lumière vive, colorée, des lumières plus faibles qui, vues isolément, ne produiraient que la sensation de blancheur, paraissent colorées de la teinte complémentaire de celle de la plus brillante. Ainsi, lorsque le jaune domine dans la lumière de l'étoile la plus lumineuse, celle qui a le moins d'éclat paraîtra bleue dans le même champ de la vue; tandis que si la teinte de la première approche du cramoisi, celle de la seconde aura de la tendance au vert, ou paraîtra même d'un vert vif dans des circonstances favorables. Nous trouvons un bel exemple du premier contraste dans ι du Cancer; γ d'Andromède nous en offre un du second; l'une et l'autre sont de belles étoiles doubles. Si, néanmoins, l'étoile colorée est beaucoup moins brillante que l'autre, elle n'affectera pas sensiblement celle-ci. Ainsi, par exemple, η de Cassiopée offre la belle combinaison d'une grande étoile blanche, et d'une petite de couleur pourpre bien riche. Nous ne prétendons pas, cependant, que, dans tous les cas semblables, une des couleurs soit un pur effet du contraste; et il est plus aisé de dire que d'imaginer quelle variété de clarté *deux soleils*, l'un rouge et l'autre vert, ou l'un jaune et l'autre bleu, doivent répandre sur une planète qui circule autour de l'un ou de l'autre; à quels charmans contrastes, à quelles alternatives agréables doivent donner lieu un jour rouge et un jour vert succédant tour-à-tour à un jour blanc et aux ténèbres. On voit en divers points du ciel des étoiles éparses de couleur rouge, presque aussi foncée que celle du sang, mais nulle étoile verte ou bleue, de couleur bien tranchée, n'a, que nous sachions, jamais été remarquée sans être associée à une compagne plus brillante qu'elle.

611. Un autre objet de recherche très intéressant dans l'histoire physique des étoiles, c'est leur mouvement propre. On pourrait, *à priori*, s'attendre à découvrir des mouvemens apparens d'une espèce ou d'une autre sur un si grand nombre de corps répandus dans l'espace, et qui ne sont retenus fixes par quoi que ce soit. Leurs attractions mutuelles même, quoique singulièrement affaiblies par la distance, et combattues par des attractions contraires dirigées de points opposés, doivent, dans le laps de siècles innombrables, produire *quelques* mouvemens, quelques changemens dans les dispositions intérieures, dus à la différence des forces contraires. Or, il est de fait que de tels mouvemens apparens existent, non seulement pour les étoiles simples, mais pour un grand nombre de celles doubles; lesquelles, outre leur mouvement l'une autour de l'autre, ou autour de leur centre commun de gravité, sont transportées, sans se séparer, par un mouvement progressif commun à l'une et à l'autre, vers quelque région déterminée. Par exemple, les deux étoiles de 61 du Cygne, qui sont à-peu-près égales, sont restées constamment presque à la même distance de 15″ depuis cinquante ans au moins. Cependant elles se sont déplacées dans le ciel, dans cet intervalle, de 4′ 23″ au moins, le mouvement annuel propre de chaque étoile étant de 5″. 3. C'est de cette quantité (qui surpasse d'un tiers leur intervalle) que ce système est annuellement transporté le long d'une orbite inconnue par un mouvement qui, pendant plusieurs siècles, doit être regardé comme uniforme et rectiligne. Parmi les étoiles non doubles, et qui ne diffèrent des autres par aucune particularité frappante, il faut remarquer μ de Cassiopée comme ayant le plus grand mouvement propre que l'on ait encore déterminé, et qui s'élève à 3″. 74

de déplacement annuel. L'on a remarqué qu'un grand nombre d'autres sont ainsi constamment déplacées par des mouvemens plus petits, quoique non moins certains.

612. Des mouvemens qui demandent des siècles entiers pour produire des variations d'arrangemens telles que l'œil ne puisse les découvrir, quoique suffisans pour détruire cette idée de fixité mathématique que la théorie ne saurait reconnaître, sont cependant trop légers dans l'application pratique pour motiver un changement de langage, et nous porter à parler des étoiles autrement que comme des corps fixes. Nous sommes encore trop peu instruits sur l'étendue et les directions de ces mouvemens, pour avoir la prétention de les rapporter à des lois définies. On peut, toutefois, dire en général que leurs directions apparentes sont variées, et semblent n'avoir aucune tendance commune marquée vers un point du ciel plutôt que vers un autre. Sir William Herschel a cependant supposé que cette tendance commune pouvait se prouver, et que, en faisant la part des déviations isolées, on pouvait reconnaître dans les principales étoiles un mouvement général qui les porte à s'éloigner *du* point occupé par ζ d'Hercule, et à s'avancer *vers* un point diamétralement opposé. Il rapportait cette tendance générale à un mouvement du soleil et au système solaire dans le sens opposé. Il n'est personne qui, en réfléchissant là-dessus avec toute l'attention qu'exige un pareil sujet, puisse se refuser à regarder comme extrêmement probable, et même comme certain, que le soleil *a* un mouvement propre dans *quelque* direction; et la conséquence inévitable d'un pareil mouvement, auquel tout le reste ne prend aucune part, doit être une lente tendance de toutes les étoiles vers le point d'expiration des lignes parallèles à cette direction et vers la région que le soleil abandonne. Cet effet est dû nécessairement à la perspective; et il est certain que de pareilles observations nous feraient découvrir ce mouvement, si nous connaissions bien les mouvemens propres apparens de toutes les étoiles, et que leur indépendance fût constatée, c'est-à-dire si nous étions sûrs que tout le firmament, ou du moins toute cette partie que nous voyons dans notre voisinage, n'est pas entraînée en même temps, comme par un *attelage* général, dans la même direction, en vertu des opérations inconnues et des changemens intérieurs et lents qui se développent dans la couche stellaire à laquelle appartient notre système, comme nous voyons des atômes voltiger dans un courant d'air, et conserver entre eux à-peu-près la même situation relative. Mais il paraît établi comme opinion générale parmi les astronomes de nos jours, que leur science n'a pas encore fait assez de progrès pour fournir des données desquelles on puisse tirer des conséquences certaines pour trancher la question dans un sens ou dans l'autre. En attendant, l'astronome royal actuel, M. Pond, a émis une idée fort ingénieuse, savoir, qu'un mouvement solaire, s'il existe, et qu'il ait une vitesse tant soit peu comparable à celle de la lumière, doit nécessairement produire une *aberration solaire*, en conséquence de laquelle nous ne voyons pas les étoiles disposées comme elles le sont réellement, mais trop accumulées dans les régions que le soleil quitte, trop éparses dans celles dont il approche (*voy.* art. 220). Or, l'effet de cette aberration, aussi long-temps que la vitesse du soleil n'a pas cessé d'être la même, doit rester constant, sans que l'observation puisse le découvrir; mais *s'il variait* par le laps des siècles d'une quantité comparable à la vitesse de la terre dans son orbite, ce fait se découvrirait par une *irruption* générale apparente de toutes les étoiles dans telle ou telle région du ciel, selon que le mouvement du soleil serait accéléré ou retardé, circonstance qui ne pourrait échapper à l'observation, lors même que cette quantité ne serait que de quelques secondes. Cette considération, subtile et tirée de loin, peut servir à donner une idée de la délicatesse et de la complication de toute recherche qui s'occupe du mouvement propre, puisque le dernier effet dont nous venons de parler serait nécessairement combiné avec la parallaxe systématique, et que l'on ne pourrait l'en séparer qu'en consi-

dérant que les étoiles plus voisines seraient plus affectées par l'une des causes que celles éloignées, mais que les premières comme les dernières le seraient également par l'autre.

613. En jetant les yeux, par une belle nuit, sur la voûte du ciel, nous ne manquons pas de remarquer çà et là des groupes d'étoiles plus compacts dans certains endroits que dans d'autres, formant des agglomérations qui brillent aux yeux, et captivent l'attention, comme s'ils y avaient été jetés par quelque cause générale à laquelle le hasard n'aurait pris aucune part. Il y a un groupe, appelé *les Pléiades*, dans lequel on aperçoit six à sept étoiles lorsqu'on le regarde en plein, et un plus grand nombre lorsque *l'œil* est tourné négligemment de côté, tandis que *l'attention* se porte entièrement sur le groupe. Les télescopes nous font voir cinquante à soixante grandes étoiles ainsi entassées dans un assez petit espace, que l'on peut regarder comme isolé du reste du ciel. La constellation appelée *la Chevelure de Bérénice* est un autre groupe de ce genre, plus étendu, et qui se composede beaucoup plus grandes étoiles.

614. Dans la constellation du Cancer, il y a une tache lumineuse qui leur ressemble un peu, mais qui est moins tranchée; on l'appelle *la Ruche*, et un télescope très médiocre, un verre de nuit ordinaire, par exemple, la résout entièrement en étoiles. Dans la Garde de l'épée de Persée, on remarque aussi une tache semblable, couverte d'une foule d'étoiles, et qui exige un télescope plus puissant pour y distinguer des corps séparés l'un de l'autre. On les appelle *agglomérations d'étoiles;* et, quelle qu'en soit la nature, il est certain qu'il existe dans ces régions des lois d'aggrégation autres que celles qui ont déterminé la dissémination des étoiles sur la surface générale du ciel. Pour nous convaincre encore davantage de cette vérité, il suffit que nous dirigions de puissans télescopes sur ces lieux et sur d'autres semblables. Il est un grand nombre de corps que l'on a, par erreur, pris pour des comètes, et qui, en effet, ressemblent beaucoup à des comètes sans queue : ce sont des taches nébuleuses, petites, rondes ou ovales, que l'on ne peut distinguer comme telles qu'au moyen de télescopes d'un assez grand pouvoir. Messier a donné, dans la *Connaissance des temps* pour 1784, une liste des lieux de 103 corps de cette espèce, que toutes les personnes qui s'occupent des comètes devraient se rendre familiers pour éviter de se tromper sur la ressemblance qu'ils ont entre eux. Du reste, on reconnaît suffisamment à leur fixité que ce ne sont point des comètes; et lorsque nous en venons à les examiner avec des instrumens d'une grande portée, tels que des réflecteurs de 18 pouces, deux pieds ou plus d'ouverture, de pareilles idées se détruisent entièrement. On voit donc que la plupart d'entre elles se composent entièrement d'étoiles qui se réunissent en foule de manière à occuper un espace dont le contour est presque nettement marqué, et à se répandre comme une flamme étincelante au centre, où la condensation est ordinairement à son *maximum* (*voy*. fig. 1re., pl. XIV, qui représente un peu grossièrement la 13e. nébuleuse de Messier, qu'il a décrite comme *nébuleuse sans étoiles*, telle qu'on la voit dans le réflecteur de vingt pieds à Slough). Un grand nombre d'entre elles sont d'une figure entièrement ronde, et répondent parfaitement à l'idée d'un espace sphérique hérissé d'étoiles, isolé dans le ciel, et constituant par lui-même une famille ou société à part, qui n'est gouvernée que par ses lois intérieures. On chercherait en vain à compter les étoiles dans une de ces *agglomérations sphériques*. Ce n'est pas par centaines qu'on doit les nombrer; et d'après un calcul ébauché, fondé sur les intervalles apparens qui les séparent vers les bords (où on ne les voit pas se projeter les unes sur les autres) et sur le diamètre angulaire de tout le groupe, on en inférerait qu'un grand nombre d'agglomérations de cette sorte doivent contenir au moins dix ou vingt mille étoiles, pressées l'une contre l'autre dans un espace rond dont le diamètre angulaire ne s'étend pas au-delà de 8 à 10 minutes, c'est-à-dire sur une surface qui ne va pas au-delà de la dixième partie de celle que couvre la lune.

615. Peut-être croira-t-on que nous donnons dans le gigantesque, en regardant les corps qui composent ces groupes comme des soleils semblables au nôtre, et leurs distances réciproques comme égales à celles qui séparent notre soleil de l'étoile la plus voisine : cependant, lorsque nous considérons que leur éclat *réuni* affecte l'œil d'une plus faible impression de lumière qu'une étoile de 5e. ou 6e. grandeur (car la plus considérable de ces agglomérations est à peine visible à l'œil nu), l'idée que nous sommes ainsi forcés de nous former de leur *distance* à nous, pourra même rendre familiers à notre imagination des espaces aussi prodigieux. Dans tous les cas, nous ne pouvons guère regarder un groupe ainsi isolé comme ne formant pas un système d'un caractère particulier et défini. La figure ronde de ces groupes signale clairement l'existence de quelque lien général, de la nature d'une force attractive; et, pour un grand nombre d'entre eux, il y a une accélération évidente dans le progrès de la condensation à mesure que nous approchons du centre, que l'on ne peut attribuer à la seule distribution uniforme d'étoiles équidistantes dans un espace sphérique, mais qui témoigne d'une *densité* intrinsèque dans leur état d'aggrégation, plus grande au centre qu'à la surface de la masse. Il est difficile de se former une idée de l'état dynamique d'un pareil système. D'un côté, si l'on admet un mouvement de rotation et une force centrifuge, il est impossible de ne pas les regarder comme dans un état de subversion progressive. D'autre part, en admettant ce mouvement et cette force, nous ne trouvons pas moins difficile de concilier la sphéricité apparente de leur forme avec la rotation de tout le système autour d'un seul axe, rotation sans laquelle les collisions intérieures paraîtraient inévitables. Voici les lieux, pour 1830, de quelques-uns des principaux de ces groupes remarquables.

ASCENSION DROITE.		DISTANCE POLAIRE septentrionale.		ASCENSION DROITE.		DISTANCE POLAIRE septentrionale.	
heures.	minutes.	degrés.	minutes.	heures.	minutes.	degrés.	minutes.
13	5	70	55	17	29	93	8
13	34	60	45	21	22	78	34
15	10	87	16	21	25	91	34
16	36	53	13				

616. C'est à sir William Herschel que nous devons l'analyse la plus complète de cette grande variété de corps que l'on classe généralement sous le titre commun de nébuleuses, mais pour lesquels il a établi les distinctions suivantes : 1°. *les agglomérations d'étoiles*, où les étoiles se distinguent nettement, et qui se subdivisent encore en agglomérations sphériques et irrégulières ; 2°. *les nébuleuses résolubles*, ou celles qui font soupçonner qu'elles se composent d'un amas d'étoiles, et que tout accroissement du pouvoir optique du télescope est destiné à convertir en étoiles distinctes; 3°. *les nébuleuses* proprement dites, dans lesquelles il n'y a aucune apparence quelconque d'étoiles, et qui, à leur tour, ont été subdivisées en classes inférieures, selon leur éclat et leurs dimensions ; 4°. *les nébuleuses planétaires*; 5°. *les nébuleuses stellaires*; et 6°. *les étoiles nébuleuses*. Le grand pouvoir de ses télescopes nous a révélé l'existence d'un nombre immense de ces corps, et fait voir qu'ils sont distribués sur la voûte du ciel, non point avec uniformité, mais, généralement parlant, avec une préférence marquée pour une large zône qui traverse la voie lactée presque à angles droits, et dont la direction générale ne s'écarte pas beaucoup de celle du cercle horaire de 0 h. et 12'. Dans quelques parties de cette zône, principalement aux endroits où

elle traverse les constellations de la Vierge, de la Chevelure de Bérénice, et de la grande Ourse, elles sont assemblées en grand nombre. La plupart d'entre elles sont, toutefois, télescopiques, et ne sont à la portée que des plus puissans instrumens.

617. Les agglomérations d'étoiles sont, ou sphériques, comme celles dont nous avons déjà donné la description, ou d'une figure irrégulière. Ces dernières sont, en général, moins riches en étoiles, et surtout moins condensées vers le centre. Leurs contours sont aussi moins prononcés; en sorte que souvent il n'est pas aisé de dire où elles se terminent, ou si on ne doit les regarder que comme des parties plus riches du ciel que celles qui les entourent. Dans quelques-unes d'entre elles, les étoiles sont presque toutes de la même grandeur; dans d'autres on remarque une grande variété; et il n'est pas rare de voir une étoile fort rouge, beaucoup plus brillante que les autres, occuper un point saillant parmi elles. Sir William Herschel regarde ces dernières comme étant des agglomérations sphériques dans un état moins avancé de condensation, concevant tous ces groupes approcher, par leur attraction mutuelle, de la figure sphérique, et se porter en foule, de toute la région environnante, vers le même point, en vertu de lois dont nous n'avons, il est vrai, d'autre preuve que l'observation d'une gradation au moyen de laquelle leurs caractères vont se fondre l'un dans l'autre, en sorte qu'il est impossible de dire où une espèce finit, et où l'autre commence.

618. Les nébuleuses résolubles ne peuvent donc être considérées que comme des agglomérations ou trop éloignées, ou composées d'étoiles intrinsèquement trop faibles pour nous rendre leur lumière sensible, excepté le cas où deux ou trois se trouvent assez rapprochées pour que leurs lumières réunies puissent nous affecter, et nous donner l'idée d'un point plus brillant que le reste. Elles sont presque universellement rondes ou ovales, leurs accessoires détachés, et les irrégularités de forme, se trouvant pour ainsi dire effacés par la distance, et n'y ayant que la figure générale des parties plus condensées qui soit visible. C'est sous cet aspect que toutes les agglomérations sphériques plus considérables se présentent dans des télescopes d'un pouvoir insuffisant pour les faire voir avec netteté; et on ne peut se refuser à cette conséquence, que celles que les plus puissans pourraient simplement rendre *résolubles*, seraient entièrement *résolues* par un nouveau surcroît de la force instrumentale.

619. La variété des nébuleuses proprement dites est aussi très grande. Les plus remarquables, sans comparaison, sont celles représentées dans les figures 2 et 3 de la planche XIV. La figure 2 offre la nébuleuse qui entoure la quadruple (ou plutôt la sextuple) étoile θ dans la constellation d'Orion; la figure 3 nous donne celle qui avoisine γ, dans la constellation méridionale, le Chêne de Charles; l'une découverte par Huygens, en 1556, et figurée telle que la donne le réflecteur de 20 pieds à Slough; l'autre par Lacaille, et représentée d'après la figure qu'en a fournie M. Dunlop dans les *Transactions philosophiques* pour 1827. Le caractère nébuleux de ces corps, du moins de ceux de la figure 2, est très différent de ce que pourrait le faire présumer l'aggrégation d'un immense amas de petites étoiles. Ils sont formés de petites masses de flocons nébuleux qui semblent adhérer vers leurs bords à une foule de petites étoiles, et principalement à une étoile considérable (représentée, dans la figure 2, au-dessous de la nébuleuse), qu'ils enveloppent d'une atmosphère nébuleuse d'une étendue considérable et d'une figure singulière. Plusieurs astronomes, en comparant cette nébuleuse aux figures que nous en a transmises Huygens, l'auteur de cette découverte, ont conclu que sa forme avait subi un changement appréciable. Mais lorsque nous considérons combien il est difficile de représenter convenablement un pareil phénomène, et combien son aspect varie en tous points, jusque dans le même télescope, selon la pureté de l'air, ou d'autres causes tem-

poraires, nous conviendrons sans peine que nous n'avons aucune preuve de changement à laquelle nous puissions ajouter foi.

620. La planche XIV, figure 3, représente une nébuleuse d'un caractère bien différent, telle qu'on la voit dans la constellation d'Andromède, près de l'étoile ν. Elle est visible à l'œil nu, et on la prend toujours par erreur pour une comète, quand on est étranger à la connaissance du ciel. Simon Marius, qui l'a remarquée en 1612, dit qu'elle offre l'aspect d'une chandelle allumée vue à travers de la corne, et cette comparaison est assez juste. Elle est d'une forme ovale assez longue, qui augmente d'abord insensiblement en éclat, mais ensuite plus rapidement jusqu'à un point central qui, quoique beaucoup plus brillant que le reste, n'a cependant pas le caractère d'une étoile, et n'est qu'une nébuleuse à un haut degré de condensation. Cette nébuleuse contient quelques petites étoiles; mais elles sont évidemment accidentelles, et la nébuleuse elle-même ne présente pas la moindre apparence qui puisse faire soupçonner qu'elle se compose d'étoiles. Elle n'a guère moins d'un demi degré de longueur sur 15 à 20 minutes de largeur.

621. Ceci peut être considéré comme le type, sur une grande échelle, d'une classe qui contient beaucoup de nébuleuses, d'une figure ronde ou ovale, dont la densité croît plus ou moins rapidement vers le point central. Pour quelques-unes, la condensation est légère et graduelle; pour d'autres, forte et soudaine; et si soudaine qu'elles offrent l'aspect d'une étoile pâle et couverte de taches, auquel cas on les appelle des *nébuleuses stellaires*; tandis que d'autres encore offrent le phénomène singulièrement ravissant d'une étoile vive et brillante, entourée d'un disque parfaitement circulaire, ou d'une atmosphère, terne dans quelques cas, disparaissant peu à peu de tous côtés, et dans d'autres circonstances presque brusquement terminée. Ce sont là les étoiles nébuleuses. L'étoile 55 d'Andromède est une des plus belles de ce genre. Ascension droite 1 h. 43'. Distance polaire septentrionale 50° 7'. ε d'Orion, et ι de la même constellation sont aussi nébuleuses; mais la nébulosité n'est visible qu'avec de très puissans télescopes. On remarque aussi une grande variété dans la quantité de déviation de la forme sphérique qu'affectent les nébuleuses ovales. Quelques-unes ne sont que légèrement elliptiques; d'autres très allongées; et il en est dont l'allongement est si considérable qu'il donne à la nébuleuse le caractère d'un rayon long, étroit, de la forme d'un fuseau, qui se termine en pointes aux deux extrémités. Un des exemples les plus remarquables de ce genre est au point du ciel déterminé par l'ascension droite de 12 h. 28', et la distance polaire septentrionale de 63° 4'.

622. Il existe aussi des nébuleuses *annulaires*, mais elles sont au nombre des phénomènes les plus rares du ciel. La plus apparente qui appartienne à cette classe se trouve exactement à mi-chemin entre les étoiles β et γ de la Lyre, et est visible avec un télescope d'une médiocre portée. Elle est petite, et surtout assez bien terminée pour ressembler beaucoup plus à un anneau solide ovale et plat, qu'à une nébuleuse. Les axes de l'ellipse sont entre eux dans le rapport d'environ 4 à 5, et l'ouverture est d'à-peu-près la moitié de son diamètre. La lumière n'en est pas tout-à-fait uniforme, mais elle a quelque chose de pommelé, particulièrement au bord extérieur. L'ouverture centrale n'est pas entièrement obscure; il y règne une lumière tendre et presque éteinte, uniformément distribuée, qui produit l'effet d'une gaze fine étendue sur un anneau.

623. Les nébuleuses planétaires sont des phénomènes très extraordinaires. Elles ont, comme leur nom l'indique, exactement l'apparence de planètes : les disques en sont ronds ou légèrement ovales, dans quelques cas nettement terminés, dans d'autres un peu ternes sur les bords, donnant une lumière parfaitement uniforme, ou bien peu nuancée, qui, pour quelques-unes d'entre elles,

approche en éclat de celle des planètes véritables. Quelle que soit leur nature, elles doivent être d'une grandeur énorme. L'une d'entre elles se trouve dans le parallèle de ν du Verseau, qu'elle précède d'environ cinq minutes. Son diamètre apparent est d'environ 20″. Une autre, dans la constellation d'Andromède, présente un disque visible de 12″, nettement terminé et rond. En admettant que ces corps soient autant éloignés de nous que le sont les étoiles, leurs dimensions véritables doivent être telles, qu'ils rempliraient au moins toute l'orbite d'Uranus. Il n'est pas moins évident que, si ce sont des corps solides de la nature du soleil, l'éclat intrinsèque de leurs surfaces doit être infiniment inférieur à celui du soleil. Une portion circulaire du disque du soleil, soustendant un angle de 20″, donnerait une lumière égale à 100 *pleines lunes*; tandis que les corps en question sont à peine, si même ils le sont, visibles à l'œil nu. L'uniformité de leurs disques, et l'absence de toute condensation centrale apparente, feraient assez juger que leur lumière n'est que superficielle, et de la nature de celle d'une coque sphérique creuse; mais ce serait perdre son temps que de s'attacher à décider si ces corps sont remplis d'une matière solide ou gazeuse, ou s'ils sont tout-à-fait vides.

624. Parmi les nébuleuses en possession d'une symmétrie évidente de forme, et qui semblent évidemment investies du droit d'être regardées comme des systèmes d'une nature déterminée, quelque mystérieuses qu'en soient la structure et la destination, les plus remarquables sont la 51e. et la 27e. du catalogue de Messier. La première consiste en une nébuleuse sphérique grande et brillante, entourée d'un double anneau, à une distance considérable du globe, ou plutôt d'un anneau simple, partagé à environ 2/5 de sa circonférence, en deux lames, dont une portion se dirige en quelque sorte hors du plan de l'anneau. La dernière se compose de deux nébuleuses rondes ou légèrement ovales, brillantes et au plus haut point de condensation, unies par une courte tige d'à-peu-près la même densité. Une légère atmosphère nébuleuse complète la figure, en les enveloppant l'une et l'autre, et en dessinant le contour d'une ellipse circonscrite, dont le petit axe est l'axe de symmétrie du système autour duquel on peut le supposer tourner, ou la ligne qui passe par les centres des deux masses nébuleuses. Ces phénomènes n'ont jamais été décrits convenablement, les instrumens au moyen desquels ils furent primitivement découverts s'étant trouvés dans l'impossibilité absolue d'indiquer les particularités ci-dessus mentionnées, qui semblent en faire une classe à part. L'un présente des analogies frappantes, soit avec la structure de Saturne, soit avec celle de notre propre firmament stellaire et de la voie lactée. L'autre n'a que peu ou point de ressemblance avec aucun phénomène connu.

625. Les nébuleuses ouvrent, sous tous les rapports, un champ inépuisable aux réflexions et aux conjectures. Ce dont on ne saurait guère douter, c'est que la plus grande partie d'entre elles se composent d'étoiles; et dans la série interminable de systèmes sur systèmes, de firmamens sur firmamens, que nous entrevoyons ainsi, l'imagination se trouve abîmée et confondue. D'un autre côté, s'il est vrai, comme cela semble au moins extrêmement probable, qu'il existe aussi une matière phosphorescente, ou lumineuse par elle-même, répandue dans les régions immenses de l'espace, de la même manière qu'un nuage ou un brouillard, revêtant tantôt des formes capricieuses, comme les véritables nuages chassés par les vents, et tantôt se concentrant comme une atmosphère cométaire autour de certains astres : quelle est, serons-nous portés à nous demander, la nature, quelle est la destination de cette matière nébuleuse ? Est-elle absorbée par les étoiles dans le voisinage desquelles elle se trouve pour les alimenter, par sa condensation, de lumière et de chaleur ? Ou se résout-elle progressivement, par l'effet de sa propre gravité, en masses, pour jeter ainsi les fondemens de nouveaux systèmes

stellaires ou d'étoiles isolées ? Il est plus aisé de poser de pareilles questions que de leur donner une solution vraisemblable. En attendant, la méthode des observations constantes et assidues nous ouvre la ressource des faits ; et, comme les étoiles doubles n'ont pas été inaccessibles à ce genre de questions, et ont révélé une série de rapports aussi intelligibles qu'intéressans, nous pouvons raisonnablement espérer que l'étude assidue des nébuleuses ne tardera pas à nous initier dans une connaissance plus étendue de leur nature intime.

626. Nous terminerons ce chapitre par la mention d'un phénomène qui semble signaler l'existence d'une certaine nébulosité autour du soleil lui-même, et le placer sur la liste des étoiles nébuleuses. On l'appelle *lumière zodiacale*, et l'on peut la voir dans une belle soirée, d'abord après le coucher du soleil, vers les mois d'avril et de mai, ou à la saison opposée, avant le lever du soleil, comme une lumière de forme conique ou lenticulaire, s'étendant obliquement de l'horizon jusque dans les régions célestes, et suivant en général la direction de l'écliptique ou plutôt celle de l'équateur du soleil. La distance angulaire apparente de son sommet au soleil varie, selon les circonstances, de 40° à 90°, et la largeur de sa base, perpendiculaire à son axe, de 8° à 30°. Elle est extrêmement faible et mal terminée, du moins dans ce climat, quoiqu'on la voie beaucoup mieux dans les régions intertropicales; mais il est impossible de la prendre pour un météore atmosphérique ou pour l'aurore boréale. Elle est évidemment de la nature d'une atmosphère subtile de forme lenticulaire, entourant le soleil, et s'étendant au moins au-delà de l'orbite de Mercure et même de Vénus; il y a lieu, en outre, de croire que ce n'est que la partie la plus condensée de ce milieu qui, comme nous sommes fondés également à le penser, résiste au mouvement des comètes, chargé, peut-être, des élémens des queues de millions de ces corps, dont elles ont été dépouillées dans leurs passages successifs au périhélie (art. 487), et qui peuvent être à la longue absorbées par le soleil.

CHAPITRE XIII.

DU CALENDRIER.

627. Le temps, comme la distance, peut se mesurer par comparaison avec un étalon d'une longueur quelconque pris pour unité ; et tout ce qui est nécessaire pour assigner rigoureusement la longueur d'un intervalle quelconque, c'est d'être en état d'appliquer l'étalon à l'intervalle dans toute son étendue, sans faire double emploi d'un côté, ou rien omettre de l'autre, de manière à déterminer, sans commettre l'erreur d'une unité, le nombre de fois que l'étalon entier peut être contenu dans l'intervalle, ou entre le commencement et la fin, et à estimer avec exactitude la fraction d'étalon qui reste, après que l'étalon entier a été soustrait un certain nombre de fois de cet intervalle.

628. Mais quoique en théorie toutes les unités étalons de temps soient également admissibles, toutes ne sont pas, dans la pratique, également commodes. L'année tropique et le jour solaire sont des unités naturelles que nous imposent les besoins de l'homme et l'état de la société, et que nous sommes forcés d'adop-

ter comme *maximum* et *minimum* d'étalon pour la mesure du temps, dans toutes les occurrences de la vie civile, en dépit des inconvéniens qui nous feraient promptement abandonner l'une ou l'autre si nous pouvions nous arrêter à un choix. Le principal de ces inconvéniens est leur *incommensurabilité*, et le défaut d'uniformité parfaite dans l'une au moins d'entre elles.

629. Les longueurs moyennes du jour sidéral et de l'année sidérale, lorsqu'on les évalue en embrassant un espace de temps assez considérable pour compenser les oscillations dues à la nutation dans l'un, et aux inégalités qui naissent des configurations dans l'autre, sont les deux quantités les plus invariables que la nature nous offre; la première, en raison de l'uniformité de la rotation diurne de la terre, la seconde à cause de l'invariabilité des axes des orbites planétaires. Il suit de là que le jour solaire moyen est aussi invariable. Il en est autrement de l'année tropique. Le mouvement des points équinoxiaux varie, non seulement en vertu de la rétrogradation de l'équateur sur l'écliptique, mais aussi en partie par suite de celle de l'écliptique sur les orbites de toutes les autres planètes; et cette variation en produit une dans l'année *tropique*, variation qui dépend du lieu de l'équinoxe (art. 517 et 328). L'année *tropique* est aujourd'hui plus courte au-delà de 4″ 21 que du temps d'Hipparque. Cette absence de la condition la plus essentielle à une mesure normale, savoir *l'invariabilité*, nous impose l'obligation, puisque nous ne pouvons éviter l'emploi de l'année tropique dans la supputation du temps, de lui substituer une valeur arbitraire ou artificielle, qui s'éloigne assez peu de la vérité pour éviter que l'accumulation de l'erreur pendant des siècles ne produise des inconvéniens dans la pratique, et satisfaire ainsi aux besoins ordinaires de la vie civile; tandis que, pour l'intérêt de la science, l'année tropique, ainsi adoptée, n'est considérée que comme le signe représentatif d'un certain nombre de jours entiers et d'une fraction, le jour étant en réalité le seul étalon employé. C'est ainsi à-peu-près que s'est établi l'usage de compter par guinées et par shellings, la loi ayant assigné entre ces deux monnaies un certain rapport artificiel qui approche beaucoup, sans être cependant jamais entièrement identique, du rapport naturel déterminé par le prix relatif du marché de l'or et de l'argent, l'un ou l'autre de ces métaux pouvant être pris pour le véritable étalon théorique de la valeur, suivant qu'il est réellement le plus invariable dans son cours, ou le plus en usage chez les autres nations.

630. L'autre inconvénient des mesures normales en question est leur incommensurabilité. Dans notre mesure de l'espace, toutes nos subdivisions sont des parties aliquotes : un yard vaut trois pieds, un mille vaut huit furlongs, etc. Mais une année n'est pas un nombre *exact* de jours, ni un nombre entier accompagné d'une fraction exacte, comme un tiers, ou un quart, etc. Le surplus est une fraction *incommensurable*, composée d'heures, de minutes, de secondes, etc., ce qui produit le même inconvénient dans la supputation chronologique que s'il s'agissait de compter par pièces d'or de 21 shellings, et par sous et deniers accompagnés d'une fraction de denier. On ne saurait toutefois y remédier qu'en tenant une note rigoureuse de toutes les fractions excédantes pour les convertir en un jour entier lorsqu'il y en aurait une quantité suffisante.

631. C'est à un calendrier bien conçu, qu'il appartient de remplir cet objet de la manière la plus simple et la plus commode. Il se trouve accompli, dans le calendrier grégorien que nous suivons, avec une précision remarquable, en portant un peu plus loin que nous ne l'avons fait ci-dessus, le principe de l'adoption d'une année artificielle, et en admettant *deux* années de cette espèce qui se composent toutes deux d'un nombre entier de jours, savoir : l'une de 365 et l'autre de 366, et en posant une règle simple et facile à retenir pour l'ordre dans lequel ces années se succéderont alternativement dans le calcul civil du temps, en sorte que, pendant la durée d'au moins quelques mille ans, la somme des années

entières artificielles ou grégoriennes écoulées, ne différera pas du même nombre d'années tropiques réelles d'un jour entier. Par cette disposition, les équinoxes et les solstices auront toujours lieu à des jours semblablement situés, et portant le même nom, dans chaque année grégorienne, et les saisons correspondront sans cesse aux mêmes mois, au lieu de faire le tour de l'année entière, comme cela aurait nécessairement lieu dans tout autre système de supputation, et comme cela arrivait en effet avant l'adoption de celui-ci.

632. Voici la règle grégorienne : les années sont comptées depuis la naissance de Jésus-Christ, conformément à une détermination chronologique de cet événement. Chaque année dont le nombre n'est pas un multiple de 4 se compose de 365 jours; chaque année dont le nombre remplit cette condition, mais n'est pas divisible par cent, en contient 366. Toute année divisible par 100, mais non par 400, en a de nouveau 365; et toutes celles qui le sont par 400 en ont aussi 366. Par exemple, l'année 1833, n'étant pas divisible par 4, se compose de 365 jours. 1836 en a 366; 1800 et 1900 en ont 365; mais 2000 en a 366. Pour prouver combien cette règle nous rapprochera de la vérité, voyons combien de jours contiendront 10000 années grégoriennes, en commençant par l'année 1. Or en 10000 les nombres non divisibles par 4 se composeront des 3/4 de 10000, ou 7500; ceux divisibles par 100, mais non par 400, se composeront également des 3/4 de 100, ou 75; en sorte que, dans les 10000 années en question, 7575 auront 365 jours, et les autres 2425 en auront 366, ce qui produit en tout 3652425 jours, qui donneraient pour une année moyenne 365 j. 2425. La valeur réelle de l'année tropique (art. 327) réduite en expression décimale, est de 365 j. 24224, en sorte que l'erreur de la règle grégorienne sur 10000 des années tropiques actuelles, est de 2 j. 6 ou 2 j. 14 h. 24', c'est-à-dire moins d'un jour sur 3000 ans, ce qui est plus que suffisant pour tous les besoins de la vie, abstraction faite de ceux de l'astronome, qui ne peut courir le danger de commettre une erreur de cette nature. On pourrait même éviter cette erreur en faisant faire un pas de plus au principe de la règle grégorienne que ne l'ont probablement jugé à propos ses inventeurs, et en déclarant que les années divisibles par 4000 se composeraient de 365 jours. On retrancherait par-là deux jours entiers du nombre ci-dessus calculé (et même deux jours et demi en embrassant une plus grande durée), la somme des jours de 100000 années grégoriennes étant de 36524225, nombre qui ne diffère que d'un seul jour de 100000 années tropiques réelles, telles qu'elles existent à présent.

633. De même que l'on pourrait, quoique d'une manière assez mal commode et détournée, déterminer les distances sur une grande route, sans commettre d'erreur, en établissant une suite de bornes milliaires, à des intervalles de longueurs inégales, de manière que chaque quatrième kilomètre, par exemple, eût un mètre de plus que les autres, ou fût dans tout autre rapport donné, ayant seulement soin de marquer les bornes, pour ne donner lieu à aucune méprise, et pour avertir tous les voyageurs de la différence des longueurs et de leur ordre de succession; ainsi l'on peut exprimer avec exactitude un intervalle de temps quelconque, en établissant en quelles années grégoriennes il commence et finit, et *à quel point de chacune d'elles;* car, à l'aide de ces élémens et de la règle qui s'y rapporte, nous sommes en état de savoir combien d'années entières doivent être comptées à 365 jours, et combien à 366. Ces dernières s'appellent bissextiles, et les jours ainsi comptés de surplus, *jours intercalaires.*

634. Si la méthode grégorienne, telle que nous l'avons exposée ci-dessus, avait toujours été observée, rien ne serait plus facile que de supputer le nombre de jours écoulés entre le temps présent et un événement historique. Mais tel n'est point le cas; et l'histoire du calendrier, quant à la chronologie ou au calcul des anciennes observations, peut être comparée à celle d'une horloge, qui va ré-

gulièrement lorsqu'elle est abandonnée à elle-même, mais que l'on oublie quelquefois de monter; que l'on fait aussi quelquefois avancer, quelquefois reculer, et cela souvent pour servir des desseins particuliers et des intérêts privés. C'est du moins le cas dans lequel semble s'être trouvé le calendrier romain, d'où le nôtre tire son origine, depuis Numa jusqu'à Jules-César, où l'année lunaire de 13 mois, ou de 355 jours, fut augmentée à plaisir, pour la faire correspondre à celle solaire (qui détermine les saisons) au moyen des intercalations arbitraires des prêtres, et des usurpations des décemvirs et d'autres magistrats, jusqu'à ce que la confusion devînt inextricable. C'est à Jules-César, aidé de Sosigènes, astronome et mathématicien distingué d'Alexandrie, que nous devons l'heureuse idée des deux années de 365 et de 366 jours, et l'insertion d'un jour intercalaire après trois années communes. Ce changement important eut lieu la 45e. année avant Jésus-Christ, première année régulière qui commença le premier janvier, jour de la nouvelle lune qui suivit immédiatement le solstice d'hiver de l'année précédente. Nous pouvons juger de l'état dans lequel la supputation du temps était tombée, par ce seul fait que, pour introduire le nouveau système, il fut nécessaire de décréter que l'année précédente (la 46e. avant Jésus-Christ) se composerait de 455 jours, circonstance qui lui valut l'épithète d'*année de confusion*.

635. La méthode julienne rendait bissextile chaque quatrième année sans exception, d'où résultait une surcharge; car c'était supposer la longueur de l'année tropique de 365 jours 1/4, quantité trop grande, qui entraîne une erreur de 7 jours sur 900 ans, comme l'examen en fera aisément juger. Aussi, dès l'année 1414, commença-t-on à s'apercevoir que les équinoxes s'éloignaient graduellement des 21 mars et septembre (où ils auraient toujours dû tomber à-peu-près, si l'année julienne avait été exacte), et qu'ils paraissaient arriver trop tôt. Dès ce moment on ne cessa d'insister sur la nécessité d'une nouvelle réforme dans le calendrier, et elle fut à la fin opérée. Le changement (qui eut lieu sous le pontificat de Grégoire XIII) consista dans l'omission nominale des 10 jours qui suivirent le 4 octobre 1582 (en sorte que le jour d'après fut appelé le 15e. et non le 5e.), et dans l'édit qui enjoignait de se conformer dorénavant à la règle déjà expliquée. Cette réforme fut adoptée immédiatement dans tous les pays catholiques, mais avec plus de lenteur dans ceux protestans. En Angleterre, *le changement de style* (comme on l'appela) eut lieu après le 2 septembre 1752, époque où 11 jours furent supprimés; en sorte que le dernier jour du vieux style étant le 2e., le premier du nouveau style (le jour suivant) fut appelé le 14e. au lieu du 3e. Le même décret législatif qui établit l'année grégorienne en Angleterre, en 1752, abrégea l'année précédente, 1751, d'un trimestre entier. Antérieurement, l'année était censée commencer le 25 mars, et ce fut par conséquent à cette époque qu'elle commença en 1751; mais on ne laissa pas cette dernière s'accomplir, et on lui substitua, le 1er. janvier, l'année 1752, que l'on décida, par acte législatif, devoir commencer ce jour-là, aussi bien que toutes les années suivantes. La Russie est aujourd'hui le seul pays de l'Europe où l'on se conforme encore au vieux style; et (une autre année séculaire s'étant écoulée) la différence entre la date européenne et celle russe s'élève, à présent, à 12 jours.

636. Il est heureux pour l'astronomie que la confusion des dates et les contradictions choquantes, que les documens historiques n'offrent que trop souvent, lorsque nous les comparons aux plus saines connaissances que nous possédions sur l'ancienne supputation du temps, affectent fort peu les observations qui nous ont été transmises. L'observation astronomique de quelque phénomène frappant et bien caractérisé, porte avec elle, dans la plupart des cas, de puissans moyens d'en recouvrer la date exacte, lorsque des mémoires chronologiques nous fournissent une approximation passable; et, bien loin de dépendre servilement de

l'obscurité et souvent de la contradiction des dates que révèle la comparaison des anciennes autorités, elle est souvent elle-même le témoignage le plus sûr et le plus convaincant de la fidélité d'une époque chronologique. Aujourd'hui, par exemple, que nous sommes instruits à fond de la théorie de la lune, nous pouvons, dans le calcul des éclipses, remonter à plusieurs milliers d'années sans nous tromper d'un jour sur leur apparition; et toutes les fois qu'une éclipse se trouve mêlée au récit d'un ancien auteur sur quelque événement historique, de manière à indiquer précisément l'intervalle écoulé entre l'éclipse et l'événement, et à établir en même temps l'identité parfaite de l'éclipse, on est en état de constater cette date et de la fixer pour toujours.

637. Les jours étant ainsi convertis en années, le premier pas à faire pour obtenir une connaissance parfaite du temps est de s'assurer de l'identité de chaque jour en lui imposant un nom universellement connu et employé. Comme, cependant, les jours d'une année entière sont trop nombreux pour que l'on puisse charger la mémoire de noms distincts pour chacun d'eux, toutes les nations ont senti la nécessité d'en former des assemblages, composés de certains nombres, en donnant des noms à chacun de ces assemblages, et en particularisant les jours de chacun par des nombres différens, ou par quelque indication spéciale. On s'est servi dans plusieurs cas du mois lunaire; et il est des nations qui ont, en effet, donné une préférence exclusive à la chronologie lunaire sur celle solaire, comme les Turcs et les Juifs continuent de le faire encore aujourd'hui, en donnant à l'année 13 mois lunaires, ou 355 jours. Notre propre division en 12 mois inégaux est entièrement arbitraire, et produit souvent de la confusion par l'équivoque qui existe entre le mois de la lune et celui du calendrier. Le jour intercalaire appartient naturellement au mois de février, comme le plus court.

TABLE SYNOPTIQUE

DES ÉLÉMENS DU SYSTÈME SOLAIRE.

N. B. Les données, pour Vesta, Junon, Cérès et Pallas, sont le 1er. janvier 1820; pour les autres, le 1er. janvier 1801.

Noms des planètes.	Distance moyenne au soleil, ou le demi-grand diamètre.	Période moyenne sidérale en jours solaires moyens.	Excentricité en parties du demi-grand diamètre.
Mercure.	0. 3870981	87. 9692580	0. 2055149
Vénus.	0. 7233316	224. 7007869	0. 0068607
La Terre.	1. 0000000	365. 2563612	0. 0167836
Mars.	1. 5236923	686. 9796458	0. 0933070
Vesta.	2. 3678700	1325. 7431000	0. 0891300
Junon.	2. 6690090	1592. 6608000	0. 2578480
Cérès.	2. 7672450	1681. 3931000	0. 0784390
Pallas.	2. 7728860	1686. 5388000	0. 2416480
Jupiter.	5. 2027760	4332. 5848212	0. 0481621
Saturne.	9. 5387861	10759. 2198174	0. 0561505
Uranus.	19. 1823900	30686. 8208296	0. 0466794

Noms des planètes.	Inclinaison à l'écliptique.	Longitude du nœud ascendant.	Longitude du périhélie.
Mercure.	7° 0′ 9″ 1	45° 57′ 30″. 9	74° 21′ 46″. 9
Vénus.	3 23 28. 5	74 54 12. 9	128 43 53. 1
La Terre.	. . . .	. . . .	99 30 5. 0
Mars.	1 51 6. 2	48 0 3. 5	332 23 56. 6
Vesta.	7 8 9. 0	103 13 18. 2	249 33 24. 4
Junon.	13 4 9. 7	171 7 40. 4	53 33 46. 0
Cérès.	10 37 26. 2	80 41 24. 0	147 7 31. 5
Pallas.	34 34 55. 0	172 39 26. 8	121 7 4. 3
Jupiter.	1 18 51. 3	98 26 18. 9	11 8 34. 6
Saturne.	2 29 35. 7	111 56 37. 4	89 9 29. 8
Uranus.	0 46 28. 4	72 59 35. 3	167 31 16. 1

Noms des planètes.	Longitude moyenne de l'époque.	Masse en billionièmes de celle du soleil.	Diamètre équatorial, celui du soleil étant 111.454.
Mercure.	166° 0′ 48″. 6	493628	0. 398
Vénus.	11 33 3. 0	2463836	0. 975
La Terre.	100 39 10. 2	2817409	1. 000
Mars.	64 22 55. 5	392735	0. 517
Vesta.	278 30 0. 4	. . . . . .	. . . . .
Junon.	200 16 19. 1	. . . . . .	. . . . .
Cérès.	123 16 11. 9	. . . . . .	. . . . .
Pallas.	108 24 57. 9	. . . . . .	. . . . .
Jupiter.	112 15 23. 0	953570222	10. 860
Saturne.	135 20 6. 5	284738000	9. 987
Uranus.	177 48 23. 0	55809812	4. 332

TABLE SYNOPTIQUE

DES ÉLÉMENS DES ORBITES DES SATELLITES.

N. B. Les distances sont exprimées en rayons équatoriaux des planètes primaires. L'époque est celle du 1er. janvier 1801. Les périodes sont exprimées en jours solaires moyens.

I. — LA LUNE.

Distance moyenne à la terre,	59r. 96435000
Révolution sidérale moyenne,	27j. 321661418
Révolution moyenne synodique,	29j. 530588715
Excentricité de l'orbite,	0j. 054844200
Révolution moyenne des nœuds,	6793j. 391080
Révolution moyenne de l'apogée,	3232j. 575343
Longitude moyenne du nœud à l'époque,	13° 53′ 17″. 7
Longitude moyenne du périgée à l'époque,	266 10 7. 5
Inclinaison moyenne de l'orbite,	5 8 47. 9
Longitude moyenne de la lune à l'époque,	118 17 8. 3
Masse, celle de la terre étant 1,	0. 0125172.
Diamètre en milles,	2160.
Idem en mètres,	3476120.

II. — SATELLITES DE JUPITER.

Satellites.	Distance moyenne.	Révolution sidérale.	Inclinaison de l'orbite sur celle de Jupiter.	Masse : celle de Jupiter étant 1000000000.
1	6.04853	1j. 18h. 28m.	3° 5′ 30″	17328
2	9.62347	3 13 14	Variable.	23235
3	15.35024	7 3 43	Variable.	88497
4	26.99835	16 16 32	2° 58′ 48″	42659

Les excentricités du 1er. et du 2e. satellite sont insensibles; celles du 3e. et du 4e. sont peu considérables, mais varient par suite de leurs perturbations réciproques.

III. — SATELLITES DE SATURNE.

Satellites.	Distance moyenne.	Révolution sidérale.	Excentricités et inclinaisons.
1	3.351	0j. 22h. 38′.	Les orbites des six satellites intérieurs sont presque circulaires, et à très peu près dans le plan du double anneau. Celle du septième est considérablement inclinée sur toutes les autres, et est plus près de coïncider avec l'écliptique.
2	4.300	1 8 53	
3	5.284	1 21 18	
4	6.819	2 17 45	
5	9.524	4 12 25	
6	22.081	15 22 41	
7	64.359	79 7 55	

IV. — SATELLITES D'URANUS.

Satellites.	Distance moyenne.	Période sidérale.				Inclinaisons à l'écliptique.
1	13.120	5j.	21h.	25′	0″	Leurs orbites sont inclinées d'environ 78° 58′ à l'écliptique, et leur mouvement est rétrograde. Les périodes du 2e. et du 4e. exigent une légère correction. Les orbites paraissent à-peu-près des cercles.
2	17.022	8	16	56	5	
3	19.845	10	23	4	0	
4	22.752	13	11	8	59	
5	45.507	38	1	48	0	
6	91.008	107	16	40	0	

TABLE DES MATIÈRES.

FIN DE LA TABLE.

NOTES.

Pag. §.

44, 127. — *Astronomie pratique.* Voyez le traité du docteur Pearson sur l'astronomie pratique; Bianchi, sur l'instrument des passages. Ephémérides de Milan, 1824.

46, 132. *De la graduation, même la plus grossière.* — L'honneur de ce perfectionnement essentiel a été revendiqué avec succès par Derham (*Trans. phil.*, xxx, 603) en faveur de notre jeune, ingénieux et infortuné compatriote Gascoigne, d'après la correspondance de ce dernier avec Crabtree et Horrockes, recueillie par Derham. Les passages de ces lettres cités par Derham ne permettent pas de douter que, dès 1640, Gascoigne n'eût appliqué les télescopes à ses quadrans et sextans, *avec des fils au foyer commun des verres*, et qu'il n'eût même porté l'invention jusqu'à éclairer le champ de la vision par une lumière artificielle, qu'il trouva d'*un très grand secours lorsque la lune ne paraît pas, ou que l'on n'a pas d'ailleurs une clarté suffisante.* Gascoigne avait communiqué librement ces découvertes à Crabtree, et, au moyen de celui-ci, à son ami Horrockes, l'orgueil et la gloire de l'astronomie britannique, qui lui exprimèrent tous les deux leur admiration sans bornes pour ce perfectionnement délicat dans l'art d'observer, et pour tous ceux qu'on lui devait déjà. Gascoigne, toutefois, périt à l'âge de vingt-trois ans, à la bataille de Marston Moor; et la mort prématurée et subite d'Horrockes, qui succomba plus jeune encore, explique l'oubli temporaire de l'invention. Picard et Auzout la firent revivre en 1667 (*Astron. de Lalande*, 2310), et dès-lors l'usage en devint universel. Morin, même avant Gascoigne (en 1635), avait proposé de substituer le télescope aux vues simples; mais c'est le fil tendu au foyer avec lequel l'image d'une étoile est amenée à une exacte coïncidence qui assure au télescope son avantage dans la pratique; et il ne paraît pas que Morin en ait eu l'idée. (Voyez Lalande, à l'endroit ci-dessus mentionné.)

51, 144, à la fin. *Le point horizontal ou du zénith.* — Le même auteur donne, dans les *Trans. phil.*, 1828, page 257, la description d'une autre forme du viseur flottant, et à plusieurs égards préférable, où le télescope est *vertical*, et au moyen de laquelle on détermine directement le point du zénith.

53, 150, à la fin. — *Dont les lieux sont bien reconnus.* Voyez Littrow sur l'ajustement de l'équatorial. Mémoires de la Société d'astr., vol. II, n°. 45.

54, 156, à la fin. *A ses usages nautiques.* — Newton communiqua sa découverte au docteur Halley, qui la passa sous silence. Après la mort de Halley, son exécuteur testamentaire trouva parmi ses papiers la description de l'instrument, de la main propre de Newton, et la transmit à la Société royale, vingt-cinq ans après la mort de Newton, et onze après la publication de la découverte de Hadley, qui pouvait ignorer, et qui probablement ignorait tout-à-fait, l'invention de Newton, quoique Hutton insinue le contraire.

60, 172, vers la fin. *De leurs importans travaux.* — Les trois premières colonnes de cette table sont extraites de l'excellent écrit du professeur Airy, intitulé : *De la figure de la terre*, dans l'encyclopédie métropolitaine.

61, 176, vers le milieu. *S'accorde avec celle représentée ici.* — Les lignes ponctuées sont les portions de la développée qui appartiennent aux autres quadrans.

62, 176, vers la fin. *Sont comme suit.* — Voyez l'essai d'Airy, cité ci-dessus.

64, 184, au commencement. *L'exacte quantité de la force centrifuge.* Voyez la Mécanique de l'encyclopédie de cabinet, chap. VIII.

66, 189, vers la fin. *Sans qu'il y ait permanence de tension.* — La question de savoir si la méthode ci-dessus décrite pourrait se perfectionner jusqu'à être substituée au pendule, dépend nécessairement du degré de permanence et d'uniformité d'action des ressorts, de la constance ou de la variabilité de l'effet de la température, de leur force élastique, de la possibilité de les transporter, sans la plus légère altération, d'un lieu à un autre, etc. Les grands avantages toutefois qui résulteraient d'un tel appareil et d'un semblable mode d'observation, quant à la commodité, à la modicité du prix, à la facilité du transport et à la célérité sur le système actuel, aussi pénible que désagréable et coûteux, méritent que l'on en fasse l'essai.

69, 198, au commencement. *Doit diminuer.* Voyez les fragmens de Voyages du capitaine Hall, 2e. série, 1er. vol., page 162, où cette matière a été traitée avec clarté, et, autant que j'en puis juger, approfondie pour la première fois.

69, 199, à la fin. *Vents réguliers alisés.* — Voyez le dernier ouvrage cité.

69, 200, à la fin. *Est maintenu par leur puissance.* — Comme nous ne nous proposons que d'expliquer la manière dont la rotation de la terre affecte l'atmosphère dans sa généralité, nous passons sous silence toute considération sur les vents périodiques locaux, tels que les *moussons*, etc.

Il me semble qu'il serait digne de notre curiosité de rechercher si les ouragans des régions intertropicales n'auraient pas leur source dans la descente trop brusque sur la terre d'une por-

Pag. §.

tie des courans supérieurs dont la vitesse n'aurait pas eu le temps de se ralentir assez par leur frottement et leur mélange successif aux couches inférieures, ce qui les fait se ruer sur le sol avec cette effroyable vitesse qui leur donne un caractère de destruction, et dont je ne sache pas qu'il ait été donné jusqu'ici une explication satisfaisante. Leur direction, généralement parlant, est contraire à celle des vents alisés réguliers ; ce qui s'accorderait avec l'idée que nous venons d'émettre. (*Lectures de Young*, I, 704.) Mais il ne s'ensuit nullement que tel doive toujours être le cas. En général, la translation rapide en latitude, dans l'un et l'autre sens, de toute masse d'air que des causes locales ou temporaires pourraient amener *sous l'influence immédiate du frottement de la surface terrestre*, communiquerait une intensité redoutable à sa vitesse. Partout où une pareille masse frapperait la terre, il pourrait s'élever un ouragan ; et si deux masses pareilles se rencontraient au milieu de l'air, leur combinaison produirait facilement un tourbillon d'une violence plus ou moins grande.

74, 216, à la fin. *Par une moyenne des résultats*. — Pour se rendre compte d'une manière complète de cette méthode et obtenir le moyen de déduire les résultats les plus avantageux de la combinaison de toutes les observations, l'on n'a qu'à consulter une notice de l'auteur de ce volume sur la différence des longitudes de Greenwich et de Paris. (*Transact. phil.*, 1826.)

77, 225, à la fin. *Qui peuvent en assurer la précision*. — La plus grande erreur *possible* dans la base irlandaise de sept à huit milles (11265 à 12875 mètres), près de Londonderry, est supposée ne pas surpasser deux pouces.

79, 229, vers la fin. *Dans la plupart des ouvrages de trigonométrie*. — Voyez la trigonométrie de Lardner, prop. 94 ; celle de Woodhouse, prop. 148, 1re. édit.

79, 231, vers le commencement. *Or, comme une surface sphérique*. — Nous négligeons ici la légère ellipticité de la terre, qui, pour le levé d'une carte géographique, ne saurait avoir une influence sensible.

81, 239, vers la fin. *D'après les lois de la mécanique*. — Voyez la Pneumatique de l'Encyclopédie de cabinet, art. 143.

Id., à la fin. *On consultera d'autres ouvrages*. — Voyez Biot, Astronomie physique, 3e. vol., où l'on trouve des tables. Voyez aussi celles d'Oltmann, publiées, tous les ans, par le Bureau des longitudes de Paris, et le Recueil des tables et formules astronomiques de M. Baily.

85, 252, vers la fin. *Les astronomes n'en font presque pas de cas*. — Ce dédain n'est ni méprisant ni dépourvu de motif. Les noms et les configurations des constellations semblent presque avoir été imaginés dans le dessein formel de créer de la confusion et de l'embarras, autant que possible. Des serpens innombrables s'entrelacent dans des espaces immenses et dans tous les sens, où il est impossible à la mémoire de les suivre : des ours, des lions et des poissons, grands et petits, septentrionaux et méridionaux, rendent toute nomenclature confuse. Un meilleur système de constellations aurait pu être d'un puissant secours pour soulager la mémoire.

90, 270, vers la fin. *Passer pour être attachés à la concavité du ciel*. — Cet argument, quelque péremptoire qu'il soit, acquiert une nouvelle force irrésistible dans *la loi* de la nutation, qui dépend, dans sa période, de la position de l'*orbite lunaire*. Si nous l'attribuons à un mouvement réel de la sphère céleste, il faut que nous admettions que cette sphère est maintenue dans un état de *tremblement* continuel par le mouvement de la lune !

93, 282, vers le commencement, — *Qui regardent la nature de la lumière*. Les résultats des théories ondulatoires et corpusculaires de la lumière, quant à l'aberration, sont, en général, les mêmes. Nous disons *en général*, car il y a une légère différence, même dans les résultats numériques. Dans le système ondulatoire, la propagation de la lumière a lieu avec une égale vitesse dans toutes les directions, soit que le corps lumineux soit en repos ou en mouvement. Dans le système corpusculaire, cette propagation s'opère avec un excès de vitesse, dans la direction du mouvement, sur la direction qui lui est contraire, égal à deux fois la vitesse du corps. Ainsi, dans le cas d'un corps qui se meut avec une égale vitesse en s'approchant ou s'éloignant en ligne droite de la terre, les aberrations seront *semblables* dans l'hypothèse ondulatoire, mais différentes dans celle corpusculaire. La plus grande différence qui puisse résulter de cette cause *dans notre système* ne peut s'élever à plus de 0,006 d'une seconde.

96, 292, vers la fin. — *Il est nécessaire de recourir aux propriétés de l'ellipse*. Voyez les Sections coniques, par le Rév. H. P. Hamilton.

100, 307, vers la fin. *En raison inverse de leurs poids ou masses*. Voyez la mécanique de l'Encyclopédie de Cabinet, centre de gravité.

103, 315, à la fin.—*De chaleur et de lumière*. Voyez les Transactions géologiques, 1832, sur les causes astronomiques qui peuvent influencer les phénomènes géologiques (par l'auteur de cet ouvrage).

Pag. §.

106, 328, vers le milieu. — *Cet intervalle est donc de* 365 *j.* 6 *h.* 13 *m.* 49 *s.*, 3. — Ces nombres, aussi bien que les autres données numériques de notre système, sont extraits des tables et formules astronomiques de M. Baily, si le contraire n'est exprimé.

107, 330, 5 lignes avant la fin de la page. — *Plus de* 45000 *milles.* Mayer, Observ. du 15 mars 1758. On remarquait une immense tache dans le soleil, dont le diamètre était d'un vingtième de celui de cet astre.

108, 332, vers le milieu. — *Sir William Herschel a eu une idée plus heureuse.* Voyez les Trans. phil., 1801.

109, 334, vers le milieu. — *Dans la proportion directe de leur intensité.* Par une mesure directe prise avec *l'actinomètre*, instrument dont j'ai fait long-temps usage dans de pareilles recherches, et dont les indications ne sont sujettes à aucune de ces sources d'erreurs qui fourmillent dans les méthodes ordinaires d'estimation, je trouve que sur 1000 rayons calorifiques solaires, 816 pénètrent une feuille de verre de 0.12 de pouce d'épaisseur; et que sur 1000 rayons qui sont passés à travers une pareille feuille, 859 sont capables de passer à travers une autre.

Id, id., trois lignes plus loin. — *Lorsqu'on les interpose entre ce dernier et l'œil.* La boule de chaux vive en ignition, dans la lampe oxydrogène du lieutenant Drummond, donne l'imitation la plus ressemblante de l'éclat du soleil que l'on ait encore pu obtenir. Toutefois, dans une expérience imparfaite à laquelle j'assistais, l'aspect d'une pareille boule mise en présence du soleil fut tel qu'on vient de le décrire. Il convient de répéter cet essai dans des circonstances favorables.

110, 337, à la fin. — *Pour expliquer l'origine de la radiation solaire.* L'électricité qui traverse un air ou des vapeurs excessivement raréfiés, engendre la lumière, et sans doute aussi la chaleur. Ne se pourrait-il pas qu'un courant continuel de matière électrique fût en circulation permanente dans le voisinage immédiat du soleil, ou traversât les espaces planétaires, et excitât, dans les régions supérieures de son atmosphère, ces phénomènes dont nous avons une manifestation non équivoque dans notre aurore boréale, quoique dans une proportion incomparablement moindre? Mon père, dans sa notice déjà citée, a formellement insisté sur l'analogie possible de la lumière solaire avec celle de l'aurore dont il s'agit. Un sujet de recherche expérimentale qui ne pourrait manquer d'intéresser la science au plus haut degré, serait d'examiner jusqu'à quel point, en multipliant des lames de flammes, placées à distance l'une derrière l'autre (ce qui permettrait d'en porter la *lumière* à tel degré voulu d'intensité), on communiquerait *à la chaleur* du rayon composé, créé de cette manière, ce caractère *pénétrant* qui distingue les rayons calorifiques solaires. Nous pouvons aussi observer que la tranquillité des régions polaires du soleil, comparée à l'état de ses régions équatoriales (si ses taches sont réellement atmosphériques), ne peut s'expliquer par sa seule rotation sur son axe, mais est *nécessairement* due à quelque cause extérieure au soleil, comme nous voyons les zônes de Jupiter et de Saturne, et nos vents alisés, provenir de circonstances extérieures à ces planètes, et qui se combinent avec leur rotation, qui à elle seule ne saurait produire aucun mouvement, la forme d'équilibre une fois obtenue.

L'analyse prismatique du rayon solaire nous fait voir dans le spectre une série de *lignes fixes*, tout-à-fait différentes de celles qui appartiennent à la lumière des flammes terrestres connues. Cela peut nous conduire dans la suite à nous en faire mieux apprécier l'origine. Mais, avant de tirer aucune conséquence de cette indication, nous devons considérer que, avant d'arriver jusqu'à nous, il a subi toute l'action absorbante de notre atmosphère, aussi bien que de celle du soleil. Nous sommes dans une ignorance complète sur l'atmosphère de celui-ci, et nous pouvons nous livrer à toutes les conjectures. Mais nous sommes sûrs de la couleur bleue de celle de la terre; et si cette couleur est absorbante, l'air doit nécessairement agir sur le spectre, à la manière des autres milieux colorés, qui souvent (et *surtout les milieux bleus clairs*) laissent des intervalles obscurs entre des portions inabsorbées. Il convient donc de rechercher si quelques-unes des lignes fixes, ou toutes ensemble, observées par Wollaston et Fraunhofer, n'auraient pas leur origine dans notre propre atmosphère. On viderait cette question, d'un côté, par des expériences faites sur de hautes montagnes, ou dans des ballons, de l'autre, au moyen de rayons réfléchis auxquels on aurait fait traverser plusieurs kilomètres d'air additionnel près de la surface de la terre. L'effet absorbant de l'atmosphère du soleil, et peut-être aussi du milieu, quel qu'il soit, qui l'entoure, ne saurait se dégager ainsi.

113, 348, à la fin. — *Doivent trouver place ailleurs.* Astronomie de Woodhouse, t. 1er. Voyez aussi les Transactions de la Société astronomique, t. 1er., p. 325.

114, 349, à la fin. — *Que sa disparition dans l'autre cas.* Les occultations ont souvent donné lieu à une illusion optique d'une nature bien étrange et inexplicable. L'étoile semble

Pag. §.

s'avancer réellement *sur* le bord, le *dépasser* même avant de disparaître, et cela quelquefois à une profondeur considérable. Je n'ai jamais été moi-même témoin de cet effet singulier, mais il repose sur les témoignages les plus incontestables. Je l'ai appelé *une illusion optique*, mais il est bien *possible* qu'une étoile se montre dans de pareilles occasions au travers de profondes crevasses dans la substance de la lune. Il convient d'observer avec le plus grand soin les occultations des étoiles doubles serrées, pour voir si les deux corps sont ainsi *projetés*, aussi bien que pour d'autres considérations liées à leur théorie. Je me bornerai à celle-ci, c'est qu'une étoile double, dont les deux corps sont trop rapprochés pour les distinguer avec un télescope, peut cependant être reconnue double par son mode de disparition. Si une étoile considérable, par exemple, au lieu de subir une extinction instantanée et complète, opérait sa disparition par deux stations différentes qui se suivraient de près, perdant d'abord une portion, ensuite tout le reste de sa lumière, nous lui reconnaîtrions, d'une manière certaine, le caractère d'une double étoile, tout en ne pouvant distinguer les deux corps séparément.

115, 352, vers le milieu. — *En raison de son plus grand volume.* Le diamètre apparent de la lune, vu de la terre, est de 32′; celui de la terre vu de la lune est du double de sa parallaxe horizontale, ou d'1° 54′. Les surfaces apparentes sont donc comme $32^2 : 114^2$, ou comme 1 : 13, à-peu-près.

115, 353, vers la fin. *Sont entre eux comme les vitesses.* — Soient V et v les vitesses moyennes angulaires, x l'arc surabondant. Nous aurons $V : v :: 1 + x : x$; et $V - v : v :: 1 : x$, proportion qui fait connaître x, d'où l'on tire $x/v =$ au temps employé à décrire x, ou à la différence des périodes sidérale et synodique. Nous aurons occasion de revenir là-dessus.

118, 363, au milieu. *Ou du Puy-de Dôme.* — Voyez la carte des environs de Naples, par Breislak, et celle de l'Auvergne par Desmarest.

120, 369, à la fin. *En conséquence de la première loi du mouvement.* Voyez la Mécanique de l'encyclopédie de cabinet, chapitre III.

121, 373, au commencement. *Par la force centrifuge.* Voyez la Mécanique de l'encyclopédie de cabinet, chapitre VIII.

123, 380, au milieu. *Nous trouvons que sa densité est moindre.* — La densité d'un corps matériel est en raison directe de la *masse*, et en raison inverse du volume. Ainsi la densité du soleil est à la densité de la terre :: 354936/1384472 : 1 :: 0,2543 : 1.

Pag. §.

123, 381, au milieu. *De là nous concluons.* — La gravité solaire est à la gravité terrestre :: $(354936/440000)^2 : (1/4000)^2 :: 27.9 : 1$, les rayons respectifs du soleil et de la terre étant 440000 et 4000 milles (708098556000 et 6437259600 mètres).

124, 381, à la fin. *Comme s'il était pilé dans un mortier.* — Une masse pesant une livre à la surface de la terre en pèserait vingt-sept à celle du soleil.

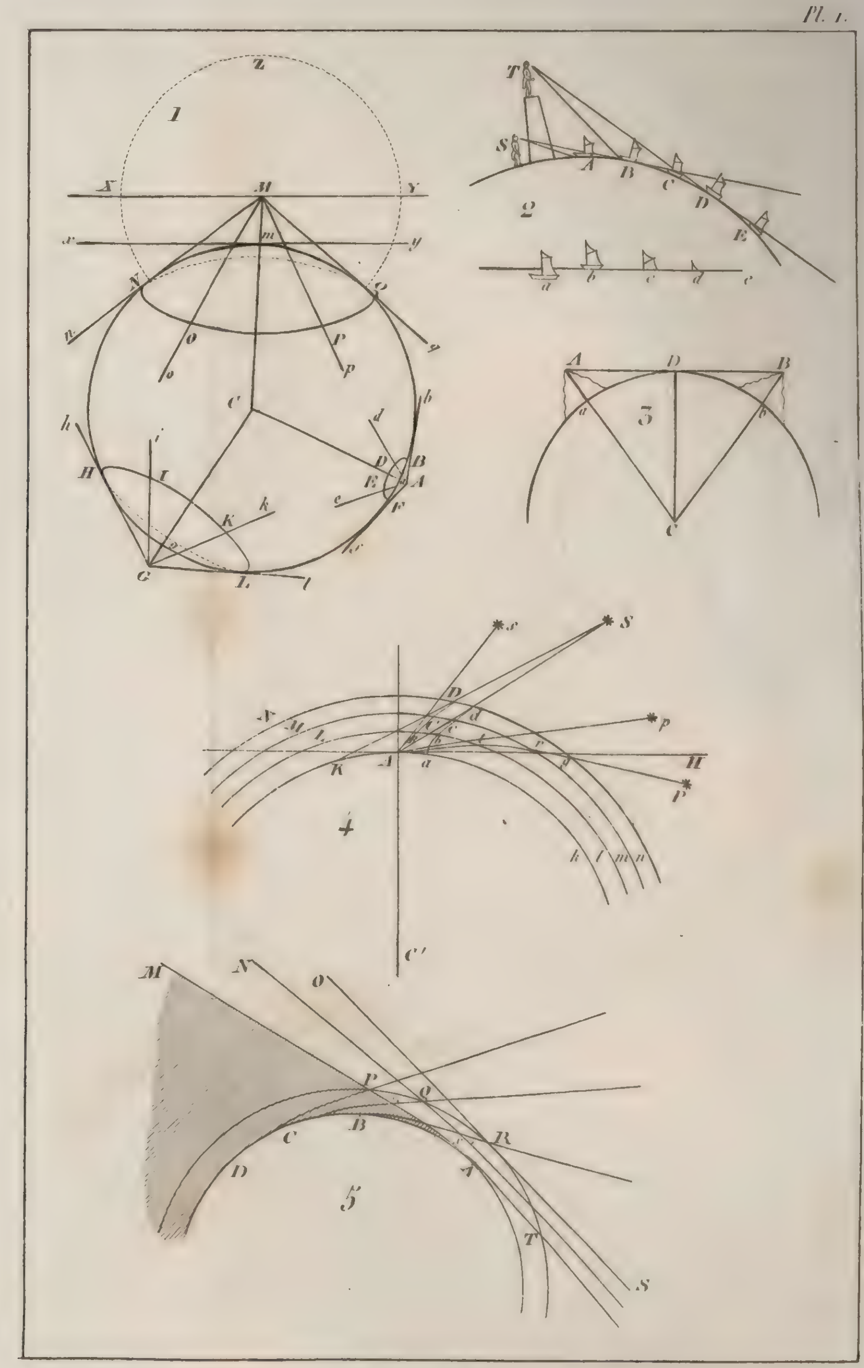
128, à la neuvième ligne du paragraphe 398. *qu'elle jette une ombre assez forte.* — Il convient de recevoir cette ombre sur un fond blanc. Une chambre blanchie, dont la fenêtre est ouverte, est la meilleure exposition. C'est ainsi que non seulement j'ai observé l'ombre, mais encore les aspérités qui en hérissent le contour.

132, 407, à la fin. *Avant l'invention du télescope.* Voyez l'essai sur l'étude de la physique, Encyclopédie de cabinet, vol. XIV, pag. 269.

135, 416, vers la fin. *La Terre et Mars.* L'expression de cette loi de Kepler exige une légère modification, lorsque l'on veut arriver à un calcul numérique extrêmement rigoureux, quant aux grandes planètes, à cause de l'influence de leurs masses. Cette correction est imperceptible pour la Terre et Mars.

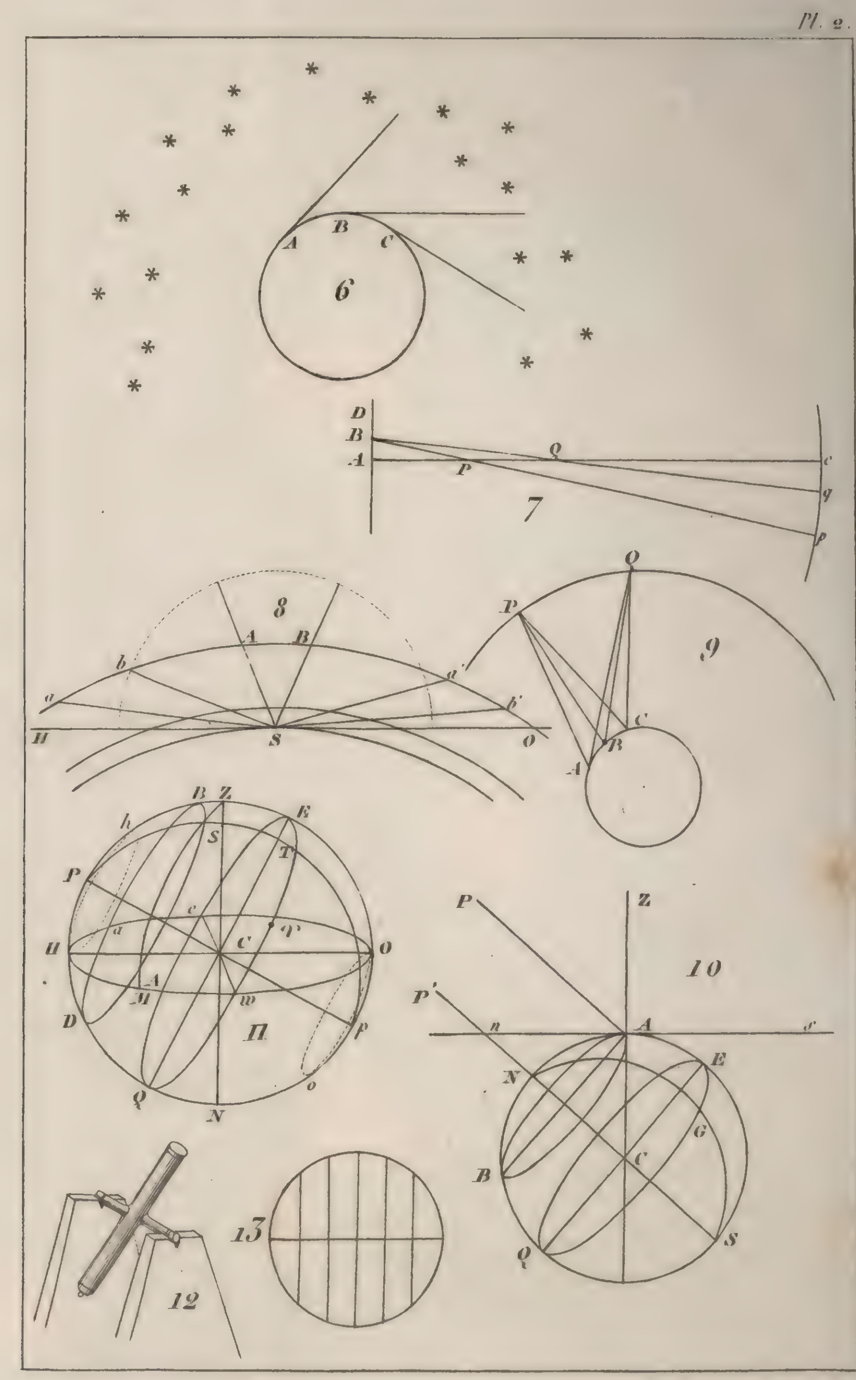
140, 428, à la fin. *De chaque planète particulière.* On comprendra aisément que, excepté le cas d'un mouvement circulaire uniforme, des *aires* égales et des *angles* égaux ne sauraient être parcourus respectivement dans le même temps autour d'un centre quelconque. L'objet du problême dans le texte est de passer de l'*aire*, supposée connue, à l'*angle*, supposé inconnu; en d'autres termes, de déduire la véritable quantité du mouvement angulaire à partir du périhélie, ou l'*anomalie vraie* de ce qu'on appelle proprement *anomalie moyenne*, c'est-à-dire le mouvement angulaire moyen qui se serait opéré si le mouvement *suivant l'angle* avait été uniforme au lieu du mouvement *suivant l'aire*. Il se trouve heureusement que c'est là le plus simple de tous les problêmes de l'espèce transcendante, et que, quelques minutes suffisent toujours pour le résoudre, dans le cas le plus difficile, par la règle *de fausse position*. On peut même y parvenir instantanément, et à vue, au moyen d'un mécanisme simple et aisé, pour lequel nous renvoyons le lecteur à la description que nous en avons donnée dans les Transactions philosophiques de Cambridge, tome IV, pag. 425.

IMPRIMERIE DE PIHAN DELAFOREST (MORINVAL),
Rue des Bons-Enfans, 34.



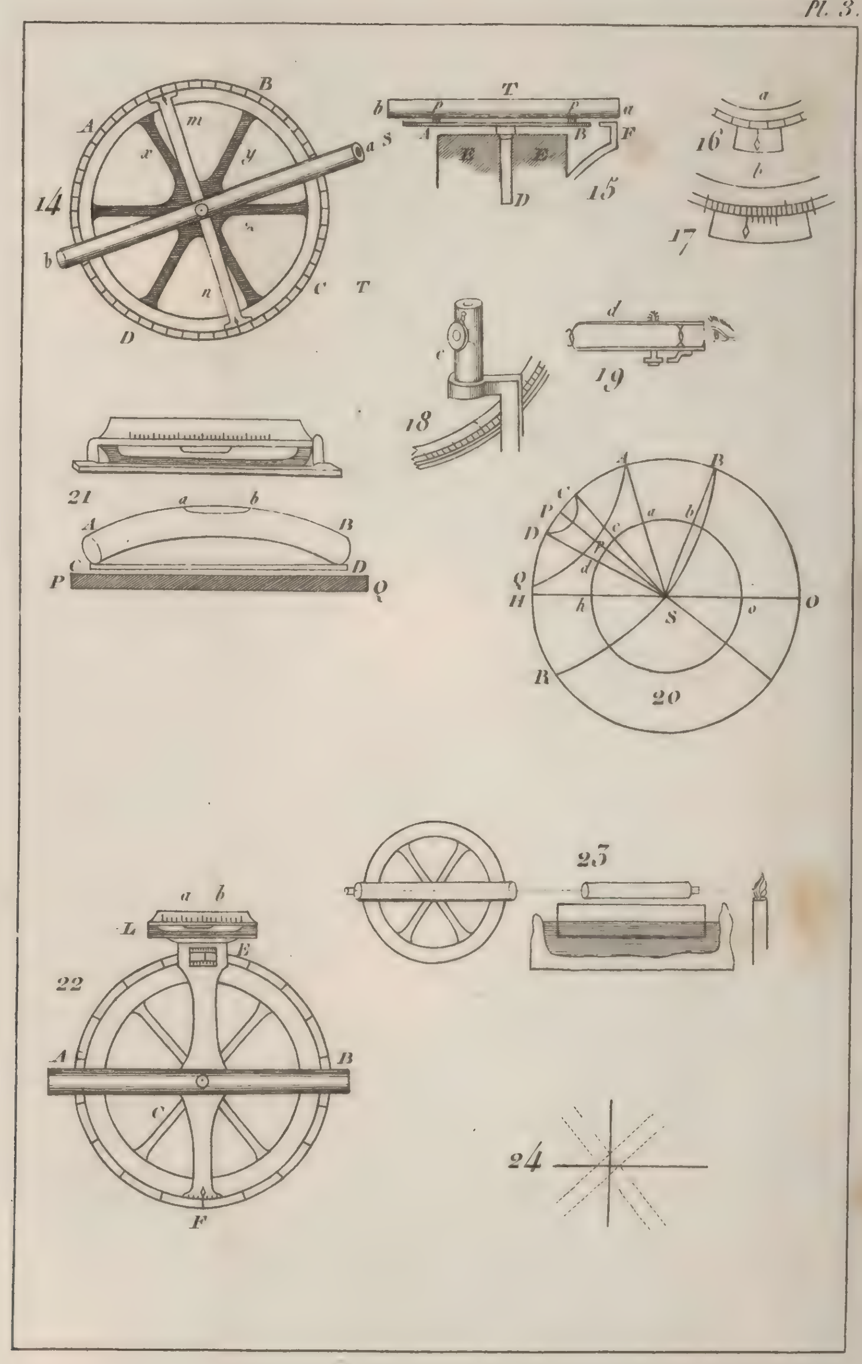
1
Z
X
M
Y
x
m
y
N
O
n
o
P
p
q
C
h
H
I
i
K
k
G
L
l
d
D
B
E
A
e
F
2
T
S
A
B
C
D
E
a
b
c
d
e
3
A
D
B
a
b
C
4
s
S
D
d
N
M
L
K
A
a
H
p
P
k
l
m
n
C'
5
M
N
O
P
Q
B
C
D
R
A
T
S

Back of
Foldout
Not Imaged

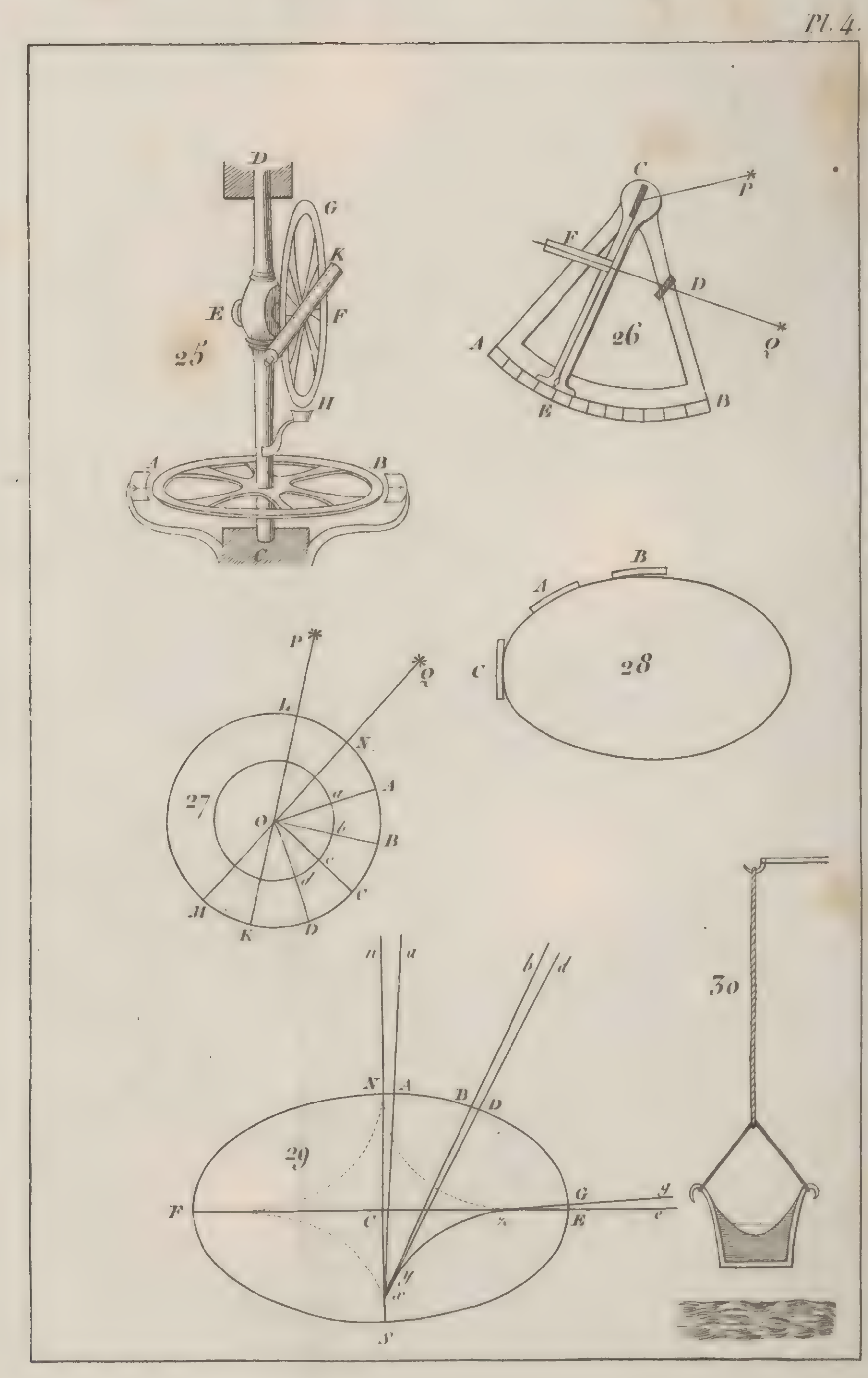


6
A
B
C
7
D
B
A
P
Q
c
q
p
8
9
H
S
O
10
11
12
13

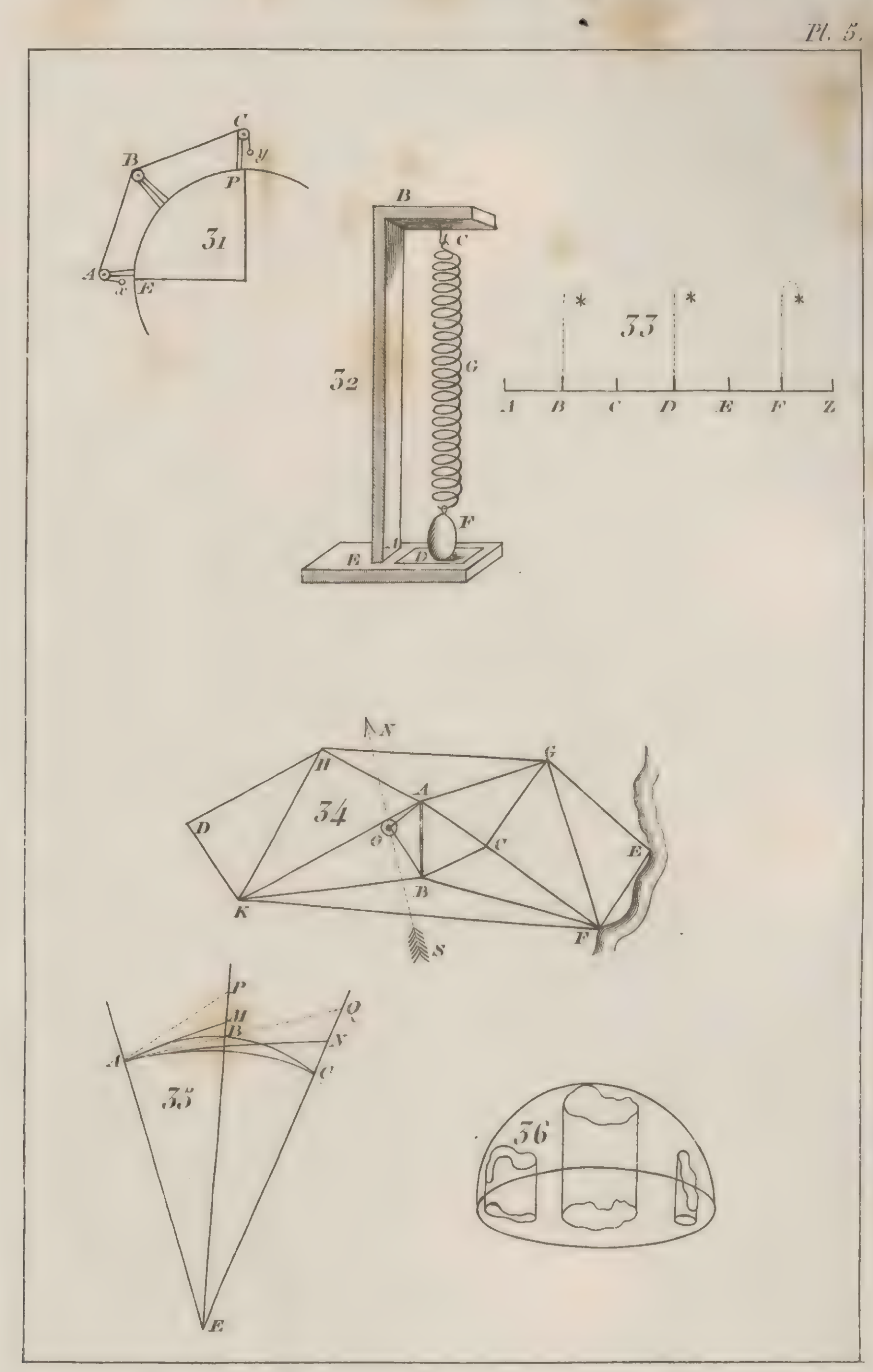
Back of
Foldout
Not Imaged


Pl. 3.
14
A
B
m
x
y
a
S
b
n
C
T
D
15
T
b
p
p
a
S
A
B
F
E
E
D
16
a
17
b
18
c
19
d
20
A
B
C
P
D
Q
H
O
S
R
a
b
c
d
h
o
21
a
b
A
B
C
D
P
Q
22
a
b
L
E
A
B
C
F
23
24

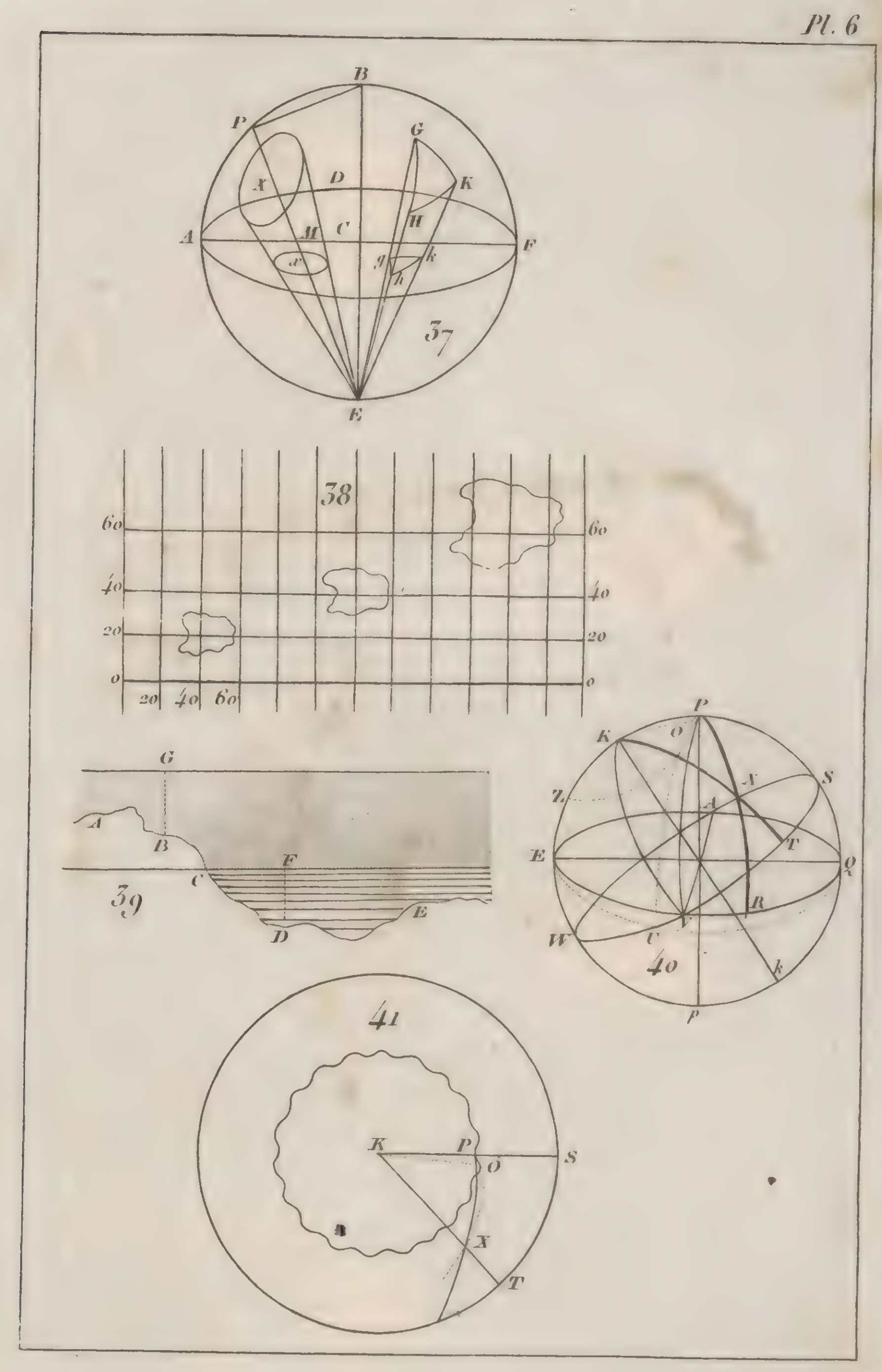
Back of
Foldout
Not Imaged


25
26
27
28
29
30

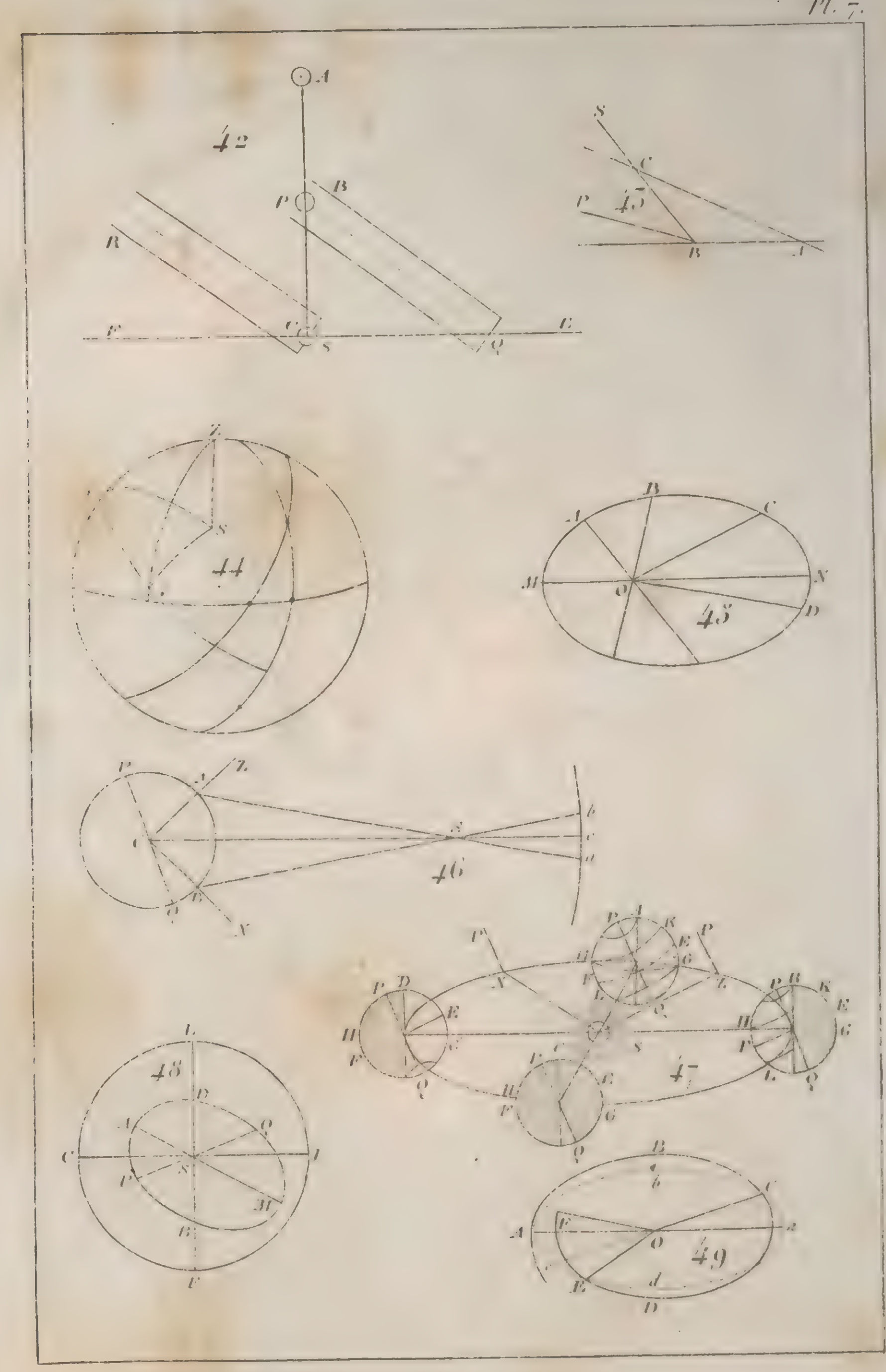
Back of
Foldout
Not Imaged


31
32
33
34
35
36
A
B
C
D
E
F
G
H
K
P
M
Q
N
O
S
x
y
Z

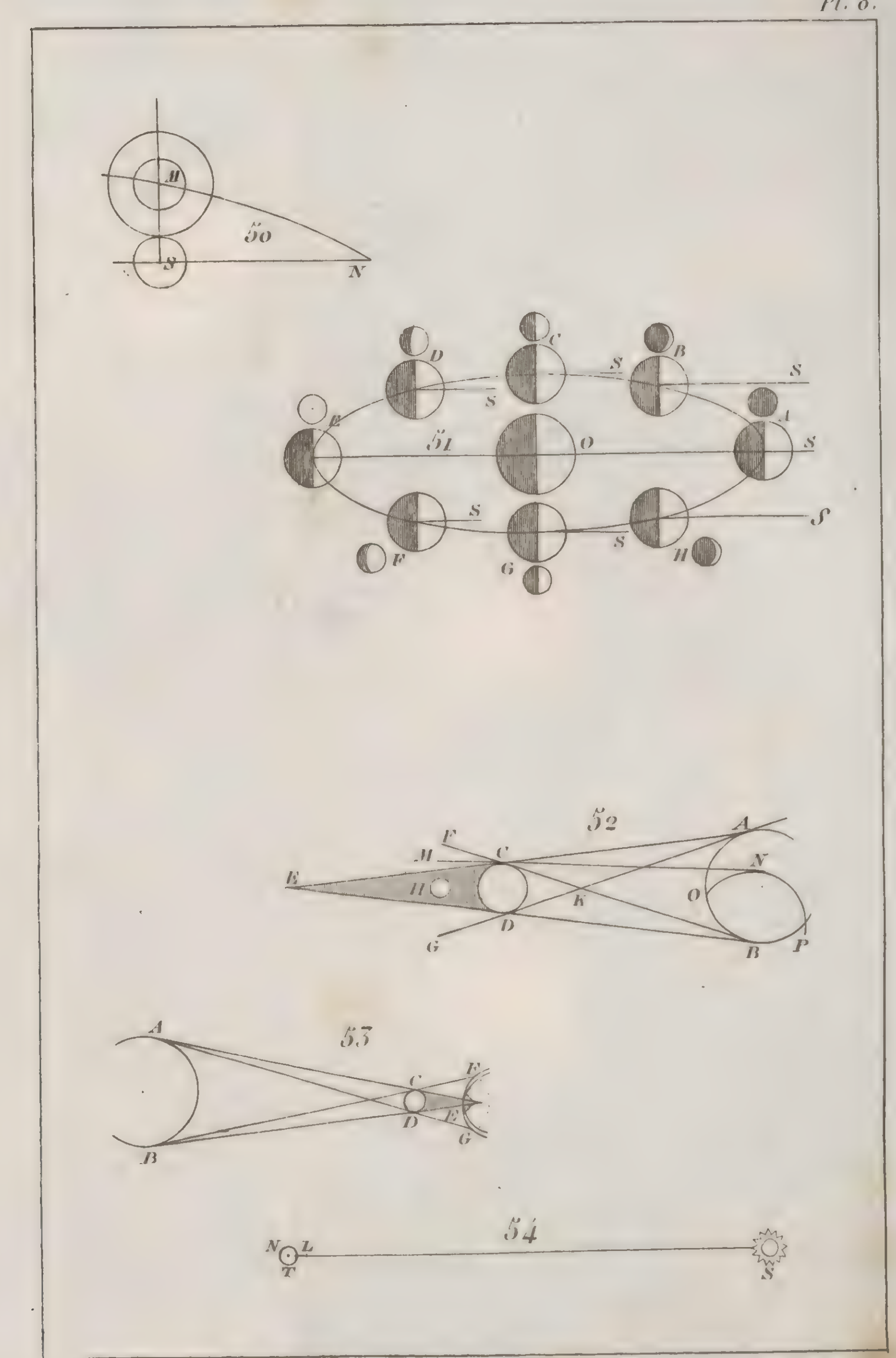
Back of
Foldout
Not Imaged


Pl. 6
B
P
G
X
D
K
A
M
C
H
F
x
g
k
h
37
E
38
60
40
20
0
20
40
60
G
A
B
F
C
39
E
D
P
O
K
S
N
Z
A
T
E
Q
R
W
U
V
40
k
p
41
K
P
S
O
X
T

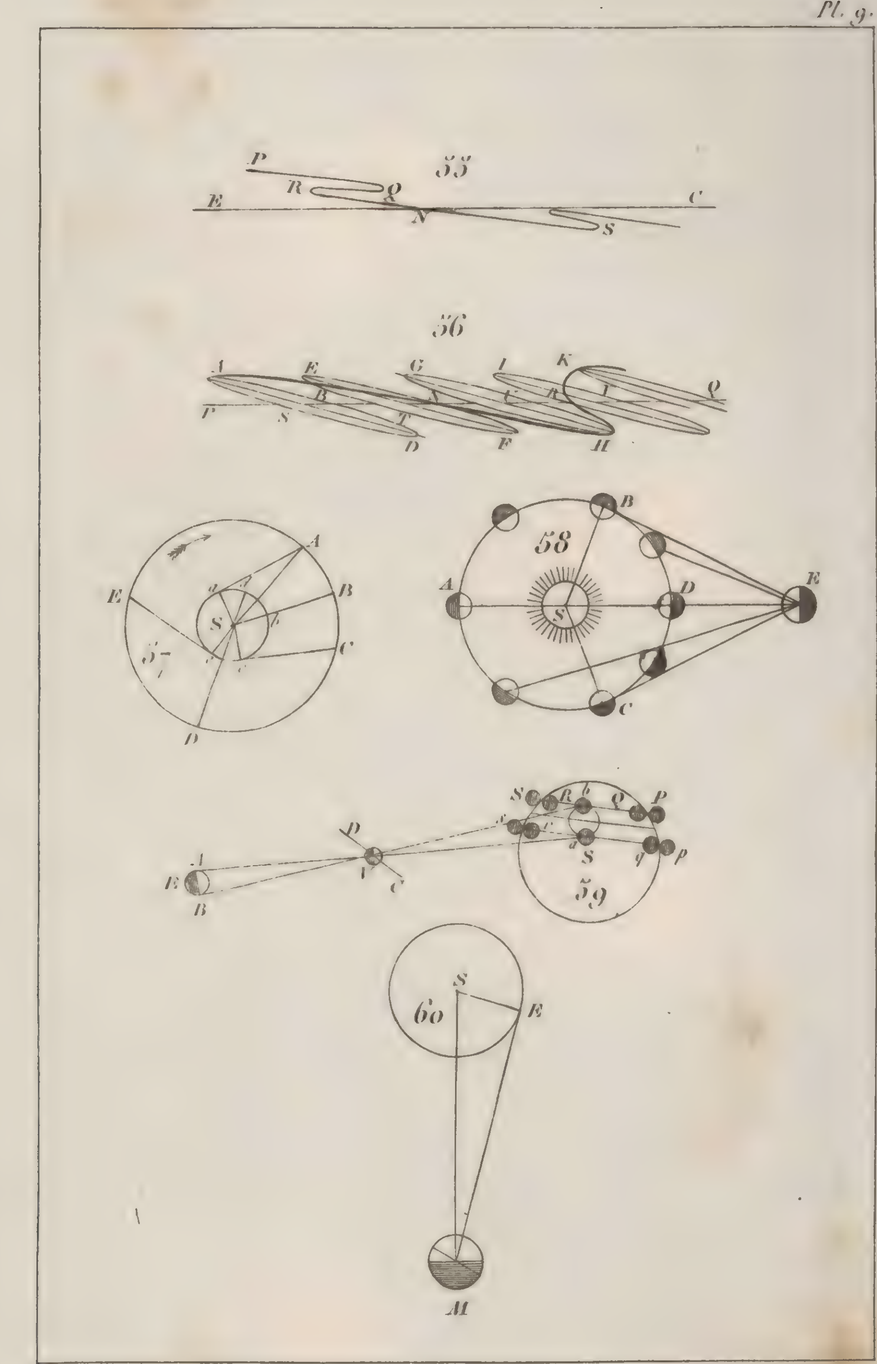
Back of
Foldout
Not Imaged


42
43
44
45
46
47
48
49

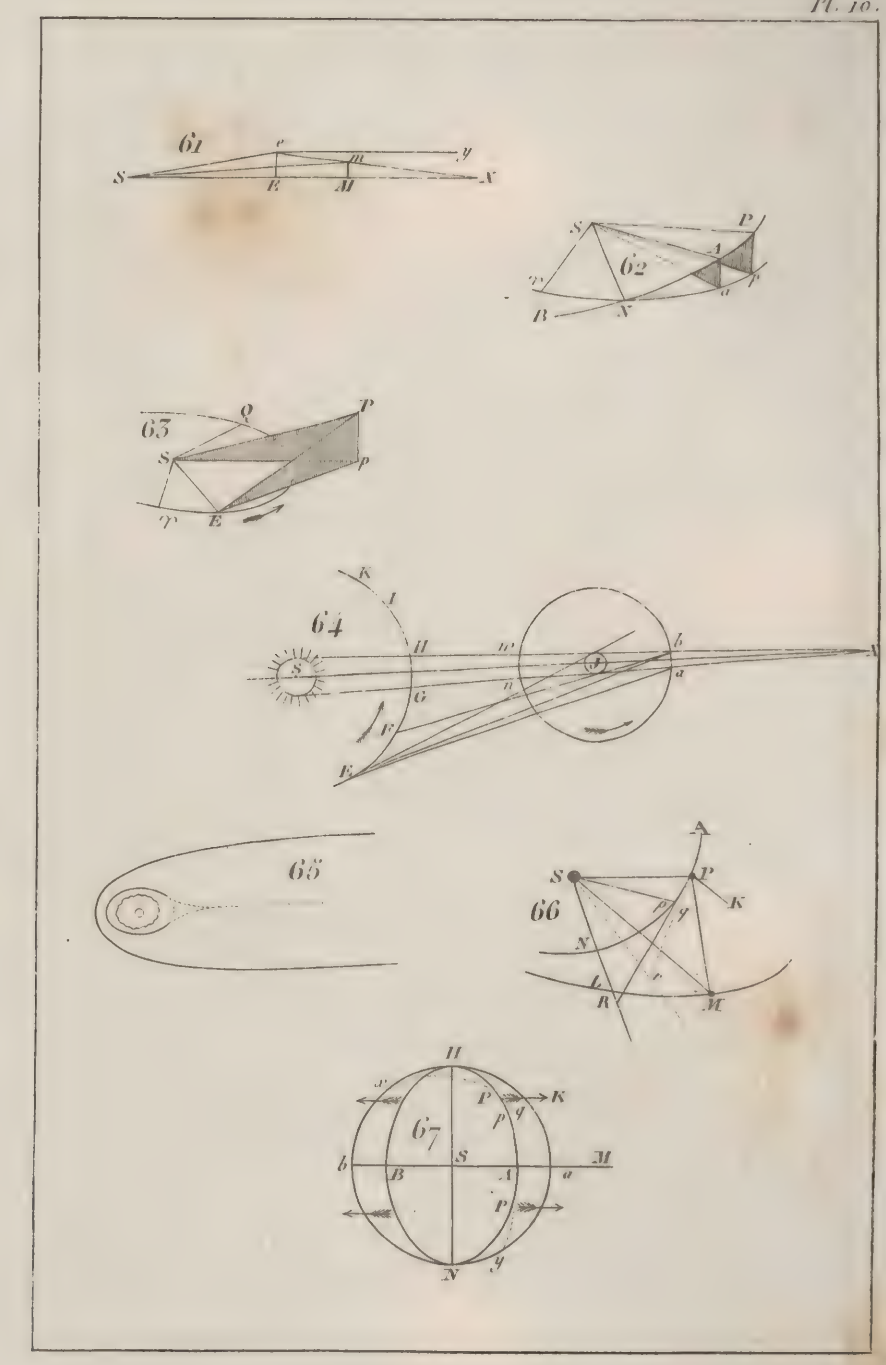
Back of
Foldout
Not Imaged


50
M
S
N
51
A
B
C
D
E
F
G
H
O
S
52
A
B
C
D
E
F
G
H
K
M
N
O
P
53
A
B
C
D
E
F
G
54
N
L
T
S

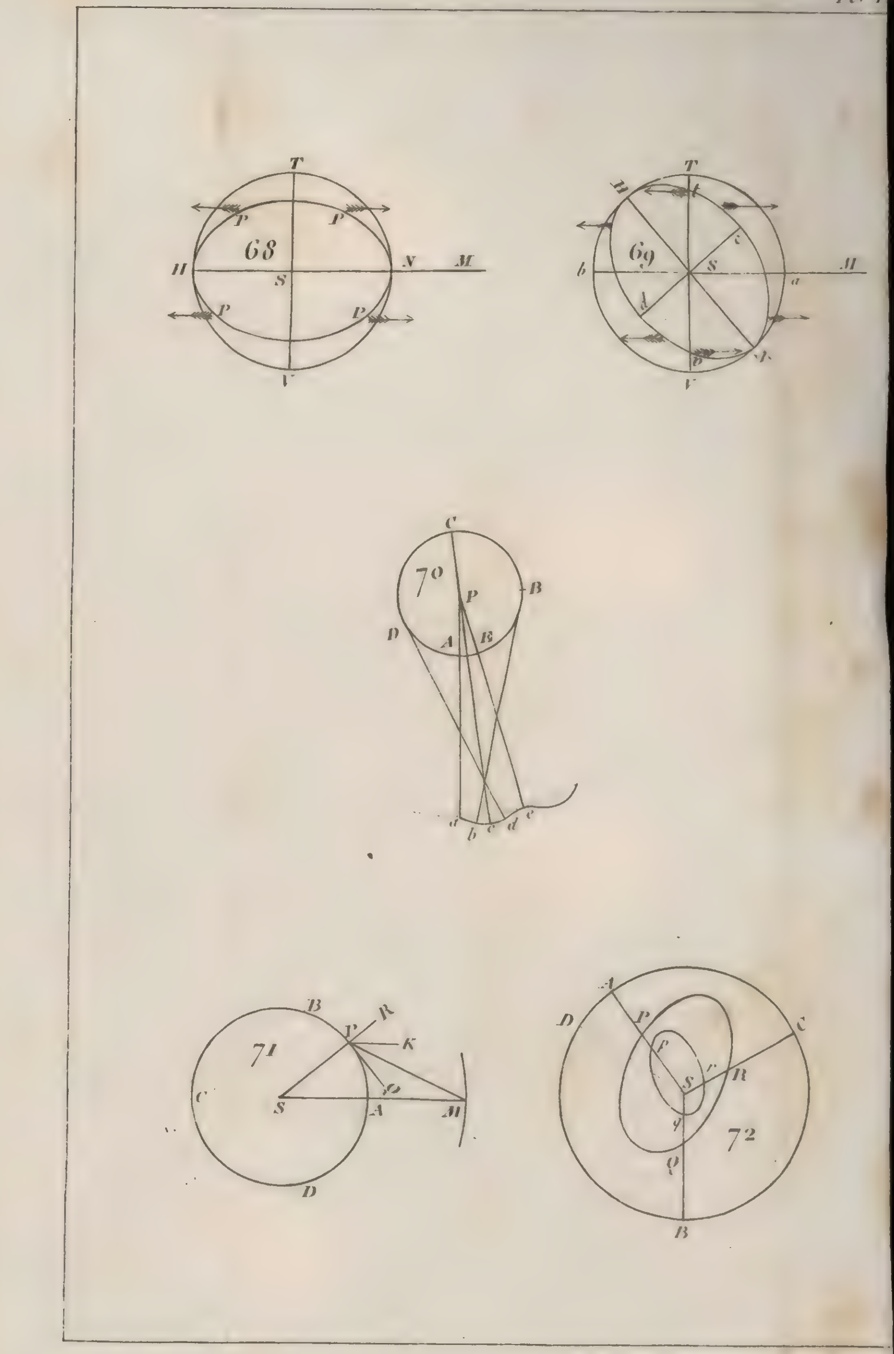
Back of
Foldout
Not Imaged


55
P
R
Q
E
N
C
S
56
A
E
G
I
K
Q
P
S
B
D
F
H
57
A
B
C
D
E
S
58
B
A
D
E
S
C
59
S
R
b
Q
P
D
A
E
B
V
C
S
q
p
60
S
E
M

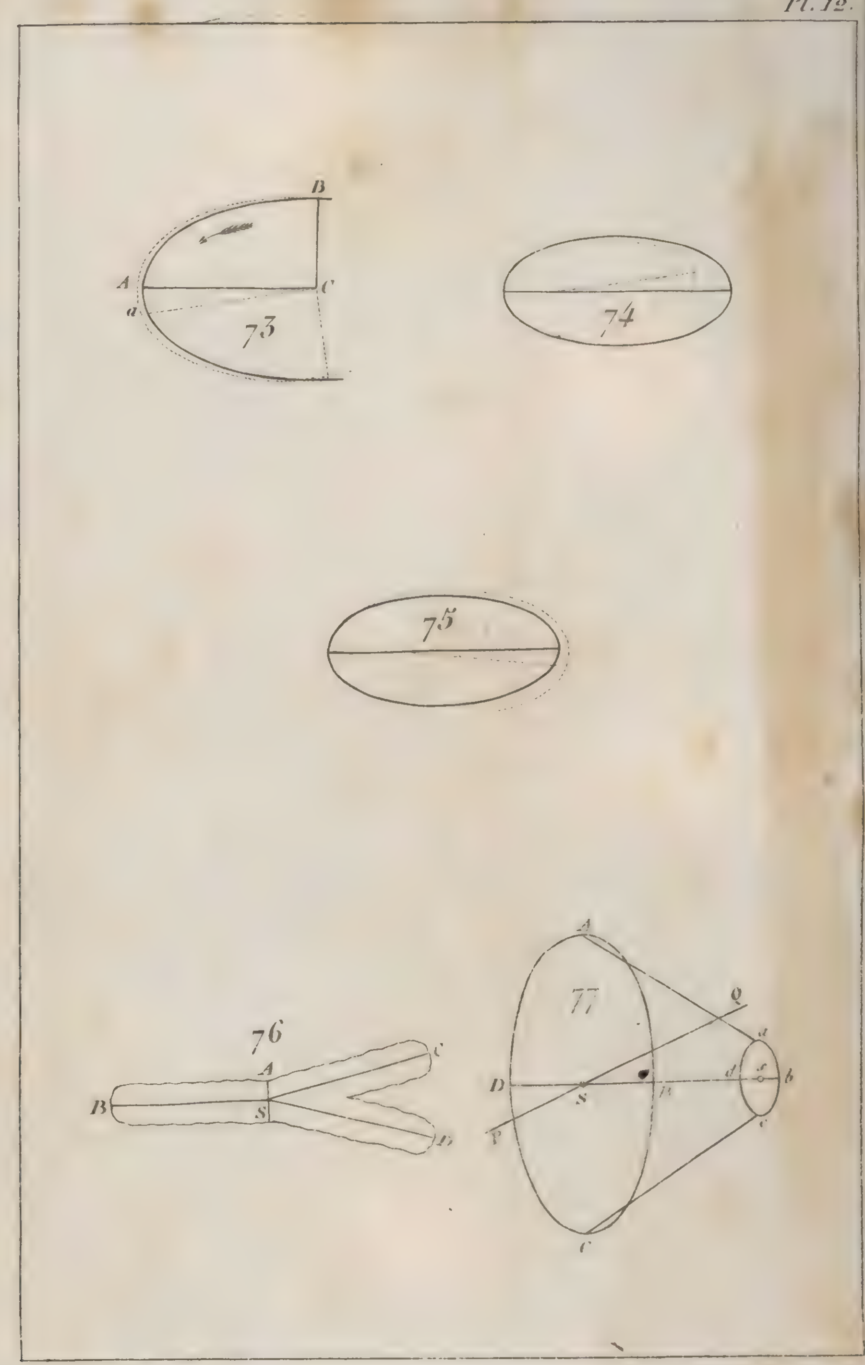
Back of
Foldout
Not Imaged


61
62
63
64
65
66
67

Back of
Foldout
Not Imaged


68
T
P
P
H
S
N
M
P
P
V
69
T
H
b
S
M
a
V
70
C
P
B
D
A
R
71
B
R
K
C
S
A
M
D
72
A
D
P
C
S
R
Q
B

Back of
Foldout
Not Imaged


B
A
C
a
73
74
75
76
A
C
B
S
D
77
A
Q
a
D
S
B
d
b
P
c
C

Back of
Foldout
Not Imaged

Pl. 13.



Back of
Foldout
Not Imaged


Pl. 14.
fig. 1
fig. 2.
fig. 3.

Back of
Foldout
Not Imaged

Pl. 15.



Back of
Foldout
Not Imaged


GETTY CENTER LIBRARY
3 3125 00074 4488

